



دفترچه سوال

آزمون « ۲۲ آذر ماه ۹۲ »

پیش دانشگاهی ریاضی

مدت پاسخ کویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۱۱۰ سوال + ۶ سوال نظم حوزه

عنوان	نام درس	تعداد سؤال	وقت پیشنهادی به دقیقه	شماره ی سؤال	شماره ی صفحه
درس های اختصاصی	دیفرانسیل	۲۰	۲۵/	۸۱-۱۰۰	۳-۶
	ریاضی پایه	۱۰	۱۵/	۱۰۱-۱۱۰	
	هندسه تحلیلی	۱۰	۱۵/	۱۱۱-۱۲۰	۷-۹
	ریاضیات گسسته	۱۰	۱۵/	۱۲۱-۱۳۰	
	زوج کتاب	۱۰	۱۵/	۱۳۱-۱۴۰	۱۰-۱۲
				۱۴۱-۱۵۰	
	فیزیک پیش دانشگاهی	۲۰	۳۰/	۱۵۱-۱۷۰	۱۳-۱۵
	زوج کتاب	۱۰	۱۵/	۱۷۱-۱۸۰	۱۶-۱۸
				۱۸۱-۱۹۰	
	شیمی پیش دانشگاهی	۱۰	۱۰/	۱۹۱-۲۰۰	۱۹-۲۲
	زوج کتاب	۱۰	۱۰/	۲۰۱-۲۱۰	
				۲۱۱-۲۲۰	
	نظم حوزه	۶	—	۲۹۳-۲۹۸	۲۳
	جمع کل	۱۱۰	۱۵۰/	۱-۲۲۰	۲۴

بنیاد علمی آموزشی قلمچی « وقف عام »

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۶۹۶۲۴۰۰

«تمام دارایی ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»

۲۵ دقیقه

دیفرانسیل

یادآوری و مفاهیم پایه /

دنباله ها / حد و پیوستگی

(خط های مماس و حد، فرایند

حد، حد بی نهایت، حد در

بی نهایت و مفهوم ریاضی حد)

صفحه های ۱ تا ۷۴

حسابان

فصل ۴: حد و پیوستگی، حد

توابع، همسایگی های یک نقطه

و قضایای حد توابع

صفحه های ۱۳۲ تا ۱۳۶ و

۱۴۰ تا ۱۴۹

محل انجام محاسبات

۸۱- اگر رابطه ی $\overline{a} = \frac{b}{\sqrt{2}}$ برقرار باشد، حداقل مقدار $a \times b$ کدام است؟ $(1 \leq a \leq 9, a, b \in \mathbb{N})$

- (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۱۱۲ (۴) ۹۹

۸۲- مجموعه ی جواب نامعادله ی $|2x+3| < x^2$ کدام است؟

- (۱) $\mathbb{R}$ (۲) $(3, +\infty)$ (۳) $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ (۴) $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

۸۳- کدام دنباله صعودی است؟

- (۱) $\{\cos(\frac{3\pi}{2n})\}$ (۲) $\{\sin(\frac{\pi n}{2n+1})\}$ (۳) $\{\cos(\frac{\pi n}{n+1})\}$ (۴) $\{\sin(\frac{3\pi}{n})\}$

۸۴- اگر حد دنباله ای با جمله ی عمومی $a_n = \frac{2^{n+1}}{2^n + 1}$ برابر L باشد، چند جمله از دنباله در

نامساوی $|a_n - L| < \frac{1}{15}$ صدق نمی کند؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۸۵- جملات دنباله ی $\{a_n\} = \{-n^2 - 6n\}_{n=1}^{\infty}$ از عدد طبیعی M به بعد از عدد $k = -9991$ بزرگ تر نمی باشند.

حداقل مقدار M کدام است؟

- (۱) ۹۶ (۲) ۹۷ (۳) ۹۸ (۴) ۱۰۰

۸۶- اگر برای دنباله ی همگرای a_n داشته باشیم $a_1 = 0$ و $a_{n+1} = \frac{2}{1+a_n}$ ، آنگاه این دنباله به چه عددی

همگراست؟

- (۱) ۱ (۲) -۲ (۳) صفر (۴) ۲

۸۷- اگر دنباله ی $\{(1 + \frac{a}{n})^{\frac{n}{2}}\}_{n=1}^{\infty}$ به $\frac{1}{e}$ همگرا باشد، آنگاه دنباله ی $\{(1 - \frac{a}{n})^{2n}\}_{n=1}^{\infty}$ به چه عددی همگراست؟

- (۱) $\frac{1}{e^4}$ (۲) e^2 (۳) $\frac{1}{e^2}$ (۴) e^4

۸۸- اگر $f(x) = \frac{x+[-x]}{x-2}$ و $a_n = \frac{n+1}{n+2}$ باشد، آنگاه حد دنباله ی $f(a_n)$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح

است.)

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) این دنباله واگراست.

۸۹- اگر داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos ax} - \sqrt{\cos bx}}{\tan^2 x - \sin^3 x} = 2$ ، آنگاه زوج مرتب (a, b) کدام می تواند باشد؟

- (۱) $(3, 1)$ (۲) $(1, 3)$ (۳) $(\sqrt{2}, 2)$ (۴) $(2, \sqrt{2})$

۹۰- می خواهیم نشان دهیم تابع $f(x) = \frac{|x^2 - 4|}{x - 2}$ در نقطه ی $x = 2$ حد ندارد. کدام دنباله ی زیر را با

دنباله ی $\{\frac{2n+3}{n+4}\}$ می توان به کار برد؟

- (۱) $\{\frac{2n+5}{n+3}\}$ (۲) $\{\frac{n+1}{2n+3}\}$ (۳) $\{\frac{2n+3}{n-1}\}$ (۴) $\{\frac{4n+2}{2n+1}\}$

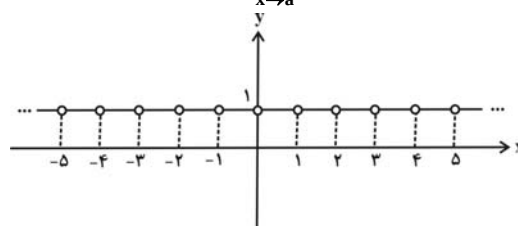
۹۱- شکل زیر، نمودار $y = f(x)$ است. به ازای چه مقادیری از a ، $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1$ است؟

(۱) $a \in \mathbb{Z}$

(۲) $a \in \mathbb{R} - \mathbb{Z}$

(۳) $a \in \mathbb{R}$

(۴) نمی توان تعیین کرد.



محل انجام محاسبات

۹۲- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{99x}{\sin x} \right] - \left[\frac{10 \cdot \sin x}{x} \right]$ وقتی $x \rightarrow 0$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

۹۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x}$ کدام است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۳) صفر (۴) ۱

۹۴- اگر $H(x)$ تابع هوی ساید و $\text{sgn}(x)$ تابع علامت باشد، حاصل

عبارت زیر کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

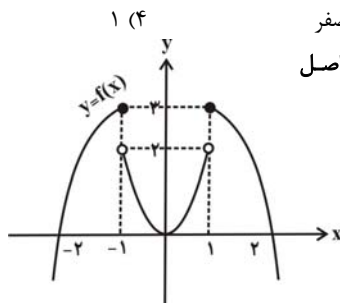
$$A = \lim_{x \rightarrow 1^-} [f(x)] + \lim_{x \rightarrow 0^+} H(x) + \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \text{sgn}(f(x))$$

(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۱



۹۵- اگر دنباله $\{f(\frac{1}{n})\}$ همگرا باشد، آنگاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱) تابع $f(x)$ در $x = 0$ حد دارد.

(۲) تابع $f(x)$ در $x = 0$ فقط حد راست دارد.

(۳) تابع $f(x)$ در $x = 0$ فقط حد چپ دارد.

(۴) نمی توان راجع به وجود یا عدم وجود حد $f(x)$ در $x = 0$ اظهار نظر کرد.

۹۶- تابع $g(x) = \begin{cases} f(x) & , x > -1 \\ -2x - 2 & , x \leq -1 \end{cases}$ مفروض است. اگر تابع درجهی دوم f در نقطه $(-1, 0)$ مینیمم داشته باشد و حد چپ و راست g در $x = -1$ برابر باشند، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۹۷- اگر داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x+1} - \sqrt{x+a}) = 2a - 5$ ، آنگاه مقدار a کدام است؟

(۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۲ (۴) -۲

۹۸- اگر حد توابع f و g در نقطه $x = 2$ به ترتیب از راست به چپ برابر ۲ و ۳ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x+1) + g(2x))$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

نگاه به گذشته

۹۹- در همسایگی محذوف متقارن به صورت $\{3\} - (3a - 7, a + 5)$ ، شعاع همسایگی کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۰- کدام دو دنباله، نشان دهندهی حد نداشتن تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & ; x \in \mathbb{Q} \\ 2 & ; x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ در $x = \sqrt{3}$ می باشد؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

(۱) $\left\{ \sqrt{3} \right\}$ ، $\left\{ \sqrt{3} + \frac{1}{n} \right\}$ (۲) $\left\{ \sqrt{3} + \frac{1}{n} \right\}$ ، $\left\{ \sqrt{3} - \frac{1}{n} \right\}$

(۳) $\left\{ \frac{[\sqrt{3}n]}{n} \right\}$ ، $\left\{ \sqrt{3} + \frac{1}{n} \right\}$ (۴) $\left\{ \sqrt{3} + n \right\}$ ، $\left\{ \sqrt{3} - n \right\}$

۱۵ دقیقه

ریاضی ۲

فصل ۳: «توابع خاص،

نامعادله و تعیین علامت»

(تابع قدرمطلق، توابع گویا،

توابع رادیکالی)

صفحه های ۵۹ تا ۶۱ و ۶۴ تا

۶۹

حسابان

فصل ۱: «محاسبات جبری،

معادلات و نامعادلات»

(معادلات شامل عبارت گویا،

گنگ، حل معادلات به روش

هندسی، قدرمطلق، معادلات و

نامعادلات قدرمطلق، حل

نامعادلات)

صفحه های ۲۴ تا ۴۲

محل انجام محاسبات

۱۰۱- اگر $|x+y| < |x| + |y|$ باشد، مقدار عبارت $A = \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|}$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) صفر

(۴) مقدار مشخصی ندارد.

(۳) -۲

۱۰۲- به ازای کدام مقادیر a ، معادله $|ax^2 + 3x - 2| = 3$ دقیقاً ۳ جواب دارد؟

(۲) $\{\pm \frac{9}{2}\}$

(۱) $R - \{-\frac{9}{4}\}$

(۴) $\{\frac{-9}{2}, \frac{9}{4}\}$

(۳) $[\frac{-9}{2}, \infty)$

۱۰۳- چند عدد صحیح در نامعادله $\sqrt{5-x} \geq 2^x$ صدق می کنند؟

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) بی شمار

(۳) ۵

۱۰۴- حدود X برای این که نامعادله $x^2 + |x| - 2 < 0$ همواره درست باشد، کدام است؟

(۲) $-1 \leq x \leq 1$

(۱) $-1 < x < 1$

(۴) $-2 \leq x < 1$

(۳) $x < -1$ یا $x > 1$

۱۰۵- به ازای چند مقدار t ، معادله $\frac{t-1}{2x} = \frac{x+1}{x^2-2x}$ جواب ندارد؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

محل انجام محاسبات

۱۰۶- معادله ی $\sqrt{2x+4} + \sqrt{1-x} = \sqrt{2}(x+3)$ چند جواب صحیح دارد؟

۴ (۱)

۲ (۲)

۱ (۳)

صفر (۴)

۱۰۷- معادله ی $\frac{x}{\sin x} = \frac{5\pi}{2}$ چند جواب دارد؟

۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

۱۰۸- مجموعه ی جواب معادله ی $\sqrt[4]{x^{13} - 4x^7 + 2x^3 - 4} + \sqrt{x^4 - 2x} = 0$ چند عضو دارد؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

جواب ندارد. (۴)

۱۰۹- مجموعه ی جواب نامعادله ی $2 \leq \left| \sqrt{x-1} - x^2 - \frac{1}{x^2 - \sqrt{x-1}} \right|$ چند عضو دارد؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۱۰- دامنه ی تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} - \sqrt{\frac{-1-x}{3x-2}}$ کدام است؟

(۱) $0 \leq x < \frac{2}{3}$

(۲) $-1 \leq x \leq \frac{2}{3}$

(۳) $0 \leq x < 1$

(۴) $-1 \leq x < 1$

۱۵ دقیقه

هندسه‌ی تحلیلی
بردار / معادلات خط و
صفحه / مقاطع
مخروطی (دایره)
صفحه‌های ۴ تا ۵۵

محل انجام محاسبات

۱۱۱- اگر $c = a \times b$ و $|c| = 2\sqrt{5}$ باشد، حجم متوازی‌السطوح ساخته شده روی بردارهای a ، b و c کدام است؟

(۲) ۱۵

(۱) ۲۰

(۴) $\frac{10}{3}$

(۳) ۱۰

۱۱۲- خط D از نقطه‌ی $A = (2, -4, 0)$ می‌گذرد و بر خط $D': \frac{x-1}{2} = -\frac{y}{3} = z$ عمود است و آن را در

نقطه‌ی M قطع می‌کند. مختصات نقطه‌ی M کدام است؟

(۲) $(-3, 6, -2)$

(۱) $(3, -3, 1)$

(۴) $(5, -6, 2)$

(۳) $(-1, 3, -1)$

۱۱۳- اگر فاصله‌ی نقطه‌ی $A = (1, 3, m)$ از صفحه‌ی $3x - 4z = 1$ برابر ۲ باشد، آنگاه مقدار m کدام است؟

(۲) $3, -2$

(۱) $1, -10$

(۴) $-3, 2$

(۳) $5, -1$

۱۱۴- خط $D: x = y = -(z+2)$ نسبت به صفحه‌ی $P: 2x - y + z + 2 = 0$ کدام وضع را دارد؟

(۱) خط D بر صفحه‌ی P عمود است.

(۲) خط D با صفحه‌ی P متقاطع است ولی بر P عمود نمی‌باشد.

(۳) خط D درون صفحه‌ی P است.

(۴) خط D موازی صفحه‌ی P ولی خارج آن است.

۱۱۵- اگر نقطه‌ی $A' = (2, 0, 1)$ ، تصویر قائم نقطه‌ی $A = (1, -1, 2)$ روی صفحه‌ی P باشد، معادله‌ی صفحه‌ی P به

کدام صورت است؟

(۲) $-x - y - z + 3 = 0$

(۱) $x - y + z - 3 = 0$

(۴) $x + y - z - 1 = 0$

(۳) $x + y - z + 1 = 0$

محل انجام محاسبات

۱۱۶- صفحه‌ای که از نقطه‌ی $A = (2, 1, 0)$ می‌گذرد و با خط $d: \frac{x}{y} = y = z$ موازی و بر

صفحه‌ی $Q: 3x - y + z = 7$ عمود است، محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

(۱) ۵ (۲) ۴

(۳) ۳ (۴) ۲

۱۱۷- به ازای کدام مقدار نامنفی a ، دایره‌های $c_1: (x-a)^2 + y^2 - 9 = 0$ و $c_2: x^2 + (y-4)^2 - 64 = 0$

مماس درون‌اند؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

۱۱۸- در مکان هندسی نقاطی از صفحه مانند (x, y) ، که فاصله‌ی آن‌ها از نقطه‌ی $A = (2, -3)$ ، $\sqrt{2}$ برابر فاصله‌ی

آن‌ها از نقطه‌ی $B = (0, -1)$ است، بیش‌ترین فاصله‌ی بین نقاط کدام است؟

(۱) $2\sqrt{6}$ (۲) ۶

(۳) ۸ (۴) $4\sqrt{2}$

۱۱۹- دایره‌ای از نقطه‌ی $(-1, 2)$ گذشته و بر هر دو محور مختصات مماس است. طول بزرگ‌ترین قطر ممکن

برای چنین دایره‌ای کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۰

(۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۱۲۰- یکی از قطرهای دایره‌ای بر روی خط $x + 2y - 4 = 0$ قرار دارد. اگر دو سر این قطر، محل‌های برخورد خط

مورد نظر با محورهای مختصات باشند، معادله‌ی این دایره کدام است؟

(۱) $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ (۲) $x^2 + y^2 + 4x + 2y = 0$

(۳) $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 5$ (۴) $x^2 + y^2 + 4x + 2y = 5$

ریاضیات گسسته

۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته

گراف / نظریه اعداد

(برخی از اصول نظریه اعداد،

معادله‌های اصل استقرای ریاضی،

تقسیم‌پذیری، چند ویژگی

تقسیم‌پذیری، الگوریتم تقسیم،

نمایش اعداد صحیح)

صفحه‌های ۱ تا ۳۷

محل انجام محاسبات

۱۲۱- در گراف ساده‌ی G از مرتبه‌ی ۱۲، $\Delta = 6$ و $\delta = 3$ می‌باشد. حداکثر و حداقل اندازه‌ی ممکن برای این گراف

به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) ۱۸,۳۶ (۲) ۲۰,۳۴ (۳) ۲۰,۳۶ (۴) ۱۸,۳۴

۱۲۲- گرافی از مرتبه‌ی ۱۰ با ۴۲ یال، حداکثر چند رأس درجه‌ی ۷ دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



(۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۲۳- در گراف روبه‌رو چند دور به طول ۵ وجود دارد؟

۱۲۴- چند درخت از مرتبه‌ی ۶ وجود دارد که دارای حداقل ۴ رأس از درجه‌ی یک باشد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۲۵- اگر A ماتریس مجاورت گراف G و حاصلضرب درایه‌های قطر اصلی ماتریس A^2 برابر ۱۳۵ باشد، آنگاه گراف
 G با کم‌ترین مرتبه‌ی ممکن، چند دور با طول ۳ دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۶- به ازای چند عدد طبیعی d ، روابط $d \mid 180$ و $d \mid 12$ برقرار است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۱۲۷- چند نقطه با مختصات صحیح بر منحنی به معادله‌ی $xy - y + x^2 - 3x = 0$ وجود دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۸- عدد طبیعی a فرد بوده و در تقسیم a بر ۲۰۰، باقیمانده مربع کامل بوده و دارای بیش‌ترین مقدار ممکن
است. رقم یکان a کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۹ (۴) ۱

۱۲۹- به ازای چند مقدار x از مجموعه‌ی اعداد طبیعی یک رقمی، عدد $(441)_x$ مربع کامل است؟

(۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۹

۱۳۰- اگر عدد طبیعی n ، حداکثر مقدار ممکن برای یک عدد مضرب ۳ باشد که در مبنای ۷ به
صورت $(a51)_7$ نمایش داده می‌شود، آنگاه نمایش n در مبنای ۳، چند رقم دارد؟

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۵ (۴) ۷

هندسه (۱)

توجه:

دانش‌آموزان گرامی، توجه کنید که دروس هندسه (۱) و هندسه (۲) به صورت زوج کتاب است؛ یعنی شما باید به یکی از دو دسته سؤال هندسه (۱) و هندسه (۲) (فقط به یکی از آن‌ها) پاسخ دهید.

۱۵ دقیقه

هندسه ۱

هندسه فضای

صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۴۳

محل انجام محاسبات

۱۳۱- طول ضلع یک مکعب، برابر a و طول ضلع‌های یک مکعب مستطیل، برابر b ، $2b$ و $2b$ است. اگر طول قطرهای این دو شکل فضایی با هم برابر باشند، نسبت مساحت کل مکعب به مساحت کل مکعب مستطیل کدام است؟

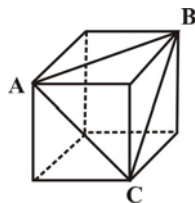
(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{8}{9}$

(۴) $\frac{9}{8}$

(۳) $\frac{4}{3}$

۱۳۲- اگر در مکعب شکل زیر، مساحت مثلث ABC برابر $9\sqrt{3}$ واحد باشد، آنگاه حجم مکعب چند برابر $\sqrt{2}$ است؟



(۲) ۹۶

(۱) ۱۰۸

(۴) ۴۸

(۳) ۵۴

۱۳۳- مساحت کل یک منشور قائم شش ضلعی منتظم، که اندازه‌ی ضلع قاعده‌ی آن برابر $2\sqrt{3}$ و ارتفاع آن برابر ۵ باشد، کدام است؟

(۲) $90\sqrt{3}$

(۱) $96\sqrt{3}$

(۴) $84\sqrt{3}$

(۳) $86\sqrt{3}$

۱۳۴- استوانه‌ی قائم نوپر به ارتفاع ۵ واحد و شعاع قاعده‌ی ۴ واحد را بر روی محور آن به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. از قرار دادن این دو قسمت بر روی هم، نیم‌استوانه‌ی قائم ایجاد می‌شود. سطح کل شکل حاصل کدام است؟

(۲) $40\pi + 80$

(۱) $40\pi + 40$

(۴) $56\pi + 80$

(۳) $56\pi + 40$

۱۳۵- پیمانه‌ای به شکل نیم‌کره با شعاع ۱۲ واحد را لبریز از آب کرده در داخل استوانه‌ای با همان شعاع قاعده می‌ریزیم، ارتفاع آب داخل استوانه چند واحد بالا می‌آید؟

(۲) $7/5$

(۱) ۶

(۴) ۹

(۳) ۸

محل انجام محاسبات

۱۳۶- در یک هرم منتظم مربعی، مساحت جانبی برابر ۱۲۸ و طول ضلع قاعده برابر ۸ است. طول ارتفاع این هرم کدام است؟

(۲) $4\sqrt{3}$

(۱) $2\sqrt{3}$

(۴) ۸

(۳) ۴

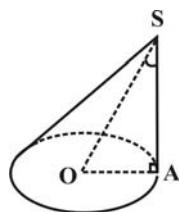
۱۳۷- کره‌ای با حجم 36π مفروض است. صفحه‌ای به فاصله‌ی $\sqrt{5}$ واحد از مرکز این کره، آن را قطع می‌کند، مساحت سطح مقطع حاصل، چند برابر مساحت کره است؟

(۲) $\frac{1}{5}$

(۱) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{9}$



۱۳۸- در مخروط مایل شکل مقابل ارتفاع SA با محور SO زاویه‌ی 30° می‌سازد. اگر

مساحت قاعده برابر 12π باشد، حجم مخروط چند سانتی‌متر مکعب است؟

(۲) 12π

(۱) 24π

(۴) $12\sqrt{3}\pi$

(۳) $24\sqrt{3}\pi$

۱۳۹- در یک مخروط قائم به ارتفاع ۸ و شعاع قاعده‌ی ۶، یک کره محاط شده است. شعاع این کره کدام است؟

(۲) $1/5$

(۱) ۳

(۴) $4/8$

(۳) $2/5$

۱۴۰- برای محاسبه‌ی حجم یک نیمکره به شعاع R، با استفاده از اصل کاوالیری، حجم نیمکره با حجم کدام یک از اجسام زیر مورد مقایسه قرار می‌گیرد؟

(۱) استوانه‌ای قائم به شعاع قاعده و ارتفاع R که مخروط قائمی به شعاع قاعده و ارتفاع $\frac{R}{4}$ از آن جدا شده است

(۲) استوانه‌ای قائم به شعاع قاعده و ارتفاع R که مخروط قائمی به شعاع قاعده و ارتفاع R از آن جدا شده است

(۳) مخروطی به شعاع قاعده و ارتفاع R.

(۴) مخروطی به شعاع قاعده‌ی $\frac{R}{4}$ و ارتفاع $2R$.

هندسه‌ی ۲

توجه :

دانش‌آموزان گرامی، توجه کنید که دروس هندسه (۱) و هندسه (۲) به صورت زوج کتاب است؛ یعنی شما باید به یکی از دو دسته سؤال هندسه (۱) و هندسه (۲) (فقط به یکی از آن‌ها) پاسخ دهید.

۱۵ دقیقه

هندسه‌ی (۲)

هندسه‌ی فضایی

صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۵۹

محل انجام محاسبات

۱۴۱- در کدام یک از حالت‌های زیر همواره می‌توان یک صفحه‌ی یکتا رسم کرد؟

(۱) با داشتن سه نقطه

(۲) با داشتن دو خط

(۳) با داشتن یک نقطه و یک خط

(۴) با داشتن دو ضلع متمایز یک متوازی‌الاضلاع

۱۴۲- خطی که به موازات فصل مشترک دو صفحه‌ی متمایز است...

(۱) الزاماً با هر دو صفحه موازی است.

(۲) با هر خط یکی از صفحات، موازی است.

(۳) می‌تواند در صفحه‌ای موازی هر دو صفحه قرار گیرد.

(۴) می‌تواند بر هر خط یکی از صفحات، عمود باشد.

۱۴۳- تصویر قائم خط d روی صفحه‌ی P ، یک نقطه است. چند صفحه شامل d وجود دارد که بر صفحه‌ی P عمود باشد؟

(۱) هیچ

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی‌شمار

۱۴۴- نقطه‌ی P بین دو صفحه‌ی موازی قرار دارد به طوری که فاصله‌اش تا صفحه‌ی نزدیک‌تر $\frac{2}{5}$ فاصله‌اش تا صفحه‌ی دورتر است. خطی از P عبور کرده و این دو صفحه را در نقاط A و B قطع می‌کند، اندازه‌ی قطعه‌ی کوچک‌تر پاره‌خط AB ، برابر $PA = 6$ است. طول پاره‌خط AB کدام است؟

(۱) ۱۴

(۲) ۲۱

(۳) ۲۴

(۴) ۲۸

۱۴۵- کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) دو خط عمود بر یک خط با هم موازی هستند.

(۲) دو صفحه‌ی عمود بر یک صفحه با هم موازی هستند.

(۳) دو صفحه‌ی موازی با یک خط با هم موازی‌اند.

(۴) اگر خطی یکی از دو صفحه موازی را قطع کند با دیگری نیز متقاطع است.

۱۴۶- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر خطی با صفحه‌ای موازی باشد، تمام خطوطی که آن خط را قطع می‌کنند و با آن صفحه موازی‌اند، در صفحه‌ای موازی با صفحه مذکور قرار دارند.

(۲) بر یک نقطه واقع در خارج یک خط، یک صفحه موازی با آن خط می‌گذرد.

(۳) اگر خطی با صفحه‌ای موازی باشد، تنها یک صفحه بر آن خط می‌گذرد که بر صفحه‌ی مذکور عمود است.

(۴) یک خط با یک صفحه موازی است اگر و تنها اگر با یکی از خطوط آن صفحه موازی باشد.

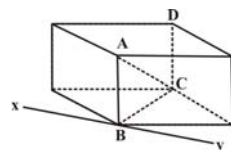
۱۴۷- دو خط موازی D و D' درون صفحه‌ی P واقع‌اند و خط Δ با این دو خط متنافر و با صفحه‌ی P متقاطع است. چند خط وجود دارد که سه خط D ، D' و Δ را قطع کند؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) بی‌شمار

۱۴۸- در مکعب مستطیل شکل زیر خط xy در رأس B بر صفحه‌ی مثلث ABC عمود است. طول قطر مکعب مستطیل برابر ۱۰ و فاصله‌ی رأس A از خط xy برابر ۶ است. اندازه‌ی عمود مشترک دو خط CD و xy کدام است؟

(۱) $4\sqrt{2}$

(۲) ۶

(۳) $4\sqrt{3}$

(۴) ۸

۱۴۹- دو خط متنافر d و d' با صفحه‌ی P متقاطع هستند. چند خط یافت می‌شود که این دو خط را قطع کند و با صفحه‌ی P موازی باشد؟

(۱) بی‌شمار

(۲) یک

(۳) دو

(۴) هیچ

۱۵۰- نقطه‌ی O در خارج صفحه‌ی P و خط d مفروض‌اند، در کدام حالت فقط یک خط گذرنده بر نقطه‌ی O موازی صفحه‌ی P و متقاطع با خط d ، وجود دارد؟

(۱) $d \subset P$

(۲) $d \parallel P$

(۳) $d \cap P \neq \emptyset$

(۴) صفحه‌ی گذرنده بر O و d ، موازی صفحه‌ی P

۳۰ دقیقه

فیزیک پیش دانشگاهی

حرکت شناسی / دینامیک /

حرکت نوسانی

(حرکت هماهنگ ساده)

صفحه های ۲ تا ۷۷

فیزیک ۲

فصل ۱: فیزیک و اندازه گیری

فصل ۲: حرکت شناسی

فصل ۳: دینامیک

صفحه های ۱ تا ۹۳

محل انجام محاسبات

سؤال های پُر تکرار

۱۵۱- معادله ی سرعت- زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، در SI به صورت $v = 10t - 50$ است.

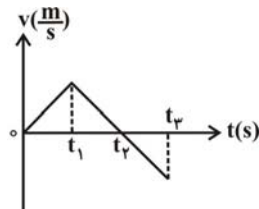
در مدت ۸ ثانیه ی نخست حرکت، بیش ترین فاصله ی متحرک از نقطه ی شروع حرکت چند متر است؟

۸۰ (۲)

۳۰ (۱)

۱۲۵ (۴)

۹۰ (۳)



۱۵۲- نمودار سرعت- زمان شکل مقابل، مربوط به متحرکی است که بر

روی محور x ها حرکت می کند. کدام گزینه در مورد این متحرک

نا درست است؟

(۱) در بازه ی زمانی صفر تا t_1 ، شتاب حرکت مثبت است.

(۲) در بازه ی زمانی t_2 تا t_3 ، حرکت متحرک در خلاف جهت محور x ها است.

(۳) در لحظه ی t_1 ، متحرک تغییر جهت می دهد.

(۴) در بازه ی زمانی t_1 تا t_2 حرکت متحرک کندشونده و شتاب آن منفی است.

۱۵۳- مطابق شکل مقابل، در شرایط خلأ، گلوله ای را از نقطه ی M و دو ثانیه بعد

گلوله ی دیگری را از نقطه ی N بدون سرعت اولیه و در راستای قائم رها

می کنیم. اگر فاصله ی MN برابر با ۴۰ متر باشد، و دو گلوله هم زمان با هم به

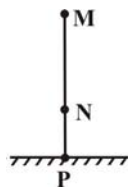
نقطه ی P برسند، فاصله ی MP چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۵۰ (۲)

۴۵ (۱)

۶۰ (۴)

۶۵ (۳)



۱۵۴- در شرایط خلأ، پرتابه ای با زاویه ی α نسبت به سطح زمین رو به بالا پرتاب می شود. اگر بردار سرعت اولیه ی

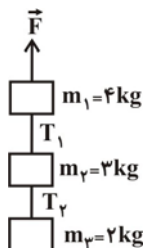
آن در SI به صورت $\vec{v}_0 = 30\vec{i} + 40\vec{j}$ باشد، بُرد پرتابه چند برابر ارتفاع اوج آن است؟

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{3}{16}$ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)



۱۵۵- در شکل مقابل، اگر $T_1 - T_2 = 40N$ باشد، اندازه ی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟

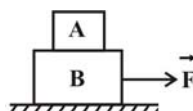
($g = 10 \frac{N}{kg}$ و از جرم طناب ها صرف نظر شود.)

۳۰ (۱)

۱۲۰ (۲)

۶۰ (۳)

۸۰ (۴)



۱۵۶- در شکل مقابل، جرم وزنه ی A برابر با ۵ کیلوگرم و ضریب اصطکاک ایستایی بین

وزنه ها برابر با $\frac{1}{2}$ است. اگر سطح افقی بدون اصطکاک و شتاب حرکت وزنه ی A برابر

با $\frac{4}{5} \frac{m}{s^2}$ باشد، اندازه ی نیروی اصطکاک بین دو وزنه چند نیوتون

است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

۴ (۴)

۲ (۳)

۶ (۲)

۱۰ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۵۷- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) نیروی کشش طناب به جرم آن بستگی ندارد.

(۲) با افزایش نیروی فشارنده‌ی وارد بر یک جسم ساکن، نیروی اصطکاک وارد بر آن افزایش می‌یابد.

(۳) اگر برآیند نیروهای وارد بر جسمی برابر با صفر باشد، تکانه‌ی آن ثابت است.

(۴) نیروهای کنش و واکنش همواره هم‌اندازه، هم‌راستا و در سوی مخالف یک‌دیگرند و هم‌دیگر را خنثی می‌کنند.

۱۵۸- معادله‌ی تکانه-زمان جسمی به جرم ۲۵۰ گرم در SI به صورت $\vec{P} = (t^2 + t)\vec{i} + (4t + 3)\vec{j}$ است. اندازه‌ی

شتاب جسم در لحظه‌ی $t = 1s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) ۰/۲ (۲) ۲ (۳) ۲۰ (۴) ۵

۱۵۹- مطابق شکل مقابل، یک ماشین کنترلی به جرم ۴kg درون یک سطح دایره‌ای قائم



به شعاع ۵۰cm، حرکت دایره‌ای یک‌نواخت با سرعت ثابت $10 \frac{m}{s}$ انجام می‌دهد. در

نقطه‌ی A، اندازه‌ی نیروی عمودی سطح که بر ماشین وارد می‌شود، چند نیوتون

است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۸۰۰ (۲) ۷۸۰

- (۳) ۸۴۰ (۴) ۸۲۰

۱۶۰- حرکت هماهنگ ساده، یک نوع حرکت شتاب‌دار با شتاب ... است. در این حرکت مسافت طی شده در هر

دوره ... برابر دامنه‌ی نوسان است و اندازه‌ی ... نوسانگر در مرکز نوسان بیشینه مقدار خود را دارد.

(۱) ثابت- چهار- سرعت

(۲) متغیر- چهار- سرعت

(۳) متغیر- دو- شتاب

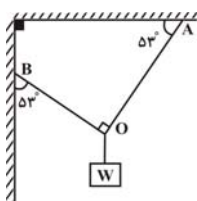
(۴) ثابت- دو- شتاب

سؤال‌های طراحی

۱۶۱- در شکل مقابل، دستگاه در حال تعادل و اندازه‌ی نیروی کشش نخ OA برابر

با ۱۰۰N است. در این حالت وزنه‌ی W چند نیوتون است؟ (نخ‌ها بدون جرم فرض

شوند، $\sin 53^\circ = \cos 37^\circ = 4/5$)



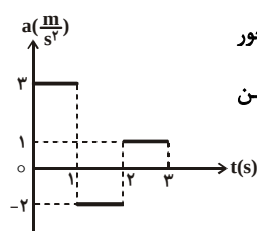
- (۱) ۸۰ (۲) ۱۰۰

- (۳) ۱۲۵ (۴) ۶۰

۱۶۲- نمودار شتاب- زمان متحرکی که با سرعت اولیه‌ی $3 \frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور

x ها شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو می‌باشد. جابه‌جایی این

متحرک در مدت ۳ ثانیه‌ی اول حرکت، چند متر است؟



- (۱) ۱۵ (۲) ۱۴

- (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۱۶۳- در مدت ۴ ثانیه‌ی اول حرکت، زاویه‌ی بین بردار سرعت و بردار شتاب متحرکی که با اندازه‌ی شتاب ثابت

حرکت می‌کند از 60° تا 120° تغییر می‌یابد. نوع حرکت متحرک در این مدت چگونه می‌باشد؟

(۱) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

(۲) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

(۳) همواره تندشونده است.

(۴) همواره کندشونده است.

محل انجام محاسبات

۱۶۴- بردار مکان ذره‌ای که در صفحه‌ی xoy حرکت می‌کند، در SI به صورت $\vec{r} = (3t^2 + 5)\vec{i} + (t^3 - 4t^2 + 2)\vec{j}$ است. در لحظه‌ای که مؤلفه‌ی قائم شتاب صفر است، مؤلفه‌ی افقی سرعت چند متر بر ثانیه است؟

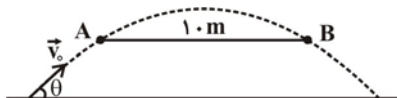
۸ (۴)

$\frac{8}{3}$ (۳)

۱۳ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

۱۶۵- مطابق شکل مقابل، گلوله‌ای در شرایط خلأ با زاویه‌ی θ



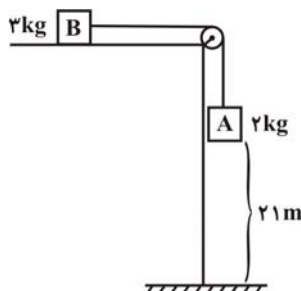
نسبت به سطح افق به طرف بالا پرتاب شده و ۳ ثانیه طول می‌کشد تا به نقطه‌ی اوج خود برسد. اگر ۴ ثانیه طول بکشد تا فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی A تا B را طی کند، بُرد این پرتابه چند متر است؟

۲۰ (۲)

۱۵ (۱)

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)



۱۶۶- در شکل مقابل، دستگاه از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و ۲

ثانیه بعد از شروع حرکت، ریسمان پاره می‌شود. چند ثانیه پس از آن، وزنه‌ی A به سطح زمین می‌رسد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و از جرم نخ، قرقره و

تمامی اصطکاک‌ها صرف‌نظر شود.)

۱/۴ (۲)

۱ (۱)

$\sqrt{14}$ (۴)

$\sqrt{1/4}$ (۳)

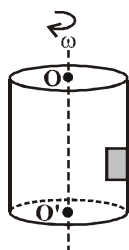
۱۶۷- اگر جرم سیاره‌ای نصف جرم زمین و شعاع آن ۲ برابر شعاع زمین باشد، شتاب گرانش در سطح این سیاره چند برابر شتاب گرانش در سطح زمین است؟

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱)

$\frac{1}{8}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)



۱۶۸- مطابق شکل مقابل، استوانه‌ای به شعاع قاعده‌ی ۱.۰ cm حول محور قائم OO' در

جهت نشان داده شده دوران می‌کند. کم‌ترین بسامد چرخش استوانه چند دور بر ثانیه باشد تا جسم کوچکی که به دیواره‌ی درونی استوانه تکیه دارد، نسبت به آن ساکن بماند؟ ($g = \pi^2$ و ضریب اصطکاک ایستایی جسم و بدنه‌ی استوانه ۰/۴ است.)

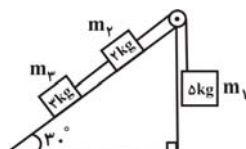
۲/۵ (۲)

۱ (۱)

۲۵ (۴)

۰/۲۵ (۳)

نگاه به گذشته



۱۶۹- در شکل مقابل، جرم نخ، قرقره و کلیه‌ی اصطکاک‌ها ناچیز است.

اندازه‌ی برآیند نیروهای وارد بر وزنه‌ی ۲ کیلوگرمی برابر با چند نیوتون

است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

۱۰ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۷۰- اندازه‌ی تکانه‌ی جسمی که با سرعت ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است برابر با $12 \frac{kg \cdot m}{s}$

می‌باشد. نیرویی به بزرگی F در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود تا در مدت ۲s، سرعت حرکت

جسم را به $\frac{1}{4}$ مقدار اولیه‌ی آن برساند. اندازه‌ی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟

۶ (۴)

۴/۵ (۳)

۳ (۲)

۱/۵ (۱)

فیزیک ۲

توجه :

دانش‌آموزان گرامی، توجه کنید که دروس فیزیک (۲) و فیزیک (۳) به صورت زوج کتاب است؛ یعنی شما باید به یکی از دو دسته سؤال فیزیک (۲) و یا فیزیک (۳) (فقط به یکی از آن‌ها) پاسخ دهید.

۱۵ دقیقه

فیزیک ۲

کار و انرژی

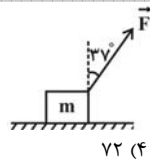
صفحه‌های ۹۴ تا ۱۱۵

فیزیک ۱

فصل ۱ انرژی

صفحه‌های ۱ تا ۳۰

محل انجام محاسبات



۱۷۱- مطابق شکل مقابل، جسمی به جرم $m = 5 \text{ kg}$ تحت اثر نیروی ثابت $\vec{F}$ با

اندازه‌ی 15 N ، با سرعت ثابت $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی سطح افقی جابه‌جا می‌شود. کار این نیرو در

مدت 2 s برابر با چند ژول است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)

- (۱) ۲۷ (۲) ۳۶ (۳) ۵۴ (۴) ۷۲

۱۷۲- جسمی به جرم یک کیلوگرم، در شرایط خلأ و از ارتفاع معینی از سطح زمین از حال سکون رها می‌شود و بعد از ۴ ثانیه

به سطح زمین می‌رسد. کار نیروی وزن در ثانیه‌ی سوم سقوط چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۲۵۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۴۵۰

۱۷۳- جرم جسمی 2 kg و اندازه‌ی سرعت آن در یک مسیر مستقیم برابر با مقدار ثابت 7 m/s است. اگر اندازه‌ی سرعت آن $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

افزایش یابد، انرژی جنبشی آن ۴ برابر می‌شود. انرژی جنبشی آن قبل از افزایش سرعت چند ژول بوده است؟

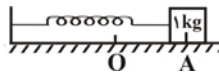
- (۱) ۴۸ (۲) ۶۴ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۱۷۴- معادله‌ی حرکت متحرکی به جرم 4 kg در SI به صورت $x = t^2 - 2t$ است. کار برابند نیروهای وارد بر آن در سه ثانیه اول حرکتش، چند ژول است؟

- (۱) صفر (۲) ۲۴ (۳) ۱۲ (۴) ۳۶

۱۷۵- مطابق شکل مقابل، روی سطح افقی بدون اصطکاک، جسمی به جرم 1 kg که به

فنری به جرم ناچیز متصل است، از حالت آزاد فنر (نقطه‌ی O) تا نقطه‌ی A کشیده شده



است. اگر بعد از رها کردن، جسم با سرعت $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از نقطه‌ی O عبور کند، کار نیروی فنر

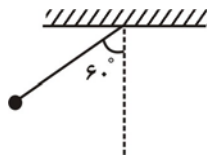
در جابه‌جایی جسم از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی O برابر با چند ژول است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

۱۷۶- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع H از سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می‌شود. هنگامی که گلوله در ارتفاع $\frac{H}{5}$ از

سطح زمین قرار دارد، نسبت انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل گرانشی آن کدام است؟ (سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود.)

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۴



۱۷۷- مطابق شکل مقابل، آونگی به جرم m و طول $2/5$ متر را به اندازه‌ی 60° از وضعیت قائم منحرف و از حال سکون رها می‌کنیم. اندازه‌ی سرعت آونگ هنگام عبور از وضعیت قائم

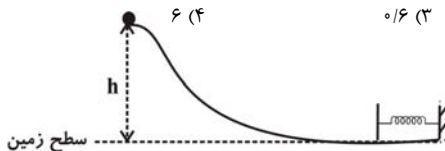
چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و از تمامی اصطکاک‌ها صرف نظر شود.)

- (۱) ۵ (۲) $\sqrt{50}$ (۳) ۲۵ (۴) جرم گلوله‌ی آونگ باید معلوم باشد.

۱۷۸- جسمی از ارتفاع 30 متری سطح زمین، بدون سرعت اولیه از حال سکون رها می‌شود و با سرعت $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به سطح زمین

می‌رسد. اگر کار نیروی مقاومت هوا روی جسم طی این جابه‌جایی برابر با 30 J باشد، جرم جسم چند کیلوگرم

است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



۱۷۹- مطابق شکل مقابل، گلوله‌ای به جرم 5 kg از حال

سکون و از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود و در

انتهای مسیر به فنری برخورد کرده و آنرا فشرده

می‌کند. اگر بیش‌ترین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره

شده در مجموعه‌ی گلوله و فنر برابر با 20 J باشد و 20%

از انرژی اولیه‌ی گلوله صرف غلبه بر نیروی اصطکاک در طول مسیر شود، ارتفاع h چند سانتی‌متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود.)

- (۱) ۵/۵ (۲) ۰/۴ (۳) ۵۰ (۴) ۴۰

۱۸۰- یک موتور الکتریکی با بازدهی 80% و توان مصرفی 3 kW ، وزنه‌ای به جرم 24 kg را با سرعت ثابت در راستای قائم

بالا می‌برد. با صرف نظر کردن از همه‌ی اصطکاک‌ها، سرعت بالا رفتن وزنه چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) ۱ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۲ (۴) ۲/۵

۱۵ دقیقه

فیزیک ۳

جریان الکتریکی

صفحه های ۹۹ تا ۱۳۷

فیزیک ۱

فصل ۳: الکتریسیته

صفحه های ۶۶ تا ۸۶

محل انجام محاسبات

۱۸۱- در کدام یک از حالت های زیر، مقاومت الکتریکی یک قطعه مس با طول و قطر مقطع مشخص شده، بیش تر از بقیه ی گزینه ها است؟ (دما ثابت فرض شود).

(۱) طول $\frac{L}{4}$ و قطر مقطع $\frac{D}{4}$

(۲) طول $2L$ و قطر مقطع $2D$

(۳) طول $\frac{L}{4}$ و قطر مقطع $2D$

(۴) طول $2L$ و قطر مقطع $\frac{D}{4}$

۱۸۲- اگر دمای رشته ی درون یک لامپ را 2250° درجه ی سلسیوس افزایش دهیم، توان مصرفی آن با همان ولتاژ

قبلی چگونه تغییر می کند؟ (ضریب دمایی مقاومت رشته ی درون لامپ برابر با $\frac{1}{C} \times 10^{-3}$ است).

(۱) ۱۰ درصد کاهش می یابد.

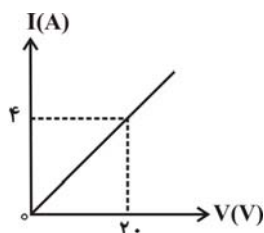
(۲) ۱۰ درصد افزایش می یابد.

(۳) ۹۰ درصد کاهش می یابد.

(۴) ۹۰ درصد افزایش می یابد.

۱۸۳- نمودار $I - V$ زیر مربوط به مقاومت R است که در یک مدار قرار دارد. با قرار گرفتن این مقاومت در یک

مدار دیگر و عبور جریان ۳ آمپری از آن، توان مصرفی اش چند وات خواهد شد؟ (دما ثابت فرض شود).



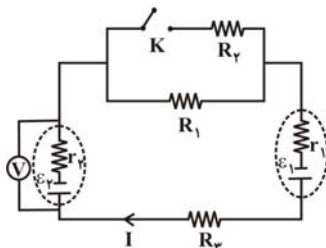
(۱) $4/5$

(۲) 45

(۳) $1/8$

(۴) 18

۱۸۴- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K ، عددی که ولت سنج ایده آل نشان می دهد، چگونه تغییر می کند؟



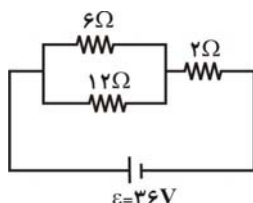
(۱) افزایش می یابد.

(۲) کاهش می یابد.

(۳) ثابت می ماند.

(۴) بسته به شرایط هر سه حالت ممکن است.

۱۸۵- در مدار شکل زیر، انرژی الکتریکی مصرفی در مقاومت 6Ω اهمی در مدت ۱۰ ثانیه برابر با چند ژول است؟



(۱) 480

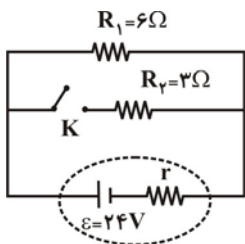
(۲) 720

(۳) 960

(۴) 2160

محل انجام محاسبات

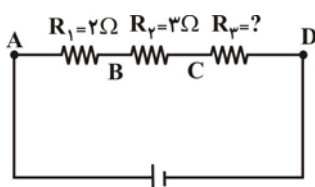
۱۸۶- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، توان مفید مولد بیشینه مقدار خواهد شد. توان مفید مولد قبل از بستن



کلید K برابر با چند وات بوده است؟

- (۱) ۲۸۸
(۲) ۱۴۴
(۳) ۷۲
(۴) ۵۴

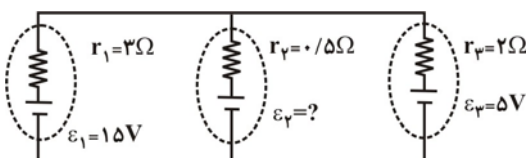
۱۸۷- در مدار شکل زیر، اگر $|V_{AD}| = ۳۳V$ و $|V_{AB}| = ۶V$ باشد، مقاومت الکتریکی R_3 چند اهم است؟ (دما



ثابت است.)

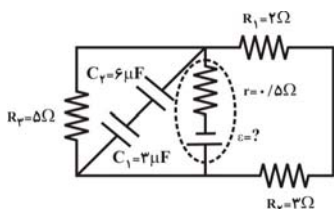
- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۶
(۴) ۱۲

۱۸۸- در مدار شکل زیر، نیروی محرکه‌ی مولد ε_2 چند ولت باشد تا جریانی از آن عبور نکند؟



- (۱) ۸
(۲) ۹
(۳) ۱۰
(۴) ۲۰

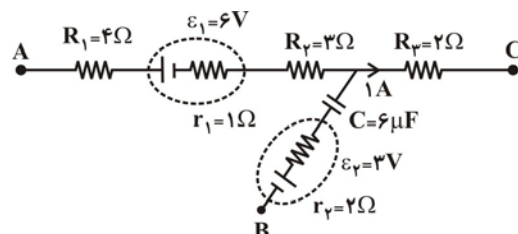
۱۸۹- در مدار شکل زیر، انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن C_1 برابر با $۱۵ \mu J$ است. نیروی محرکه‌ی مولد چند



ولت است؟

- (۱) ۳۵
(۲) ۱۸
(۳) ۱۵
(۴) ۲۰

۱۹۰- شکل زیر، قسمتی از یک مدار الکتریکی است. در این مدار که در حالت پایداری قرار دارد، $V_A - V_C$ چند



ولت است؟

- (۱) ۶
(۲) ۹
(۳) ۱۲
(۴) ۱۶

پروژه‌ی «۳» - آزمون ۳۲ آذر

شیمی پیش‌دانشگاهی

سینتیک شیمیایی + تعادل شیمیایی

شیمی پیش‌دانشگاهی

(مفهوم برگشت‌پذیری / تعادل‌های شیمیایی / تعادل‌های همگن و ناهمگن / محاسبه‌ی ثابت تعادل و غلظت‌های تعادلی / تفسیر ثابت تعادل / پیش‌بینی جهت پیشرفت واکنش / عوامل مؤثر بر تعادل / فرایند هابر)

صفحه‌های ۱ تا ۴۷

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

۱۹۱- یک مول A و دو مول B را در یک ظرف در بسته قرار می‌دهیم. پس از آن که ۸۰ درصد آن‌ها مصرف شد،

واکنش گازی $A(g) + 2B(g) \rightleftharpoons 3C(g) + D(g)$ به تعادل می‌رسد. تعداد کل مولکول‌های موجود در این

سامانه در لحظه‌ی تعادل کدام است؟ (عدد آووگادرو را به‌طور تقریبی برابر 6×10^{23} در نظر بگیرید.)

$$(۱) \quad 2/28 \times 10^{24} \quad (۲) \quad 2/76 \times 10^{24}$$

$$(۳) \quad 3/8 \times 10^{24} \quad (۴) \quad 3 \times 10^{24}$$

۱۹۲- در سامانه‌ی تعادلی $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$ ، حجم ظرف را دو برابر می‌کنیم. کدام مورد روی نمی‌دهد؟

(۱) مقدار K تغییر نمی‌کند. (۲) شدت رنگ قهوه‌ای در تعادل جدید از شدت رنگ قهوه‌ای در تعادل اولیه کم‌تر خواهد بود.

(۳) مقداری از N_2O_4 مصرف می‌شود. (۴) در لحظه‌ی ابتدایی این تغییر، $Q < K$ می‌شود.

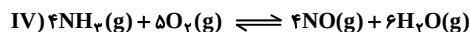
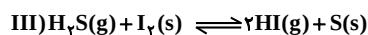
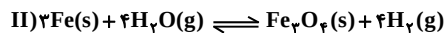
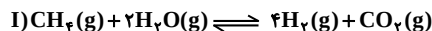
۱۹۳- تعادل $Fe_2O_3(s) + 3CO(g) \rightleftharpoons 2Fe(s) + 3CO_2(g)$ با $K = 8$ ، در ظرف ۱۰ لیتری سربسته برقرار شده است. اگر بدانیم مقدار Fe_2O_3 ،

Fe و CO_2 در لحظه‌ی تعادل به ترتیب ۰/۳، ۰/۴ و ۰/۴ مول است، مقدار CO در لحظه‌ی تعادل چند گرم است؟ ($CO = 28 \text{ g.mol}^{-1}$)

$$(۱) \quad 5/6 \quad (۲) \quad 8/4$$

$$(۳) \quad 0/56 \quad (۴) \quad 0/84$$

۱۹۴- با توجه به تعادل‌های داده شده، کدام بیان نادرست است؟ (دما ثابت است.)



(۱) تعادل (II)، نمونه‌ای از یک تعادل شیمیایی ناهمگن سه فازی است و افزایش فشار بر جابه‌جایی آن مؤثر نیست.

(۲) یکای ثابت تعادل‌های (III) و (IV) مشابه بوده و برابر mol.L^{-1} است.

(۳) با کاهش حجم ظرف واکنش، تعادل (I) در جهت برگشت جابه‌جا شده و مقدار K کاهش می‌یابد.

(۴) با افزایش مقدار NH_3 در تعادل (IV)، در نخستین لحظه‌ی اعمال تغییر، خارج قسمت واکنش (Q) کاهش می‌یابد و تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌گردد.

۱۹۵- x مول A و ۱۲ مول B را در ظرفی سربسته به حجم ۳ لیتر می‌ریزیم تا تعادل گازی: $2B(g) + A(g) \rightleftharpoons cC(g)$ ، $K = 0/5 \text{ mol}^{-1} \cdot L$ ،

برقرار شود. در صورتی که در لحظه‌ی تعادل ۴ مول C در ظرف وجود داشته باشد، مقدار اولیه‌ی A چند مول است؟ (دما در حین آزمایش

ثابت است.)

$$(۱) \quad 2/5 \quad (۲) \quad 3/5 \quad (۳) \quad 10 \quad (۴) \quad 2/125$$

۱۹۶- کدام مطلب در مورد فرایند هابر نادرست است؟

- (۱) در فرآیند هابر، کاتالیزگر کمک می‌کند تا در دماهای به نسبت بالاتری، آمونیاک سریع‌تر تشکیل شود.
- (۲) یکی از ویژگی‌های اصلی فرآیند هابر، خارج کردن $\text{NH}_3(\text{g})$ از محیط واکنش از طریق مایع کردن گاز آمونیاک است.
- (۳) از کاتالیزگرهای فرآیند هابر، می‌توان Fe ، MgO و Al_2O_3 را نام برد.
- (۴) برای تولید آمونیاک به روش هابر، نیتروژن مورد نیاز از تقطیر هوای مایع به دست می‌آید.
- ۱۹۷- در واکنش شیمیایی: $\text{A}(\text{g}) \rightarrow 2\text{B}(\text{g})$ ، همانند اغلب واکنش‌ها، با گذشت زمان، غلظت $\text{A}(\text{g})$ ، غلظت $\text{B}(\text{g})$ ، سرعت مصرف $\text{A}(\text{g})$ و سرعت تولید $\text{B}(\text{g})$ به ترتیب ... می‌یابند.

- (۱) کاهش، افزایش، کاهش و کاهش
(۲) کاهش، افزایش، کاهش و افزایش
(۳) افزایش، کاهش، افزایش و کاهش
(۴) افزایش، کاهش، افزایش و افزایش

۱۹۸- با توجه به واکنش: $\text{A}(\text{g}) + 2\text{B}(\text{g}) \rightarrow \text{C}(\text{g})$ ، غلظت A در آزمایش ۴، کدام است؟

شماره‌ی آزمایش	$[\text{A}](10^{-1} \text{ mol.L}^{-1})$	$[\text{B}](10^{-1} \text{ mol.L}^{-1})$	سرعت واکنش ($\text{mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$)
۱	۰/۱	۰/۱	0.4×10^{-3}
۲	۰/۲	۰/۱	1.6×10^{-3}
۳	۰/۳	۰/۴	2.2×10^{-3}
۴	X	۲/۵	7.2×10^{-4}

(۱) 0.6 mol.L^{-1}

(۳) 0.4 mol.L^{-1}

(۴) 0.04 mol.L^{-1}

(۲) 0.06 mol.L^{-1}

۱۹۹- در واکنش فرضی: $\text{A} + 2\text{BC} \rightarrow 2\text{B} + \text{AC}$ ، برای تشکیل پیچیده‌ی فعال، مقدار 90 kJ گرما لازم است. اگر از تجزیه پیچیده فعال 100 kJ

گرما آزاد شود، انرژی پیوند $\text{A}-\text{C}$ ، برابر چند کیلوژول برمول است؟ (60 kJ.mol^{-1} انرژی پیوند $\text{B}-\text{C}$)

(۱) ۳۰

(۲) ۵۵

(۳) ۶۵

(۴) ۷۰

۲۰۰- اگر ۲ مول CaCO_3 در ظرف ۳ لیتری در بسته تا دمای 827°C گرم شود، شمار تقریبی مولکول‌های CO_2 موجود در ظرف، پس از

برقراری تعادل، کدام است؟ ($K = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$)

(۱) $1/8 \times 10^{22}$

(۲) $1/8 \times 10^{23}$

(۳) 6×10^{21}

(۴) 6×10^{22}

پروژه‌ی «۳» - آزمون ۳۲ آذر

ترکیب‌های کووالانسی

شیمی ۲

صفحه‌های ۷۱ تا ۱۰۰

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲

دانش‌آموزان گرامی، توجه کنید که شیمی پایه زوج کتاب است و شما باید به یکی از دو دسته سؤال‌های «شیمی ۲» یا «شیمی ۳» پاسخ دهید.

۲۰۱- کدام یک از پیوندهای داده شده دارای کم‌ترین انرژی پیوند است؟



۲۰۲- کدام مطلب در مورد مقایسه‌ی مولکول‌های CO_2 و CO نادرست است؟

(۱) مولکول CO_2 ناقطبی و مولکول CO قطبی است.

(۲) نام مولکول CO_2 بر پایه‌ی عدد اکسایش اتم مرکزی، کربن «IV» اکسید و نام مولکول CO کربن «II» اکسید است.

(۳) شمار قلمروهای الکترونی اتم کربن در هر دو مولکول برابر ۲ است.

(۴) نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در مولکول CO_2 به تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در مولکول CO برابر سه است.

۲۰۳- کدام ترکیب زیر ساختار خطی ندارد؟



۲۰۴- در مورد مولکول‌های «هیدروژن سیانید- تتراکلرومتان- کربن دی‌سولفید و دی‌نیتروژن اکسید» کدام مطلب نادرست است؟

(۱) شمار قلمروهای الکترونی اتم مرکزی در مولکول‌های هیدروژن سیانید و دی‌نیتروژن اکسید برابر بوده و هر دو مولکول قطبی هستند.

(۲) تعداد پیوند کووالانسی در هر چهار مولکول یکسان است و اتم‌های مرکزی در هر چهار مولکول فاقد زوج الکترون ناپیوندی هستند.

(۳) در مولکول‌های کربن دی‌سولفید و دی‌نیتروژن اکسید نسبت تعداد الکترون‌های پیوندی به تعداد الکترون‌های ناپیوندی برابر است.

(۴) تتراکلرومتان مولکولی ناقطبی بوده و در آن نسبت زوج الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی برابر ۴ است.

۲۰۵- در کدام گزینه، عدد اکسایش اتم مورد نظر، در گونه‌های داده شده برابر نیست؟

(۱) کروم در یون‌های کرومات و دی‌کرومات (۲) اکسیژن در یون‌های نیتрат و پرمنگنات

(۳) فسفر در فسفریک اسید و یون هیدروژن فسفات (۴) اکسیژن در مولکول‌های اکسیژن دی‌فلوئورید و دی‌کلر مونواکسید

۲۰۶- کدام دو گونه دارای شکل هندسی یکسان و زاویه‌ی پیوندی متفاوت هستند؟



۲۰۷- شکل هندسی OF_2 مانند شکل هندسی ... و تعداد جفت الکترون‌های پیوندی مولکول آن مانند ... و تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی

پیرامون اتم مرکزی آن مانند ... است.



۲۰۸- تعداد پیوند کووالانسی در کدام ترکیب زیر با سه ترکیب دیگر متفاوت است؟



۲۰۹- در کدام گزینه، هر دو مولکول ناقطبی هستند و شمار جفت الکترون‌های پیوندی آن‌ها برابر است؟



۲۱۰- زاویه‌ی پیوندی در کدام یک از گونه‌های داده شده، بیش‌تر از سایر موارد است؟



پروژه‌ی «۳» - آزمون ۳۳ آذر

ترمودینامیک شیمیایی
+ محلول‌ها

شیمی ۳

(تا سر غلظت و دیگر روش‌های
بیان آن)

صفحه‌های ۵۹ تا ۸۹

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳

۲۱۱- آنتالپی استاندارد سوختن اتن، کدام است؟

(۱) -732 kJ.mol^{-1}

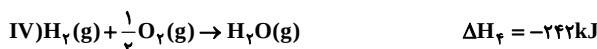
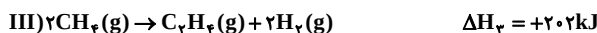
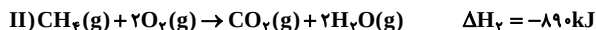
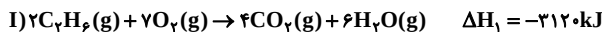
(۲) $-1126 \text{ kJ.mol}^{-1}$

(۳) $-1220 \text{ kJ.mol}^{-1}$

(۴) $-1224 \text{ kJ.mol}^{-1}$

-394 kJ.mol^{-1}	آنتالپی استاندارد سوختن گرافیت
-242 kJ.mol^{-1}	آنتالپی استاندارد تشکیل $\text{H}_2\text{O(g)}$
$+52 \text{ kJ.mol}^{-1}$	آنتالپی استاندارد تشکیل $\text{C}_2\text{H}_4\text{(g)}$

۲۱۲- با استفاده از واکنش‌های زیر و مقادیر ΔH آن‌ها، مقدار ΔH واکنش $\text{C}_2\text{H}_4\text{(g)} + \text{H}_2\text{(g)} \rightarrow \text{C}_2\text{H}_6\text{(g)}$ کدام است؟



(۴) -630 kJ

(۳) -180 kJ

(۲) $+180 \text{ kJ}$

(۱) $+630 \text{ kJ}$

۲۱۳- گرمای تشکیل مولی گاز هیدرازین (N_2H_4) از گازهای نیتروژن و هیدروژن برابر با -96 kJ.mol^{-1} است. اگر آنتالپی پیوندهای $\text{N}-\text{N}$ ، $\text{H}-\text{H}$ و $\text{N} \equiv \text{N}$ به ترتیب ۳۵۱، ۴۳۵ و ۹۴۱ کیلوژول بر مول باشد، آنتالپی پیوند $\text{N}-\text{H}$ چند کیلوژول بر مول خواهد بود؟

(۴) ۱۵۵۶

(۳) ۱۱۲۱

(۲) ۳۸۹

(۱) ۲۸۰/۲۵

۲۱۴- در فرایند حل شدن کدام ماده در آب، آنتالپی عامل مساعد اما آنتروپی عامل نامساعد است؟

(۴) گاز آمونیاک

(۳) پتاسیم نیترات

(۲) گاز آرگون

(۱) سدیم کلرید

۲۱۵- اگر در مخلوط یخ و آب در دمای 0°C تعادل برقرار شود و آنتالپی ذوب یخ برابر $+6/02$ کیلوژول بر مول باشد، مقدار ΔS برای فرایند ذوب، تقریباً چند $\frac{\text{J}}{\text{K}}$ است؟

(۴) $-20/2$

(۳) $-22/05$

(۲) $+22/05$

(۱) $+20/2$

۲۱۶- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) هگزان، اتانول و استون جزء حلال‌های آلی بوده و مولکول‌هایی قطبی دارند.

(۲) اتانول مایعی فرار بوده و به هر میزان در آب حل می‌شود و پس از آب مهم‌ترین حلال صنعتی است.

(۳) استون از جمله حلال‌های پرکاربرد در آزمایشگاه‌های شیمی به شمار می‌آید و فرمول مولکولی آن به صورت $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$ است.

(۴) هگزان مایعی بی‌رنگ و فراری است که از نفت خام به دست می‌آید و فرمول مولکولی آن به صورت C_6H_{14} است.

۲۱۷- با توجه به جدول داده شده، قدر مطلق انرژی فروپاشی شبکه بلور کدام نمک بیش‌تر از قدر مطلق انرژی آبپوشی است؟

نوع نمک	دما	انحلال پذیری	دما	انحلال پذیری
A	۲۰	۰/۲	۳۵	۲/۲
B	۲۵	۳/۵	۳۰	۳/۵
C	۱۰	۳/۲	۲۵	۲/۴
D	۲۰	۵/۷	۳۵	۴/۲

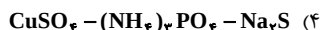
A (۱)

C (۲)

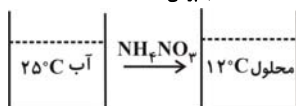
D (۳)

B (۴)

۲۱۸- کدام دسته از ترکیبات زیر، همگی در آب محلول هستند؟



۲۱۹- با توجه به شکل زیر می‌توان دریافت که انحلال NH_4NO_3 در آب ... و مقدار ΔH شبکه ΔH ... از مقدار ΔH یون‌هاست و با ...



آنتروپی همراه بوده و انحلال NH_4NO_3 در دماهای ... بهتر انجام می‌شود.

(۲) گرماده - بیش‌تر - افزایش - بالا

(۱) گرماگیر - بیش‌تر - افزایش - بالا

(۴) گرماگیر - کم‌تر - کاهش - پایین

(۳) گرماده - کم‌تر - کاهش - پایین

۲۲۰- با توجه به نمودار مقابل، به جای x کدام دو مورد نمی‌تواند قرار بگیرد؟

ت - کاهش فشار

پ - کاهش دما

ب - افزایش فشار

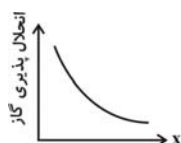
آ - افزایش دما

(۲) پ، ت

(۱) آ، ب

(۴) پ، ب

(۳) آ، ت





دفترچه‌ی پاسخ

آزمون

۲۲ آذر ماه ۹۲

پیش‌دانشگاهی ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»



دیفرانسیل

۸۱- گزینه‌ی «۲»

(عمیر علیزاده)

$$\begin{aligned} a/36 &= \frac{b}{22} \Rightarrow \frac{a \cdot 36 - a}{99} = \frac{10 \cdot a + 36 - a}{99} = \frac{b}{22} \\ \Rightarrow \frac{99a + 36}{99} &= \frac{b}{22} \Rightarrow 99a + 36 = \frac{9b}{2} \Rightarrow 11a + 4 = \frac{b}{2} \\ b &= 22a + 8 \xrightarrow{a=1} b = 22 \times 1 + 8 = 30 \Rightarrow a \times b = 30. \end{aligned}$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۷ و ۸)

۸۲- گزینه‌ی «۳»

(امیرحسین افشار)

$$\begin{aligned} |2x + 3| < x^2 &\Rightarrow -x^2 < 2x + 3 < x^2 \\ (1) \text{ همواره برقرار است } \Delta &= -8 < 0 \Rightarrow -x^2 < 2x + 3 \Rightarrow 0 < x^2 + 2x + 3 \\ 2x + 3 < x^2 &\Rightarrow 0 < x^2 - 2x - 3 \\ \Rightarrow 0 < (x - 3)(x + 1) &\Rightarrow x \in \mathbb{R} - [-1, 3] \quad (2) \end{aligned}$$

از اشتراک (۱) و (۲) مجموعه‌ی جواب $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ به دست می‌آید.

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۸۳- گزینه‌ی «۲»

(معمودرضا اسلامی)

با نوشتن چند جمله‌ی ابتدایی از هر دنباله، مشخص می‌شود که گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» صعودی نیستند.

$$\text{گزینه‌ی «۱» : } \circ, -\frac{\sqrt{2}}{2}, \dots$$

$$\text{گزینه‌ی «۳» : } \circ, -\frac{1}{2}, \dots$$

$$\text{گزینه‌ی «۴» : } \circ, -1, \circ, \dots$$

در گزینه‌ی «۲» یعنی $a_n = \sin\left(\frac{\pi n}{2n+1}\right)$ با افزایش n ، عبارت $\frac{\pi n}{2n+1}$ افزایش یافته و از آنجا که کمان سینوس همواره در بازه‌ی $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$ قرار دارد، مقدار سینوس مرتباً افزایش می‌یابد. لذا $\{a_n\}$ دنباله‌ای صعودی است.

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۸۴- گزینه‌ی «۳»

(سؤال‌های پر تکرار - سؤال ۱۸ - صفحه‌ی ۱۳)

(تبدیل به تست: هاری پلاور)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times 2^n}{2^n + 1} = 2$$

$$\left| \frac{2 \times 2^n}{2^n + 1} - 2 \right| < \frac{1}{150} \Rightarrow \left| \frac{2 \times 2^n - 2 \times 2^n - 2}{2^n + 1} \right| < \frac{1}{150}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{2}{2^n + 1} \right| < \frac{1}{150} \Rightarrow \frac{2^n + 1}{2} > 150$$

$$\Rightarrow 2^n > 299 > 2^8 \Rightarrow n \geq 9$$

بنابراین به ازای هشت مقدار n ، جملات دنباله در نامساوی صدق نمی‌کنند.

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۸۵- گزینه‌ی «۲»

(امیر هوشنگ فمسه)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$$

بنابراین طبق تعریف دنباله‌های واگرا به $(-\infty)$ ، M ی وجود دارد که:

$$n \geq M \Rightarrow a_n < k \quad (k < 0)$$

طبق فرض سؤال:

$$n \geq M \Rightarrow -n^2 - 6n \leq -9991 \Rightarrow -n^2 - 6n - 9 \leq -10000$$

$$\Rightarrow (n+3)^2 \geq 10000 \Rightarrow n+3 \geq 100 \Rightarrow n \geq 97$$

توجه داشته باشید که با توجه به صورت سؤال عبارت $(a_n < k)$ به $(a_n \leq k)$ تبدیل شده است.

(دیفرانسیل - صفحه‌ی ۳۹)

۸۶- گزینه‌ی «۱»

(مرتضی روزبهانی)

اگر دنباله‌ی $\{a_n\}$ به L همگرا باشد. آنگاه:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{1 + a_n}$$

$$\Rightarrow L = \frac{2}{1 + L} \Rightarrow L^2 + L - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L = 1 \\ L = -2 \end{cases} \text{ غ.ق.}$$

چون جملات دنباله نامنفی است $L = 1$ قابل قبول است.

(دیفرانسیل - صفحه‌ی ۵۰)

۸۷- گزینه‌ی «۴»

(مرتضی روزبهانی)

با توجه به این که $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{bn} = e^{ab}$ داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{\frac{n}{2}} = e^{\frac{a}{2}} = e^{-1} \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{a}{n}\right)^{2n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{2n} = e^4$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۸۸- گزینه ی «۱»

(سؤال های پرتکرار - سؤال ۵۹ - صفحه ی ۲۱)

(تبدیل به تست: هاری پلور)

$$a_n = \frac{n+2-1}{n+2} = 1 - \frac{1}{n+2}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{n+2} + [-1 + \frac{1}{n+2}]}{1 - \frac{1}{n+2} - 2}$$

$$= \frac{1-0-1}{-1-0} = \frac{0}{-1} = 0$$

(دیفرانسیل - صفحه های ۵۵ تا ۶۸)

۸۹- گزینه ی «۲»

(سؤال های پرتکرار - سؤال ۶۲ قسمت ۱۲ - صفحه ی ۲۱)

(تبدیل به تست: هاری پلور)

با توجه به این که $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$ است، بنابراین می توان

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right) x = \lim_{x \rightarrow 0} x$$

نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \tan x = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right) x = \lim_{x \rightarrow 0} x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos ax} - \sqrt{\cos bx}}{\tan^2 x - \sin^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{\cos ax} - \sqrt{\cos bx}}{x^2 - x^2} \times \frac{\sqrt{\cos ax} + \sqrt{\cos bx}}{\sqrt{\cos ax} + \sqrt{\cos bx}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos ax - \cos bx}{x^2(1-x)(1+x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin\left(\frac{a+b}{2}x\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}x\right)}{2x^2(1-x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2\left(\frac{a+b}{2}x\right)\left(\frac{a-b}{2}x\right)}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(b^2 - a^2)x^2}{4x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{b^2 - a^2}{4} = 2 \Rightarrow b^2 - a^2 = 8$$

به ازای $a = 1$ و $b = 3$ تساوی فوق برقرار است.

(دیفرانسیل - صفحه های ۵۵ و ۶۹ تا ۷۴)

۹۰- گزینه ی «۳»

(میرهادی سرکارفرشی)

$$a_n = \frac{2n+3}{n+4} = \frac{2n+8-5}{n+4} = 2 - \frac{5}{n+4} < 2$$

پس باید گزینه ای را انتخاب کنیم که به ۲ از راست میل کند. در گزینه ی «۳»

$$\frac{2n+3}{n-1} = \frac{2n-2+5}{n-1} = 2 + \frac{5}{n-1}$$

داریم:

این دنباله در بی نهایت بزرگ تر از ۲ است.

(دیفرانسیل - صفحه های ۵۳ تا ۶۰)

۹۱- گزینه ی «۳»

(مفهوم مضطبی ابراهیمی)

این تابع در تمامی نقاط $a \in \mathbb{R}$ حد دارد و مقدار حد آن برابر با ۱ است. یعنی:

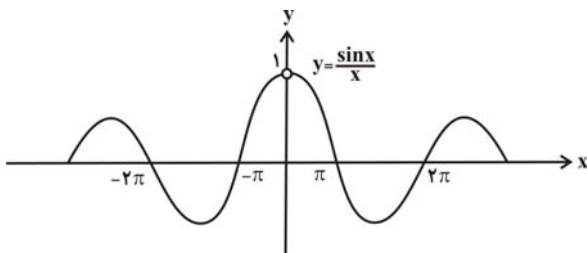
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1$$

(دیفرانسیل - صفحه های ۵۳ تا ۶۰)

۹۲- گزینه ی «۳»

(هاری پلور)

با توجه به نمودار $y = \frac{\sin x}{x}$ در همسایگی $x = 0$ می توان نتیجه گرفت:



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1^- \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1 \cdot \sin x}{x} \right] = [1 \cdot (1^-)] = [(1 \cdot 0)^-] = 99$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{99x}{\sin x} \right] = [99 \times 1^+] = [99^+] = 99$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 99 - 99 = 0$$

(دیفرانسیل - صفحه ی ۵۴)

۹۳- گزینه ی «۲»

(سؤال های پرتکرار - سؤال ۸۰ - صفحه ی ۲۴)

(تبدیل به تست: هاری پلور)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x} = \frac{1+0}{1-(1^-)} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

(دیفرانسیل - صفحه های ۶۰ تا ۶۴)

۹۴- گزینه ی «۴»

(امیرمسین افشار)

$$H(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}, \quad \text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} [f(x)] = [2^-] = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} H(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \text{sgn}(f(x)) = \text{sgn}(0^-) = -1 \end{cases} \Rightarrow A = 1 + 1 - 1 = 1$$

(دیفرانسیل - صفحه ی ۶۸)

۹۸- گزینه‌ی «۲»

(کاتخم ایلالی)

اگر فرض کنیم: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = L_1$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = L_2$ خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (f - g)(x) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = L_1 - L_2 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{f}{g} \right)(x) = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 2} g(x)} = \frac{L_1}{L_2} = 3$$

$$\begin{cases} L_1 - L_2 = 2 \\ L_1 = 3L_2 \end{cases} \Rightarrow 3L_2 - L_2 = 2 \Rightarrow L_2 = 1 \Rightarrow L_1 = 3$$

پس می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} (f(x+1) + g(2x)) &= \lim_{x \rightarrow 2} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \\ &= L_1 + L_2 = 4 \end{aligned}$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

۹۹- گزینه‌ی «۴»

(سراسری ریاضی - ۸۹)

$$\frac{(a+5) + (3a-7)}{2} = 3 \Rightarrow 4a-2=6$$

$$4a=8 \Rightarrow a=2$$

$$\text{شعاع همسانی} = \frac{(a+5) - (3a-7)}{2} = \frac{-2a+12}{2} = -a+6 \stackrel{a=2}{=} 4$$

(مسایان - صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۳)

۱۰۰- گزینه‌ی «۳»

(عمید علینازره)

فرض می‌کنیم $a_n = \sqrt{3} + \frac{1}{n}$ و $b_n = \frac{[\sqrt{3}n]}{n}$. جمله‌های دنباله‌ی a_n همواره اعداد گنگ هستند، زیرا مجموع یک عدد گنگ و گویا هستند و جملات دنباله‌ی b_n اعداد گویا است زیرا به صورت نسبت دو عدد گویا هستند.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{3} + \frac{1}{n} \right) = \sqrt{3}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\sqrt{3}n]}{n} = \sqrt{3}$$

$$\left. \begin{aligned} a_n \notin Q &\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = 2 \\ b_n \in Q &\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} f(x) \text{ موجود نیست.}$$

توجه:

$$x-1 < [x] \leq x \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم به } x} 1 - \frac{1}{x} < \frac{[x]}{x} \leq 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right) < \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{[x]}{x} \leq \lim_{x \rightarrow \infty} 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{[x]}{x} = 1$$

توجه: به ازای $x < 0$ نیز به همین صورت اثبات می‌شود.

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۵۳ تا ۶۰)

۹۵- گزینه‌ی «۴»

(معمرمصطفی ابراهیمی)

تابع f در $x=a$ دارای حدی برابر L است هرگاه به ازای هر دنباله از عضوهای دامنه‌ی f مانند $\{a_n\}$ که به a همگراست، $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = L$ باشد.

عبارت فوق بیان نمی‌کند که اگر تنها یک دنباله مانند $\left\{ \frac{1}{n} \right\}$ پیدا شود

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{n}\right) = L \text{ آنگاه تابع } f \text{ به } L \text{ همگراست.}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in Q \\ -1, & x \notin Q \end{cases} \text{ به مثال نقض زیر توجه کنید:}$$

$$\text{تابع } f \text{ در هیچ نقطه‌ای حد ندارد! ولی } \lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{n}\right) = 1 \text{ است!}$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۵۳ تا ۶۰)

۹۶- گزینه‌ی «۳»

(هاری پلاور)

چون f یک تابع درجه‌ی دوم است، پس معادله‌ی آن به صورت $f(x) = ax^2 + bx + c$ خواهد بود. از طرفی با توجه به این که f در $(-1, 0)$ مینیمم دارد و حد چپ و حد راست تابع g در $x=-1$ برابر است، نمودار تابع $g(x)$ به صورت زیر است:

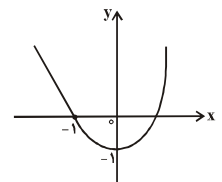
$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} g(x) = 0$$

با توجه به نمودار، مختصات نقطه‌ی $(-1, 0)$ در معادله‌ی تابع f صدق می‌کند، داریم:

$$\begin{cases} f(-1) = a - b + c = 0 \\ f(0) = -1 \Rightarrow c = -1 \\ \frac{-b}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = x^2 - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2^2 - 1 = 3$$

(مسایان - صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹ و دیفرانسیل - ۶۹ تا ۷۴)



۹۷- گزینه‌ی «۳»

(کاتخم ایلالی)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x+1} - \sqrt{x+a}) \left(\frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+a}}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+a}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x} + \sqrt{x-1}) \left(\frac{x+1-x-a}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+a}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+a}} \right) (1-a) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{x}} \right) (1-a)$$

$$= 1-a \Rightarrow 1-a = 2a-5 \Rightarrow 3a=6 \Rightarrow a=2$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

ریاضی پایه

۱۰۱- گزینه‌ی ۱»

(مرتضی روزبهانی)

از این که $|x+y| < |x| + |y|$ نتیجه می‌شود که x و y مختلف‌العلامه‌اند. پس:

$$\begin{cases} x > 0 \Rightarrow y < 0 \Rightarrow \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} = 1 - 1 = 0 \\ x < 0 \Rightarrow y > 0 \Rightarrow \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} = -1 + 1 = 0 \end{cases}$$

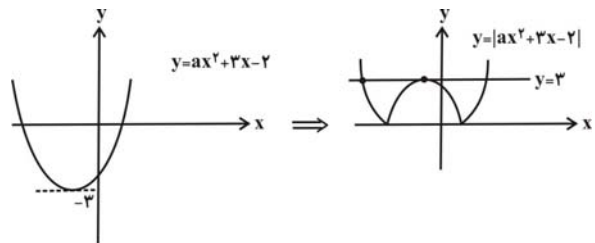
(مسابان- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۱۰۲- گزینه‌ی ۴»

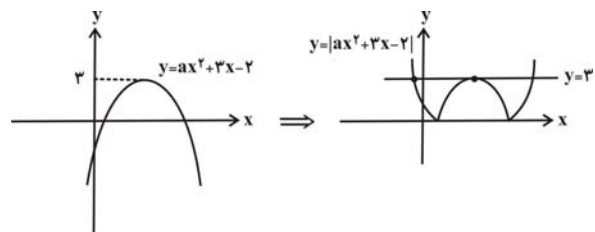
(محمدمصطفی ابراهیمی)

برای آن که این معادله ۳ جواب داشته باشد، دو حالت زیر می‌تواند اتفاق بیفتد:

۱) $a > 0$:



۲) $a < 0$:



بنابراین در حالت اول مقدار می‌نیم تابع $y = ax^2 + 3x - 2$ باید برابر ۳- باشد

و در حالت دوم ماکزیمم تابع باید برابر ۳ باشد. پس:

$$\begin{cases} -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{9+4a}{4a} = -3 \Rightarrow 9+4a=12a \Rightarrow a=\frac{9}{8} \\ -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{9+4a}{4a} = 3 \Rightarrow 9+4a=-12a \Rightarrow a=-\frac{9}{16} \end{cases}$$

(مسابان- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۹)

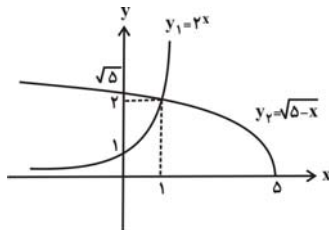
۱۰۳- گزینه‌ی ۳»

(کاظم اچلائی)

نمودار توابع $y_1 = 2^x$ و $y_2 = \sqrt{5-x}$ را رسم می‌کنیم.

مشخص است که مجموعه جواب نامعادله به صورت $1 \leq x \leq 5$ می‌باشد که ۵ عدد

صحیح در آن صدق می‌کند.



(مسابان- صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۱۰۴- گزینه‌ی ۱»

(قاسم کتابچی)

$$|x|^2 + |x| - 2 < 0 \Rightarrow (|x| - 1)(|x| + 2) < 0$$

$$\xrightarrow{|x|+2>0} |x| - 1 < 0 \Rightarrow |x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$$

(مسابان- صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

۱۰۵- گزینه‌ی ۳»

(محمدمصطفی ابراهیمی)

$$\frac{t-1}{2x} = \frac{x+1}{x^2-2x} \Rightarrow (t-1)x(x-2) = 2x(x+1)$$

$$\xrightarrow{x \neq 0} (t-1)(x-2) = 2(x+1)$$

$$(t-1)x - 2(t-1) = 2x + 2 \Rightarrow x = \frac{2t}{t-3}$$

برای آن که معادله جواب نداشته باشد. اولاً باید $x = \frac{2t}{t-3}$ مخرج یکی از کسرها

را صفر کند، یعنی باید مقدار آن یا صفر یا ۲ باشد.

$$\frac{2t}{t-3} = 2 \Rightarrow 2t = 2t - 6 \Rightarrow 0 = -6$$

$$\frac{2t}{t-3} = 0 \Rightarrow t = 0$$

ثانیاً به ازای $t = 3$ مخرج عبارت $\frac{2t}{t-3}$ صفر می‌شود، بنابراین به ازای مقادیر

$t = 3$ معادله جواب ندارد.

(مسابان- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)



۱۰۶- گزینه‌ی «۳»

(حبیب شفیعی)

ابتدا دامنه‌ی متغیر معادله را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 2x+4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \\ 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow -2 \leq x \leq 1$$

مجموعه‌ی اعداد صحیح واقع در دامنه‌ی متغیر معادله، $\{-2, -1, 0, 1\}$ است که در بین آن‌ها فقط $x = -1$ در معادله صدق می‌کند.

(مسابان- صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

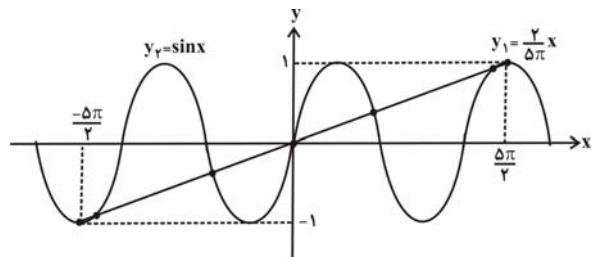
۱۰۷- گزینه‌ی «۳»

(شراره شهبازیان)

$$\frac{x}{\sin x} = \frac{\Delta\pi}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{2x}{\Delta\pi} \quad (x \neq k\pi)$$

محل برخورد نمودارهای $y_1 = \frac{2x}{\Delta\pi}$ و $y_2 = \sin x$ (با فرض $x \neq k\pi$) جواب‌های مسأله است.

دو نمودار ۷ نقطه‌ی برخورد دارند یعنی معادله باید هفت جواب داشته باشد اما از طرفی چون $x \neq 0$ است، تعداد جواب‌های معادله برابر شش می‌شود.



(مسابان- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

۱۰۸- گزینه‌ی «۱»

(حبیب شفیعی)

هر یک از رادیکال‌ها نامنفی‌اند (مثبت یا صفر). جمع چند عبارت نامنفی زمانی صفر است که تک تک آن‌ها صفر باشد.

$$x^4 - 2x = 0 \Rightarrow x(x^3 - 2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \sqrt[3]{2}$$

به جای آن که ریشه‌های رادیکال اول را حساب کنیم، این دو ریشه را در آن امتحان می‌کنیم. $x = 0$ در $x^{13} - 4x^7 + 2x^3 - 4 = 0$ صدق نمی‌کند. اما بر $(x^3 - 2)$ بخش‌پذیر است. زیرا:

$$x^3 - 2 = 0 \Rightarrow x^3 = 2 : (x^3)^4 x - 4(x^3)^2 x + 2x^3 - 4 = 16x - 16x + 4 - 4 = 0$$

پس این معادله فقط یک جواب $x = \sqrt[3]{2}$ دارد.

(مسابان- صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۱۰۹- گزینه‌ی «۲»

(علی یوسفی)

اگر $a = \sqrt{x-1} - x^2$ باشد، آنگاه،

$$|\sqrt{x-1} - x^2 + \frac{1}{\sqrt{x-1} - x^2}| \leq 2 \Rightarrow |a + \frac{1}{a}| \leq 2 \quad (*)$$

می‌دانیم $|a + \frac{1}{a}| \geq 2$ است بنابراین با توجه به (*) می‌توان نتیجه

$$|a + \frac{1}{a}| = 2 \text{ گرفت}$$

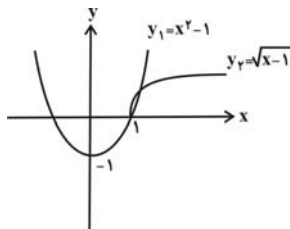
$$a + \frac{1}{a} = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} - x^2 = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x-1} = x^2 + 1 \Rightarrow \text{جواب ندارد.}$$

$$a + \frac{1}{a} = -2 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow \sqrt{x-1} - x^2 = -1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x-1} = x^2 - 1$$

با رسم نمودارهای $y_1 = x^2 - 1$ و $y_2 = \sqrt{x-1}$ مشخص می‌شود این معادله دو جواب دارد. بنابراین مجموعه جواب این معادله دو عضو دارد.



(مسابان- صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۱۱۰- گزینه‌ی «۱»

(میرهای سرکارفرشی)

$$\begin{cases} x \geq 0 & (1) \\ 1-x > 0 \Rightarrow x < 1 & (2) \\ \frac{-1-x}{3x-2} \geq 0 & \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 \leq x < \frac{2}{3} & (3) \end{cases}$$

$$0 \leq x < \frac{2}{3} \Rightarrow \text{اشتراک (1)، (2) و (3)}$$

(ریاضی-۲- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)



هندسه‌ی تحلیلی

۱۱۱- گزینه‌ی «۱»

(علی ساوپی)

می‌دانیم که حجم متوازی‌السطوح بنا شده روی سه بردار a ، b و c عبارت است از:

$$V = |a \cdot (b \times c)| = |c \cdot (a \times b)|$$

$$V = |c \cdot c| = |c|^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20$$

در نتیجه داریم:

(هنرسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۱۷، ۳۱ و ۳۲)

۱۱۲- گزینه‌ی «۱»

(معمربراهیم کیتی زاده)

$$D' : M = (2t + 1, -3t, t)$$

بردار هادی خط D موازی $\overrightarrow{AM}$ است و داریم:

$$u = \overrightarrow{AM} = (2t - 1, -3t + 4, t)$$

$$D \perp D' \Rightarrow u \perp u' \Rightarrow u \cdot u' = 0$$

$$\Rightarrow (2t - 1, -3t + 4, t) \cdot (2, -3, 1) = 0$$

$$\Rightarrow t = 1 \Rightarrow M = (3, -3, 1)$$

(هنرسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷ و ۴۰)

۱۱۳- گزینه‌ی «۲»

(علیرضا شریف‌نظیری)

نقطه‌ی $B = (-1, 0, -1)$ روی صفحه قرار دارد، درنتیجه $\overrightarrow{BA} = (2, 3, m+1)$ است. حال با کمک رابطه‌ی مربوط به فاصله‌ی یکنقطه از صفحه و نرمال صفحه یعنی $n = (3, 0, -4)$ ، داریم:

$$D = \frac{|\overrightarrow{BA} \cdot n|}{|n|} \Rightarrow 2 = \frac{|3 \times 2 + 0 \times 3 - 4(m+1)|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$\Rightarrow |2 - 4m| = 10 \Rightarrow m = -2 \text{ یا } m = 3$$

(هنرسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵ و ۴۵)

۱۱۴- گزینه‌ی «۳»

(معمربراهیم کیتی زاده)

وضع بردار هادی خط و بردار نرمال صفحه را بررسی می‌کنیم.

$$u_D = (1, 1, -1), n_P = (2, -1, 1)$$

$$u_D \cdot n_P = (1, 1, -1) \cdot (2, -1, 1) = 2 - 1 - 1 = 0 \Rightarrow u_D \perp n_P$$

یعنی خط با صفحه موازی یا در حالت خاص، درون صفحه قرار دارد. نقطه‌ی دلخواهی روی خط، مثلاً نقطه‌ی $M = (0, 0, -2)$ را اختیار می‌کنیم. تعیین می‌کنیم که این نقطه روی صفحه قرار دارد یا نه.

$$P(M) = 2 \times 0 - 0 - 2 + 2 \Rightarrow P(M) = 0$$

بنابراین نقطه‌ی M و در نتیجه خط D درون صفحه‌ی P قرار دارد.

(هنرسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۳۶ و ۴۷)

۱۱۵- گزینه‌ی «۴»

(معمربراهیم کیتی زاده)

صفحه‌ای که از نقطه‌ی A' بر خط AA' عمود شود، صفحه‌ی P است. یک نقطه‌ی صفحه P ، نقطه‌ی A' است و بردار نرمال آن هم‌راستا با بردار $\overrightarrow{AA'}$ می‌باشد.

$$\overrightarrow{AA'} = (2, 0, 1) - (1, -1, 2) = (1, 1, -1)$$

$$\Rightarrow n_P = \overrightarrow{AA'} = (1, 1, -1)$$

$$\Rightarrow P : 1(x - 2) + 1(y - 0) - 1(z - 1) = 0$$

پس معادله‌ی صفحه‌ی P عبارت است از:

$$x + y - z - 1 = 0$$

(هنرسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۱۶- گزینه‌ی «۱»

(ممسر خاظمی)

اگر صفحه‌ی مطلوب، صفحه‌ی P باشد، آنگاه بردار هادی خط d و بردار نرمال صفحه‌ی Q هر دو با صفحه‌ی P موازی هستند.

داریم:

$$\left. \begin{array}{l} u_d = (2, 1, 1) \parallel P \\ n_Q = (3, -1, 1) \parallel P \end{array} \right\} \Rightarrow n_P = u_d \times n_Q = (2, 1, -5)$$

$$P : 2(x - 2) + 1(y - 1) - 5(z - 0) = 0$$

$$\Rightarrow 2x + y - 5z = 5 \xrightarrow{x=z=0} y = 5$$

(هنرسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۴۲، ۴۳ و ۴۵ تا ۴۸)

۱۱۷- گزینه ۴»

(رضا عباسی اصل)

برای دایره $C_1: (x-a)^2 + y^2 - 9 = 0$ داریم:

$$r_1 = 3, O_1 = (a, 0)$$

برای دایره $C_2: x^2 + (y-4)^2 - 64 = 0$ داریم:

$$r_2 = 8, O_2 = (0, 4)$$

شرط این که دو دایره مماس درون باشند آن است که: $|O_1O_2| = |r_1 - r_2|$

$$\sqrt{(0-a)^2 + (4-0)^2} = |3-8| \Rightarrow a^2 + 16 = 25$$

$$\Rightarrow a = \pm 3 \xrightarrow{\text{نامنفی } a} a = 3$$

(هنرسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

۱۱۸- گزینه ۳»

(نویر مبینی)

با فرض این که نقطه‌ی متغیر $A = (2, -3)$ و $P = (x, y)$ بر این مکان هندسی واقع باشد. باید داشته باشیم:

$$|PA| = \sqrt{2} |PB| \Rightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y+3)^2} = \sqrt{2} \sqrt{x^2 + (y+1)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} (x-2)^2 + (y+3)^2 = 2[x^2 + (y+1)^2]$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 4x - 2y - 11 = 0$$

حال با دسته‌بندی معادله‌ی اخیر خواهیم داشت:

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y - 11 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 16$$

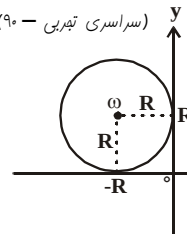
شعاع $R = \sqrt{16} = 4$ است. از آن جا که در هر دایره، بیش‌ترین فاصله‌ی دو نقطه از یکدیگر، برابر طول قطر دایره است، پس این فاصله برابر است با:

$$2 \times 4 = 8$$

(هنرسه‌ی تحلیلی - مشابه مثال ۳ صفحه‌ی ۵۴)

۱۱۹- گزینه ۲»

(سراسری تهرانی - ۹۰)



نقطه‌ی $A(-1, 2)$ در ناحیه‌ی دوم دستگاه

مختصات واقع است، شکل مقابل نشان می‌دهد

که مختصات مرکز دایره‌ای به شعاع R که

در ناحیه‌ی دوم دستگاه مختصات،

بر هر دو محور مماس است، به صورت $\omega(-R, R)$ است.

معادله‌ی این دایره عبارت است از:

$$(x - x_\omega)^2 + (y - y_\omega)^2 = R^2$$

$$\xrightarrow{\omega(-R, R)} (x+R)^2 + (y-R)^2 = R^2$$

طبق فرض، این دایره از نقطه‌ی $(-1, 2)$ می‌گذرد، پس مختصات این نقطه در

معادله‌ی آن صدق می‌کند:

$$(-1+R)^2 + (2-R)^2 = R^2$$

$$\Rightarrow (1-2R+R^2) + (4-4R+R^2) = R^2$$

$$\Rightarrow R^2 - 6R + 5 = 0 \Rightarrow (R-1)(R-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R_1 = 1 \\ R_2 = 5 \end{cases}$$

بنابراین، دو دایره، یکی به شعاع $R_1 = 1$ (دایره‌ی کوچک‌تر) و دیگری به

شعاع $R_2 = 5$ (دایره‌ی بزرگ‌تر) وجود دارد که از نقطه‌ی $(-1, 2)$ گذشته و بر

محورهای مختصات مماس هستند، پس قطر دایره‌ی بزرگ‌تر برابر است با

$$2R_2 = 10.$$

(هنرسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

۱۲۰- گزینه ۱»

(امیرحسین ابومحموب)

خط $x + 2y - 4 = 0$ ، محورهای مختصات را در دو نقطه‌ی A و B قطع می‌کند

که عبارتند از:

$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A = (0, 2)$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow B = (4, 0)$$

مرکز دایره، نقطه‌ی $M = (2, 1)$ وسط پاره‌خط AB است و داریم:

$$|AB| = \sqrt{(4-0)^2 + (0-2)^2} = 2\sqrt{5}$$

پس شعاع دایره برابر با $R = \sqrt{5}$ و معادله‌ی دایره به صورت زیر می‌باشد:

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$$

(هنرسه‌ی تحلیلی - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

ریاضیات گسسته

۱۲۱- گزینه ی «۲»

(سیرعادل رضا مرتضوی)

حداکثر اندازه زمانی به دست می آید که حداکثر درجات را داشته باشیم:

$$6, \dots, 6, 5, 3 \Rightarrow (1 \times 6) + 5 + 3 = 2q \Rightarrow q = 34$$

تا ۱۰

و حداقل اندازه زمانی به دست می آید که حداقل درجات را داشته باشیم:

$$6, 4, 3, 3, \dots, 3 \Rightarrow 6 + 4 + (1 \times 3) = 2q \Rightarrow q = 20$$

$$20 \leq q \leq 34$$

بنابراین داریم:

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۱۱ و ۱۴)

۱۲۲- گزینه ی «۳»

(سروش موثقی)

$$q_{\max} = \binom{10}{2} = 45$$

گراف از مرتبه ی ۱۰ حداکثر ۴۵ یال دارد

پس این گراف ۳ یال از گراف کامل کم تر دارد. در گراف کامل درجه ی تمام رئوس ۹ است و سؤال می خواهد به درجه ی ۷ برسیم. یعنی باید از هر رأس دو یال برداریم.

بنابراین کافیست یال هایی که ۳ رأس دلخواه را دو به دو به یکدیگر وصل می کند، حذف کنیم.

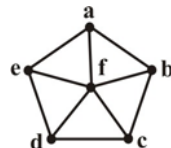
(ریاضیات گسسته - صفحه های ۱۲ و ۱۴)

۱۲۳- گزینه ی «۳»

(نویر میبری)

رأس های گراف را نامگذاری می کنیم. یکی از دورهای به طول ۵، واضح است که دور abcdea است (محیط پنج ضلعی). از طرفی رأس f با ۴ رأس دلخواه دیگر، می تواند یک دور طول ۵ ایجاد کند، مانند دور afdcba. اما این کار

به $\binom{5}{4} = 5$ روش امکان پذیر است، در نتیجه روی هم $5 + 1 = 6$ دور به طول ۵ داریم.



(ریاضیات گسسته - صفحه های ۱۴ تا ۱۶)

۱۲۴- گزینه ی «۲»

(سیرعادل رضا مرتضوی)

دو درخت با ۴ رأس درجه ی یک و یک درخت با ۵ رأس درجه ی یک از مرتبه ی ۶ وجود دارند که عبارتند از:



(ریاضیات گسسته - صفحه های ۱۷ و ۲۲)

۱۲۵- گزینه ی «۴»

(سراسری خارج از کشور - ۸۶)

$$135 = 5 \times 3 \times 3 \times 3$$

چون گراف رأس با درجه ی ۵ دارد پس حداقل ۶ رأس دارد،

یعنی درجات آن ۱، ۳، ۳، ۳، ۵ می باشند. حال گراف را رسم می کنیم:



(ریاضیات گسسته - صفحه های ۱۴ و ۲۱)

۱۲۶- گزینه ی «۲»

(علیرضا سیف)

$$12 \mid d \Rightarrow d = 12q$$

$$d \mid 180 \Rightarrow 12q \mid 180 \Rightarrow q \mid 15 \Rightarrow q = 1, 3, 5, 15$$

بنابراین چهار عدد ۱۲، ۳۶، ۶۰، ۱۸۰ در رابطه های داده شده صدق می کنند.

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۲۸ تا ۳۰)

۱۲۷- گزینه ی «۴»

(هومن نورایی)

$$xy - y + x^2 - 3x = 0 \Rightarrow y(x-1) = 3x - x^2 \Rightarrow y = \frac{x^2 - 3x}{1-x}$$

برای آن که y مقدار صحیحی باشد باید صورت کسر بر مخرج کسر تقسیم پذیر باشد.

$$\begin{aligned} & \frac{1-x \mid x^2 - 3x}{1-x \mid 1-x \xrightarrow{\times x} 1-x \mid x-x^2} \xrightarrow{\text{جمع}} 1-x \mid -2x \\ & \frac{1-x \mid -2x}{1-x \mid 1-x \xrightarrow{\times (-2)} 1-x \mid 2x-2} \xrightarrow{\text{جمع}} 1-x \mid -2 \\ & \Rightarrow \begin{cases} 1-x = \pm 1 \\ 1-x = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow x = 0, 2, -1, 3 \end{aligned}$$

نقاط زیر روی منحنی مذکور وجود دارند:

$$(0,0), (2,2), (-1,2), (3,0)$$

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۲۸ تا ۳۰)

۱۲۸- گزینه ی «۳»

(ممنن فاطمی)

$$a = 20 \cdot q + r^2 \quad 0 \leq r^2 < 200$$

$$0 \leq r^2 < 200 \Rightarrow 0 \leq r < \sqrt{200} \Rightarrow 0 \leq r \leq 14$$

چون a فرد است پس $20 \cdot q + r^2$ فرد است و چون $20 \cdot q$ زوج است، پس r^2 و در نتیجه r باید فرد باشد.

$$0 \leq r \leq 14 \xrightarrow{\text{فرد } r} \max(r) = 13$$

$$\Rightarrow a = 20 \cdot q + 13^2 \Rightarrow a = 20 \cdot q + 169$$

بنابراین رقم یکان عدد a، همواره برابر ۹ است.

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۳۰ تا ۳۲)

۱۲۹- گزینه ی «۳»

(سیرو شیر زوالفقاری)

$$(441)_x = 4x^2 + 4x + 1 = (2x+1)^2$$

به ازای تمامی مقادیر x، عدد $(441)_x$ مربع کامل است ولی چون عدد ۴۴۱ در مبنای x تعریف شده است، باید x از ۴ بزرگ تر باشد. در نتیجه x می تواند یکی از ۵ رقم ۵ الی ۹ باشد.

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۳۳ و ۳۴)

۱۳۰- گزینه ی «۱»

(امیر حسین ابومحبوب)

اگر عدد $(a51)_7$ را به مبنای ۱۰ ببریم، داریم:

$$(a51)_7 = 1 + 35 + 49a = 36 + 49a$$

با توجه به این که ۳۶ مضرب ۳ است، پس ۴۹a باید مضرب ۳ باشد و در نتیجه a مضرب ۳ است. از طرفی $a < 7$ ، پس مقادیر ممکن برای a عبارتند از ۳ و ۶ که در این صورت $(651)_7$ بزرگ ترین مقدار ممکن برای n است. داریم:

$$(651)_7 = 36 + 49(6) = 330$$

از طرفی $330 < 336$ ، پس این عدد در مبنای ۳، دارای ۶ رقم می باشد.

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۳۳ و ۳۴)

هندسه‌ی (۱)

۱۳۱- گزینه‌ی «۴»

(معمرا بر ابراهیم کیتی زاده)

$$d = \sqrt{3}a \text{ : قطر مکعب}$$

$$d' = \sqrt{b^2 + b^2 + b^2} = \sqrt{3}b \text{ : قطر مکعب مستطیل}$$

$$d = d' \Rightarrow \sqrt{3}a = \sqrt{3}b \Rightarrow a = b$$

$$S = 6a^2 = 6(\sqrt{3}b)^2 = 18b^2 \text{ : مساحت کل مکعب}$$

$$S' = 2(b \times b + b \times b + b \times b) = 6b^2 \text{ : مساحت کل مکعب مستطیل}$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{18b^2}{6b^2} = 3$$

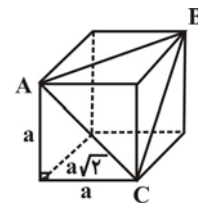
(هنرسه‌ی ۱- صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۵)

۱۳۲- گزینه‌ی «۳»

(نوبت مبهیری)

مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است. اگر اندازه‌ی یال مکعب را a بگیریم، آنگاه

$$AC = a\sqrt{2} \text{ داریم و در ادامه خواهیم داشت:}$$



$$\Delta_{ABC} = \frac{(a\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Rightarrow (a\sqrt{2})^2 = 36$$

$$\Rightarrow a\sqrt{2} = 6 \Rightarrow a = 3\sqrt{2}$$

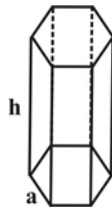
$$a^3 = (3\sqrt{2})^3 = 54\sqrt{2} \text{ حجم مکعب}$$

(هنرسه‌ی ۱- صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۵)

۱۳۳- گزینه‌ی «۱»

(نوبت مبهیری)

مجموع مساحت قاعده‌ها برابر است با:



$$S_1 = 2 \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2} = 3a^2 \sqrt{3}$$

$$S_2 = 6a.h \text{ : مساحت جانبی برابر است با: ارتفاع} \times \text{محیط قاعده}$$

$$S_1 = 3 \times (2\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3} = 36\sqrt{3}$$

$$S_2 = 6 \times 2\sqrt{3} \times 5 = 60\sqrt{3}$$

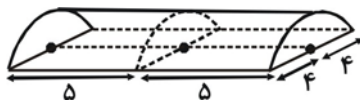
$$\Rightarrow \text{مساحت کل} = S_1 + S_2 = 96\sqrt{3}$$

(هنرسه‌ی ۱- مشابه تمرین ۳ صفحه‌ی ۱۲۳)

۱۳۴- گزینه‌ی «۴»

(سراسری فارج از کشور ریاضی-۸۸)

مطابق شکل، می‌توان نوشت:



سطح دو نیم دایره‌ی کناری + سطح نیم استوانه‌ی بالا + سطح مستطیل پایین = مساحت کل

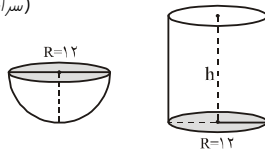
$$\text{مساحت کل} = 8 \times 10 + \frac{1}{2} (2\pi \times 4) \times 10 + 2 \left(\frac{1}{2} \pi \times 4^2 \right)$$

$$= 80 + 40\pi + 16\pi = 56\pi + 80$$

(هنرسه‌ی ۱- صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۱۳۵- گزینه‌ی «۳»

(سراسری تبریزی - ۷۸)



$$\begin{cases} \text{حجم نیم کره} = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) = \frac{2}{3} \pi (12)^3 \\ \text{حجم استوانه} = \pi R^2 h = \pi (12)^2 \times h \end{cases}$$

حجم آب در هر دو ظرف یکسان است. پس:

$$\frac{2}{3}\pi(12)^3 = \pi(12)^2 \times h \Rightarrow h = 8$$

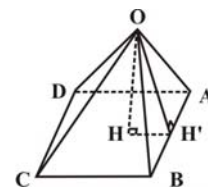
(هنرهای ۱- صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۴۱)

۱۳۶- گزینه‌ی «۲»

(امیرمسین ابرومسین)

وجه‌های جانبی هرم منتظم، همنهشت هستند. پس مساحت هر کدام از وجوه جانبی

$$\text{برابر است با } \frac{128}{4} = 32 \text{ داریم:}$$



$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OH' \times AB \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} OH' \times 8 \Rightarrow OH' = 8$$

طول HH' ، مطابق شکل، برابر نصف طول ضلع قاعده و OH ارتفاع هرم (ارتفاع

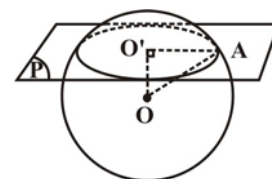
وارد بر قاعده) می‌باشد. داریم:

$$\begin{aligned} \triangle OHH' : OH^2 &= OH'^2 - HH'^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \\ \Rightarrow OH &= 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

(هنرهای ۱- صفحه‌های ۱۳۳ و ۱۳۵)

۱۳۷- گزینه‌ی «۳»

(عمید کروس)



$$\begin{cases} V = 36\pi \\ V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow R^3 = 27 \Rightarrow R = 3 \Rightarrow S_{\text{کره}} = 4\pi(3)^2 = 36\pi \end{cases}$$

$$O'A^2 = OA^2 - OO'^2 \Rightarrow O'A^2 = 9 - 5 = 4 \Rightarrow O'A = 2$$

$$\Rightarrow S' = \pi \cdot O'A^2 = 4\pi \Rightarrow \frac{S'}{S} = \frac{4\pi}{36\pi} = \frac{1}{9}$$

(هنرهای ۱- صفحه‌های ۱۳۷ و ۱۳۸)

۱۳۸- گزینه‌ی «۱»

(ممدابراهیم کیتی زاده)

$$S_{\text{قاعده}} = \pi R^2 \Rightarrow 12\pi = \pi R^2 \Rightarrow R = 2\sqrt{3}$$

در مثلث قائم‌الزاویه AOS ، ضلع $OA = R$ ، روبه‌روی زاویه‌ی 30° است.

پس نصف وتر یعنی SO می‌باشد. در نتیجه $SO = 4\sqrt{3}$ و داریم:

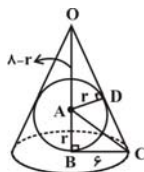
$$\triangle AOS : SA^2 = SO^2 - OA^2 = 48 - 12 = 36 \Rightarrow SA = 6$$

$$\text{حجم مخروط } V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \times 12\pi \times 6 = 24\pi$$

(هنرهای ۱- صفحه‌های ۱۳۳ و ۱۳۴)

۱۳۹- گزینه‌ی «۱»

(ممدمهری حسن زاده طری)



$$\triangle OBC : OC^2 = OB^2 + BC^2$$

$$OC = \sqrt{6^2 + 3^2} = 10$$

به دلیل تشابه $\triangle OAD$ با $\triangle OBC$ (دو زاویه برابر) داریم:

$$\frac{r}{6} = \frac{OA}{OC} = \frac{8-r}{10} \Rightarrow r = 3$$

(هنرهای ۱- صفحه‌های ۱۳۴ و ۱۳۶)

۱۴۰- گزینه‌ی «۲»

(مسین شاپیلو)

برای محاسبه‌ی حجم یک نیمکره به شعاع R با استفاده از اصل کاوالیری، حجم

آن را با حجم یک استوانه‌ی قائم با شعاع قاعده‌ی R و ارتفاع R که مخروطی با

همان شعاع قاعده و ارتفاع از آن جدا شده است، مقایسه می‌کنیم.

(هنرهای ۱- صفحه‌های ۱۳۷ و ۱۴۱)

هندسه‌ی ۲

۱۴۱- گزینه‌ی «۴»

(عمید کروس)

برای هر یک از گزینه‌های ۱، ۲ و ۳، مثال نقض داریم:

(۱) اگر سه نقطه متمایز و روی یک خط باشند، بی‌شمار صفحه می‌توان رسم کرد.

(۲) اگر دو خط متناظر باشند، صفحه‌ای قابل رسم نمی‌باشد.

(۳) اگر نقطه روی خط قرار داشته باشد، بی‌شمار صفحه قابل رسم است.

دو ضلع متمایز یک متوازی‌الاضلاع، یا موازی‌اند و یا متقاطع و در هر کدام از این دو حالت، یک صفحه‌ی یکتا، قابل رسم است.

(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۱۳۶)

۱۴۲- گزینه‌ی «۱»

(سراسری ریاضی- ۸۴)

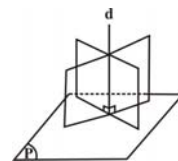
قضیه: هر خط که با یکی از خط‌های صفحه‌ای موازی باشد، با آن صفحه موازی است، بنابراین خطی که به موازات فصل مشترک دو صفحه‌ی متقاطع است با هر دو صفحه موازی است.

(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۱۳۰ و ۱۴۱)

۱۴۳- گزینه‌ی «۴»

(امیر هوشنگ فمسه)

چون تصویر قائم خط d روی صفحه‌ی P یک نقطه است، پس خط d بر صفحه‌ی P عمود است. بنابراین بی‌شمار صفحه شامل خط d داریم که بر صفحه‌ی P عمود هستند.



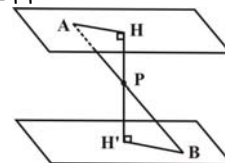
(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۱۴۹ و ۱۵۵)

۱۴۴- گزینه‌ی «۲»

(داریوش ناظمی)

$$\frac{PA}{PB} = \frac{PH}{PH'} \Rightarrow \frac{PA}{AB} = \frac{PH}{HH'} = \frac{2}{5}$$

$$PA = 6 \Rightarrow AB = 21$$



(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۱۴۴ و ۱۴۵)

۱۴۵- گزینه‌ی «۴»

(ممدابراهیم کیتی زاده)

(۱) دو خط عمود بر یک خط، می‌توانند با یکدیگر موازی، متقاطع و یا متناظر باشند.

(۲) دو صفحه‌ی عمود بر یک صفحه، می‌توانند موازی و یا متقاطع باشند.

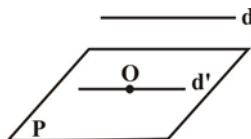
(۳) دو صفحه‌ی موازی با یک خط، می‌توانند موازی و یا متقاطع باشند.

(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۱۴۲، ۱۵۱ و ۱۵۲)

۱۴۶- گزینه‌ی «۲»

(مقتار منصوری)

به عنوان مثال، اگر از نقطه‌ی O خارج خط d ، خط d' را موازی d رسم کنیم هر صفحه‌ای که بر خط d' بگذرد، با خط d موازی است. پس بی‌شمار صفحه با شرایط مورد نظر قابل رسم است.

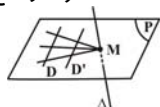


(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۲)

۱۴۷- گزینه‌ی «۴»

(ممدابراهیم کیتی زاده)

هر خط که دو خط موازی D و D' را قطع کند، بر صفحه P واقع است و چون این خط، باید خط Δ را هم قطع کند، نقطه تلاقی لزوماً نقطه M محل تلاقی خط Δ و صفحه P خواهد بود. بنابراین، خطوط بی‌شماری از نقطه‌ی M می‌توان در صفحه P رسم کرد که سه خط D ، D' و Δ را قطع می‌کنند.



(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۱۳۴ و ۱۳۷)

۱۴۸- گزینه‌ی «۴»

(داریوش ناظمی)

چون xy بر صفحه‌ی مثلث ABC عمود است پس بر AB و BC عمود است. پس پاره‌خط BC عمود مشترک دو خط متناظر xy و CD است و با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث ABC داریم:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 10^2 = 6^2 + BC^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = 64 \Rightarrow BC = 8$$

تذکر: AC قطر مکعب مستطیل است و طول AB همان فاصله‌ی نقطه‌ی A از خط xy می‌باشد.

(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۱۵۶ و ۱۵۷)

۱۴۹- گزینه‌ی «۱»

(ممدابراهیم کیتی زاده)

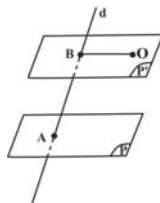
می‌دانیم اگر خطی با یکی از دو صفحه‌ی موازی، متقاطع باشد، حتماً با دیگری نیز متقاطع است، پس هر صفحه‌ی موازی با صفحه‌ی P ، دو خط d و d' را قطع می‌کند و خط واصل بین دو نقطه‌ی تلاقی، شرایط مسأله را داراست.

(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۱۳۴ و ۱۴۲)

۱۵۰- گزینه‌ی «۳»

(سراسری ریاضی- ۹۲ با تغییر)

در صورتی که خط d و صفحه‌ی P متقاطع باشند، آنگاه می‌توان صفحه‌ی P' را از نقطه‌ی O به موازات P رسم کرد. در این صورت خط d ، صفحه‌ی P' را در نقطه‌ای مانند B قطع می‌کند. خطی که نقطه‌ی O را به B وصل می‌کند، تنها خطی است که از O می‌گذرد و موازی صفحه‌ی P بوده و d را قطع می‌کند. در صورتی که $d \parallel P$ ، اگر صفحه‌ی گذرنده بر O و d ، موازی صفحه‌ی P باشد، بی‌شمار خط قابل رسم است و در غیر این صورت، هیچ خطی با مشخصات مورد نظر قابل رسم نمی‌باشد. اگر $d \subset P$ ، آنگاه هر خط گذرنده از O و متقاطع با خط d ، صفحه‌ی P را قطع می‌کند.



(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۱)

فیزیک پیش‌دانشگاهی

تبدیل به تست سؤال‌های پُرنگار: مصطفی کیانی

۱۵۱- گزینه‌ی «۴» (کتاب سؤال‌های پُرنگار- سوال ۲۴- صفحه‌ی ۱۳)

با توجه به معادله‌ی $v = 10t - 50$ ، سرعت اولیه‌ی متحرک برابر با $50 \frac{m}{s}$ و

شتاب آن برابر با $10 \frac{m}{s^2}$ است. این معادله نشان می‌دهد متحرک در ابتدا با

سرعت $50 \frac{m}{s}$ به‌صورت حرکت کندشونده در خلاف جهت محور، حرکت کرده

است ($v_0 < 0$, $a > 0$) و در مدت ۸ ثانیه‌ی ابتدایی حرکت، در لحظه‌ای که متوقف می‌شود، بیش‌ترین فاصله را از نقطه‌ی شروع حرکت دارد. بنابراین ابتدا لحظه‌ی توقف را حساب می‌کنیم و سپس جابه‌جایی آن‌را در بازه‌ی زمانی صفر تا لحظه‌ی توقف حساب می‌کنیم:

$$v = 10t - 50 = 0 \Rightarrow t_{\text{stop}} = 5s$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{v_0 = -50 \frac{m}{s}, a = 10 \frac{m}{s^2}}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times 10 \times 25 - 50 \times 5 \Rightarrow \Delta x = -125m \Rightarrow |\Delta x| = 125m$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی- صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۱۵۲- گزینه‌ی «۳»

(کتاب سؤال‌های پُرنگار- سوال ۲۹- صفحه‌ی ۱۵)

گزینه‌ی «۱»: درست، زیرا شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان که معرف شتاب متحرک است، مثبت می‌باشد.

گزینه‌ی «۲»: درست، زیرا علامت سرعت که همان جهت حرکت را نشان می‌دهد، منفی است.

گزینه‌ی «۳»: نادرست، زیرا در لحظه‌ی تغییر جهت، علاوه بر این که سرعت صفر می‌باشد، علامت آن نیز تغییر می‌کند. در صورتی که در بازه‌ی زمانی صفر تا t_1 همواره سرعت مثبت است و متحرک بدون تغییر جهت به‌طرف مثبت محور x ها در حرکت است و در لحظه‌ی t_1 تغییر جهت می‌دهد.

گزینه‌ی «۴»: درست، زیرا در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 ، سرعت مثبت و شتاب منفی است و در نتیجه حرکت شتاب‌دار کندشونده است.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی- صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۱۵۳- گزینه‌ی «۱»

(کتاب سؤال‌های پُرنگار- سوال ۵۳- صفحه‌ی ۲۲)

با در نظر گرفتن نقطه‌ی M به عنوان مبدأ مکان و جهت رو به پایین به عنوان جهت مثبت، معادله‌ی مکان- زمان هر گلوله را می‌نویسیم. داریم:

$$y_1 = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_1 = 5t^2$$

$$y_2 = \frac{1}{2}g(t-2)^2 + 40 \Rightarrow y_2 = 5t^2 - 20t + 60$$

چون دو گلوله هم‌زمان با هم به نقطه‌ی P می‌رسند، می‌توان نوشت:

$$y_1 = y_2 \Rightarrow 5t^2 = 5t^2 - 20t + 60 \Rightarrow t = 3s$$

برای به‌دست آوردن فاصله‌ی $\overline{MP}$ می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{t=3s} y_1 = 5t^2 = 5 \times 3^2 \Rightarrow y_1 = \overline{MP} = 45m$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۱۵۴- گزینه‌ی «۳»

(کتاب سؤال‌های پُرنگار- سوال ۲۶- صفحه‌ی ۷۳)

ابتدا رابطه‌ی بین بُرد و ارتفاع اوج پرتابه را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \\ R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \end{cases} \Rightarrow \frac{H}{R} = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \sin 2\alpha} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{4H}{R}$$

از طرف دیگر می‌دانیم، $\tan \alpha$ برابر است با:

$$\tan \alpha = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{\vec{v}_0 = 30\vec{i} + 40\vec{j}}{30} \rightarrow \tan \alpha = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{4}{3} = \frac{4H}{R} \Rightarrow R = 3H$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی- صفحه‌های ۲۶ تا ۳۲)

۱۵۵- گزینه‌ی «۲»

(کتاب سؤال‌های پُرنگار- سوال ۱۰۳- صفحه‌ی ۳۹)

ابتدا قانون دوم نیوتون را برای وزنه‌ی m_2 می‌نویسیم و شتاب حرکت دستگاه را حساب می‌کنیم و سپس آن‌را برای کل دستگاه می‌نویسیم و اندازه‌ی $\vec{F}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \sum F_y = m_y a &\Rightarrow T_1 - T_2 - m_y g = m_y a \xrightarrow{m_y = 3kg} \\ 40 - 30 &= 3a \Rightarrow a = \frac{10}{3} \frac{m}{s^2} \\ \sum F = (\sum m)a & \\ \Rightarrow F - m_1 g - m_2 g - m_3 g &= (m_1 + m_2 + m_3)a \\ \xrightarrow{m_1 = 4kg, m_2 = 3kg, m_3 = 2kg} F - 40 - 30 - 20 &= 9 \times \frac{10}{3} \Rightarrow F = 120N \end{aligned}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۸)

۱۵۶- گزینه‌ی «۳»

(کتاب سؤال‌های پُرنگار- سوال ۱۱۱- صفحه‌ی ۴۰)

بیشینه اندازه‌ی شتابی که نیروی اصطکاک ایستایی بین دو جسم A و B می‌تواند ایجاد کند تا دو جسم روی هم نلغزند، برابر است با:

$$\begin{aligned} f_{s\max} &= ma \Rightarrow \mu_s m_A g = m_A a_{\max} \\ \Rightarrow a_{\max} &= 0.2 \times 10 = 2 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

چون شتاب حرکت وزنه‌ی A ($0.4 \frac{m}{s^2}$) کم‌تر از شتابی است که بیشینه نیروی

اصطکاک ایستایی به آن می‌دهد، وزنه‌ی A بر روی وزنه‌ی B نمی‌لغزد و با هم حرکت می‌کنند. در این حالت عامل حرکت وزنه‌ی A بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی نیست. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} m &= 5kg, a = 0.4 \frac{m}{s^2} \\ f &= ma \xrightarrow{m=5kg, a=0.4 \frac{m}{s^2}} f = 5 \times 0.4 = 2N \end{aligned}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۸)

۱۵۷- گزینه‌ی «۳»

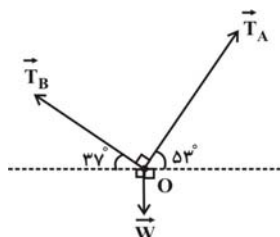
(کتاب سؤال‌های پُرنگار- سوال ۵۸- صفحه‌ی ۳۲)

گزینه‌ی «۱» نادرست: فقط در حالتی که طناب بدون جرم فرض شود، نیروی کشش آن در همه‌ی نقطه‌های طناب یکسان است.

$$\vec{T}_2 \leftarrow \text{طناب} \rightarrow \vec{T}_1$$

$$T_1 - T_2 = ma \xrightarrow{m=0} T_1 = T_2$$

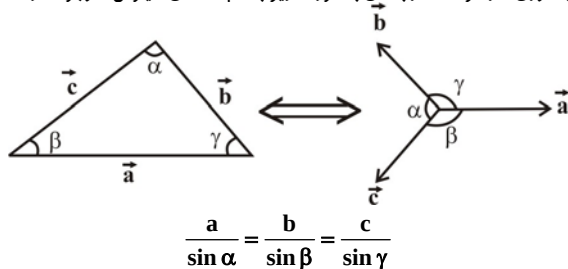
گزینه‌ی «۲» نادرست: اگر جسم در حال حرکت باشد، طبق رابطه‌ی $f_k = \mu_k N$ ، با افزایش نیروی فشارنده‌ی قائم، N زیاد می‌شود و



$$\frac{T_A}{\sin(90^\circ + 37^\circ)} = \frac{W}{\sin 90^\circ} \Rightarrow \frac{100}{\cos 37^\circ} = \frac{W}{1}$$

$$\frac{100}{0.8} = W \Rightarrow W = 125 \text{ N}$$

یادآوری: در هر مثلث رابطه‌ای به صورت زیر به نام قاعده سینوس‌ها وجود دارد.



(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۱۶۲- گزینه ۲

(مصفی کیانی)

در بازه زمانی صفر تا ۱s سرعت اولیه متحرک برابر $v_0 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و سرعت

نهایی آن برابر $v_1 = a_1 t + v_0 = 3 \times 1 + 3 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است، بنابراین جابه‌جایی متحرک در این بازه زمانی

$$\Delta x_1 = \frac{v_0 + v_1}{2} \Delta t = \frac{3 + 6}{2} \times 1 = 4.5 \text{ m}$$

هم‌چنین در بازه زمانی ۱s تا ۲s، سرعت اولیه متحرک برابر $v_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و

سرعت نهایی آن برابر با $v_2 = a_2 t + v_1 = -2 \times 1 + 6 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. بنابراین جابه‌جایی متحرک در این بازه زمانی برابر

$$\Delta x_2 = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t = \frac{6 + 4}{2} \times 1 = 5 \text{ m}$$

زمانی ۲s تا ۳s، سرعت اولیه برابر با $v_2 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و سرعت نهایی برابر

$$v_3 = a_3 t + v_2 = 1 \times 1 + 4 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با این بازه زمانی برابر $\Delta x_3 = \frac{v_2 + v_3}{2} \Delta t = \frac{4 + 5}{2} \times 1 = 4.5 \text{ m}$

است. پس جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیه اول حرکت خود برابر $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 14 \text{ m}$ می‌باشد.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۱۶۳- گزینه ۱

(غلامرضا مهبی)

هرگاه زاویه بین بردار سرعت و بردار شتاب متحرک کمتر از 90° باشد، حرکت تندشونده و هرگاه بین 90° و 180° باشد، حرکت کندشونده است. در صورتی که بر هم عمود باشند، با توجه به این که اندازه بردار شتاب ثابت است،

باعث افزایش نیروی اصطکاک می‌گردد. در حالتی که جسم ساکن باشد، نیروی اصطکاک برابر با نیرویی است که می‌خواهد جسم را به حرکت درآورد.

گزینه‌ی «۳» درست: طبق رابطه $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

اگر $\vec{F} = 0$ باشد، $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$ است، در نتیجه $\vec{p}$ ثابت می‌باشد. یعنی تکانه ثابت است.

گزینه‌ی «۴» نادرست: چون نیروهای کشش و واکنش بر دو جسم وارد می‌شوند، اثر یک‌دیگر را خنثی نمی‌کنند.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۳۷ تا ۵۳)

۱۵۸- گزینه ۳

(کتاب سؤال‌های پُرکنار - سوال ۱۲۰ - صفحه ۴۶)

با توجه به رابطه $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ ، ابتدا معادله نیرو را به دست می‌آوریم و سپس بزرگی نیرو را در لحظه $t = 1\text{s}$ حساب می‌کنیم و در نهایت با استفاده از قانون دوم نیوتون، اندازه شتاب را به دست می‌آوریم.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \vec{p} = (t^2 + t)\vec{i} + (t + 3)\vec{j} \Rightarrow \vec{F} = (2t + 1)\vec{i} + \vec{j}$$

$$t = 1\text{s} \Rightarrow \vec{F} = 3\vec{i} + \vec{j} \Rightarrow F = \sqrt{9 + 1} \Rightarrow F = \Delta \text{ N}$$

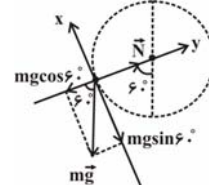
$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{\Delta}{0.25 \text{ kg}} \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۳۷ و ۳۹ تا ۵۳)

۱۵۹- گزینه ۴

(کتاب سؤال‌های پُرکنار - سوال ۱۴۱ - صفحه ۴۶)

اگر مطابق شکل، محور xها را مماس بر دایره و محور y را در امتداد شعاع آن در نظر بگیریم، باید نیروی وزن را به دو مؤلفه تجزیه کنیم. در این جا برآیند نیروی عمودی سطح و مؤلفه‌ی نیروی وزن در راستای شعاع مسیر $(mg \cos 60^\circ)$ ، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت:



$$N - mg \cos 60^\circ = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow N - 4 \times 10 \times \frac{1}{2} = 4 \times \frac{100}{0.5} \Rightarrow N = 820 \text{ N}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۵۳ تا ۶۹)

۱۶۰- گزینه ۲

(کتاب سؤال‌های پُرکنار - سوال ۱۴۵ - صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

حرکت هماهنگ ساده، نمونه‌ای از حرکت شتاب‌دار با شتاب متغیر است، زیرا اندازه آن در هر لحظه و جهت آن در هر نیم دوره تغییر می‌کند. در این نوع حرکت که نوسانگر در هر دوره چهار برابر دامنه‌ی نوسان، مسافت طی می‌کند، در مرکز نوسان سرعت آن بیشینه و شتابش برابر با صفر و در دو انتهای مسیر، سرعت آن صفر و اندازه شتابش بیشینه مقدار است.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

۱۶۱- گزینه ۳

(مصفی کیانی)

با توجه به شکل و در نظر گرفتن این نکته که نخها بدون جرم فرض شده‌اند، با استفاده از قاعده سینوس‌ها در مثلث، می‌توان نوشت:

$$\frac{g_p}{g_e} = \frac{G \frac{M_p}{R_p^2}}{G \frac{M_e}{R_e^2}} \xrightarrow{M_p = \frac{1}{2} M_e, R_p = 2 R_e} \frac{g_p}{g_e} = \frac{\frac{1}{2} M_e}{(2 R_e)^2} \cdot \frac{R_e^2}{M_e} = \frac{1}{8}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

(علی اصغر ممبری)

۱۶۸- گزینه ۲»

شرط تعادل جسم آن است که بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر با نیروی وزن جسم شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{f}_{s \max} = mg \Rightarrow \mu_s N = mg$$

از طرف دیگر، نیروی دیواره‌ی استوانه بر جسم، نیروی مرکز‌گرایی لازم برای حرکت دایره‌ای آن را تأمین می‌کند. در این صورت می‌توان نوشت:

$$N = m \omega^2 r \xrightarrow{\omega = 2\pi f} N = m 4\pi^2 f^2 r$$

با ترکیب دو رابطه خواهیم داشت:

$$\mu_s (m 4\pi^2 f^2 r) = mg \xrightarrow{g = \pi^2} f^2 = \frac{1}{4 \mu_s r} = \frac{1}{4 \times 0.4 \times 0.1} \Rightarrow f = \frac{1}{0.4} = 2.5 \text{ Hz}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۵۳ تا ۵۹)

(بهادر کامران)

۱۶۹- گزینه ۳»

ابتدا شتاب حرکت مجموعه را تعیین می‌کنیم:

$$m_1 g - m_1 g \sin 30^\circ - m_2 g \sin 30^\circ = (m_1 + m_2 + m_3) a \Rightarrow 50 - 20 \times \frac{1}{2} - 30 \times \frac{1}{2} = 10 a \Rightarrow 25 = 10 a \Rightarrow a = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

طبق قانون دوم نیوتون، اندازه‌ی برایندهای نیروهای وارد بر وزنه‌ی m_2 برابر است با:

$$\sum F_y = m_2 a \Rightarrow \sum F_y = 2 \times 2.5 = 5 \text{ N}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۸)

(ناصر فوارزمی)

۱۷۰- گزینه ۳»

از تعریف بردار اندازه حرکت می‌توان نتیجه گرفت که اگر بردار سرعت یک

جسم $\frac{1}{4}$ برابر شود، بردار اندازه حرکت جسم نیز $\frac{1}{4}$ برابر و در همان جهت اولیه می‌باشد.

$$\vec{P} = m \vec{v} \xrightarrow{\vec{v}_2 = \frac{1}{4} \vec{v}_1} \vec{P}_2 = \frac{1}{4} \vec{P}_1 \Rightarrow |\vec{P}_2| = \frac{1}{4} \times 12 = 3 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون، می‌توان نوشت:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{F}| = \frac{|3 - 12|}{2} \Rightarrow |\vec{F}| = 4.5 \text{ N}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

حرکت یک‌نواخت دایره‌ای خواهد بود. بنابراین با توجه به گزینه‌ها این حرکت ابتدا تندشونده و سپس کندشونده می‌باشد.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۶)

۱۶۴- گزینه ۴»

(فسرو ارغوانی‌فر)

ابتدا با مشتق‌گیری از بردار مکان برحسب زمان، بردارهای سرعت و شتاب حرکت جسم را تعیین می‌کنیم.

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} = 6t \vec{i} + (3t^2 - 8t) \vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} = 6 \vec{i} + (6t - 8) \vec{j}$$

حال لحظه‌ای را که مؤلفه‌ی قائم شتاب برابر با صفر است تعیین می‌کنیم، داریم:

$$a_y = 6t - 8 = 0 \Rightarrow t = \frac{4}{3} \text{ s}$$

در این لحظه، مؤلفه‌ی افقی سرعت برابر است با:

$$v_x = 6t \xrightarrow{t = \frac{4}{3}} v_x = 6 \times \frac{4}{3} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۶)

۱۶۵- گزینه ۱»

(مهمربعفر مفتاح)

جابه‌جایی گلوله در امتداد افقی یک حرکت یک‌نواخت است و زمان کل حرکتش دو برابر زمان رسیدن گلوله به نقطه‌ی اوج آن است. حال اگر رابطه‌ی بُرد پرتابه و جابه‌جایی افقی را بنویسیم، خواهیم داشت:

$$R = v_x (2t_{\text{اوج}}) \Rightarrow \frac{R}{\Delta x} = \frac{2t_{\text{اوج}}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{R}{10} = \frac{2 \times 3}{4} \Rightarrow R = 15 \text{ m}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۲)

۱۶۶- گزینه ۱»

(فسرو ارغوانی‌فر)

ابتدا شتاب حرکت مجموعه را قبل از پاره شدن ریسمان تعیین می‌کنیم:

$$\sum F = ma \Rightarrow 20 = (2 + 3)a \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین سرعت وزنه‌ی A در هنگام پاره شدن ریسمان و مسافت طی شده توسط آن تا قبل از پاره شدن ریسمان برابر است با:

$$v = at + v_0 = 4 \times 2 + 0 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta y_1 = \frac{v + v_0}{2} \Delta t = \frac{8 + 0}{2} \times 2 = 8 \text{ m}$$

در لحظه‌ی پاره شدن ریسمان، فاصله‌ی وزنه‌ی A از سطح برابر است با:

$$h = 21 - 8 = 13 \text{ m}$$

بعد از پاره شدن ریسمان، وزنه‌ی A با شتاب ثابت g به حرکت خود ادامه می‌دهد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta y = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \Rightarrow 13 = \frac{1}{2} \times 10 t^2 + 8t$$

$$\Rightarrow 5t^2 + 8t - 13 = 0 \Rightarrow t = 1 \text{ s}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی - صفحه‌های ۲ و ۱۵ تا ۳۷ تا ۴۸)

۱۶۷- گزینه ۴»

(ابراهیم قلی‌دوست)

می‌دانیم شتاب گرانش در سطح سیاره‌ای به جرم M و شعاع R از

$$\text{رابطه‌ی } g = G \frac{M}{R^2} \text{ به دست می‌آید، بنابراین می‌توان نوشت:}$$

فیزیک ۲

۱۷۱- گزینهی «۳»

(امیر محمودی/انزلی)

جابه‌جایی جسم در مدت ۲ ثانیه حرکت با سرعت ثابت $\frac{3}{5} \frac{m}{s}$ برابر است با:

$$d = v \cdot \Delta t = 3 \times 2 = 6m$$

با توجه به شکل، θ (زاویه‌ی بین بردار نیرو و بردار

جابه‌جایی) $53^\circ = 90^\circ - 37^\circ$ بوده و کار نیرو برابر است با:

$$W = Fd \cos \theta = 15 \times 6 \times \cos 53^\circ$$

$$\Rightarrow W = 15 \times 6 \times 0.6 = 54J$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۱۷۲- گزینهی «۲»

(سراسری ریاضی-۹۲)

ثانیه‌ی سوم یعنی بازه‌ی زمانی بین لحظه‌های $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 3s$ با استفاده

از رابطه‌ی جابه‌جایی در T ثانیه‌ی n ام در حرکت با شتاب ثابت در مسیری

مستقیم، داریم:

$$\Delta x_n = \frac{1}{2} (v_n - 1) a T^2 + v_0 T \xrightarrow{T=1s, n=3} \xrightarrow{v_0=0, a=g=10 \frac{m}{s^2}}$$

$$\Delta x_3 = \frac{1}{2} (2 \times 3 - 1) \times 10 \times 1 + 0 \Rightarrow \Delta x_3 = 25m$$

بنابراین کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{mg} = mgd \cos 0 \Rightarrow W_{mg} = 1 \times 10 \times 25 \times 1 \Rightarrow W_{mg} = 250J$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۱۷۳- گزینهی «۲»

(غلامرضا ممینی)

با استفاده از رابطه‌ی مربوط به محاسبه‌ی انرژی جنبشی، داریم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2$$

$$\xrightarrow{K_2=4K_1} 4 = \left(\frac{v_1 + \lambda}{v_1} \right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{v_1 + \lambda}{v_1} \Rightarrow v_1 = \lambda \frac{m}{s}$$

بنابراین انرژی جنبشی اولیه‌ی جسم برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2} mv_1^2 \xrightarrow{m=2kg, v_1=\lambda \frac{m}{s}} K_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times (\lambda)^2 = 64J$$

(فیزیک ۲- صفحه‌ی ۱۰۱)

۱۷۴- گزینهی «۲»

(بهنام رحیم‌پور)

ابتدا از معادله‌ی مکان- زمان نسبت به زمان مشتق می‌گیریم تا معادله‌ی سرعت-

زمان به‌دست آید، سپس سرعت جسم را در لحظه‌های $t_1 = 0$ و $t_2 = 3s$ (ابتدا

و انتهای سه ثانیه‌ی اول حرکت) محاسبه کرده و با استفاده از قضیه‌ی کار و انرژی،

کار برآیند نیروهای وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$x = t^2 - 2t \Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = 2t - 2$$

$$\Rightarrow t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = -2 \frac{m}{s}, t_2 = 3s \Rightarrow v_2 = 4 \frac{m}{s}$$

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_T = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_T = \frac{1}{2} \times 4 \times (4^2 - (-2)^2) \Rightarrow W_T = 24J$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

۱۷۵- گزینهی «۲»

(بابک اسلامی)

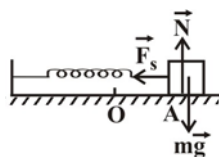
در طول مسیر جسم تا رسیدن به نقطه‌ی O ، بر جسم سه نیروی وزن، عمود بر

سطح و فنر وارد می‌شود. طبق قضیه‌ی کار و انرژی، کار برآیند نیروهای وارد بر

جسم در جابه‌جایی جسم از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی O برابر با تغییرات انرژی جنبشی

جسم است. از طرف دیگر، کار برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر با مجموع کار

تک‌تک نیروهای وارد بر جسم است. بنابراین داریم:



$$W_T = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{mg} + W_N + W_s = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow 0 + 0 + W_s = \frac{1}{2} \times 1 \times (10^2 - 0) \Rightarrow W_s = 50J$$

دقت کنید در جابه‌جایی جسم از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی O ، نیروهای وزن و عمود بر

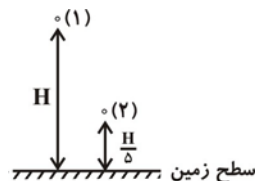
سطح چون بر مسیر حرکت عمودند، کاری انجام نمی‌دهند.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۵)

۱۷۶- گزینه‌ی «۴»

(معمربسین پروین)

چون اتلاف انرژی نداریم، انرژی مکانیکی پایسته است و می‌توان نوشت:



$$E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow 0 + mgH = K_2 + mg \frac{H}{5}$$

$$\Rightarrow K_2 = \frac{4}{5} mgH$$

بنابراین نسبت انرژی جنبشی گلوله به انرژی پتانسیل گرانشی آن در ارتفاع $\frac{H}{5}$ از

سطح زمین، برابر است با:

$$\frac{K_2}{U_2} = \frac{\frac{4}{5} mgH}{\frac{1}{5} mgH} \Rightarrow \frac{K_2}{U_2} = 4$$

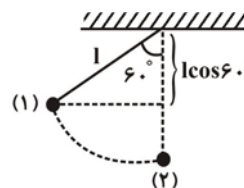
(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۵ تا ۱۱۱)

۱۷۷- گزینه‌ی «۱»

(بابک اسلامی)

با در نظر گرفتن محل اتصال آونگ به سقف به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی

و با استفاده از اصل پایستگی انرژی، می‌توان نوشت:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow mg(-l \cos 60^\circ) + 0 = mg(-l) + \frac{1}{2} mv_2^2$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 2gl(1 - \cos 60^\circ) = 2 \times 10 \times 2 / 5 \times (1 - \frac{1}{2}) \Rightarrow |v_2| = 5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- تمرین ۶- صفحه‌ی ۱۱۴)

۱۷۸- گزینه‌ی «۱»

(حسن اسحاق زاره)

در حین سقوط جسم، دو نیروی وزن و مقاومت هوا بر آن وارد می‌شود. با استفاده از قضیه‌ی کار و انرژی، می‌توان نوشت:

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{fk} = \frac{1}{2} m(v^2 - v_0^2)$$

$$\Rightarrow mgh \cos 0 + W_{fk} = \frac{1}{2} m(v^2 - v_0^2)$$

$$\Rightarrow m \times 10 \times 30 \times 1 + (-30) = \frac{1}{2} m(20^2 - 0)$$

$$\Rightarrow 300m - 30 = 200m \Rightarrow 100m = 30 \Rightarrow m = 0.3 \text{ kg}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۵)

۱۷۹- گزینه‌ی «۳»

(ملیحه پعفری)

با توجه به این که ۲۰٪ از انرژی اولیه‌ی گلوله در طول مسیر تلف می‌شود، بنابراین ۸۰٪ از انرژی اولیه‌ی آن در انتهای مسیر به‌صورت انرژی پتانسیل کشسانی در مجموعه‌ی گلوله و فنر ذخیره می‌شود. داریم:

$$\frac{1}{10} E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{10} (U_1 + K_1) = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10} (mgh + 0) = U_2 + 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10} \times 5 \times 10 \times h = 20 \Rightarrow h = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۱)

۱۸۰- گزینه‌ی «۱»

(ناصر قواریزهی)

کار مفید موتور الکتریکی برای بالا بردن وزنه با سرعت ثابت برابر است

$$W = mgh \text{ و } W \text{ می‌توان مفید آن برابر با } P_{\text{مفید}} = \frac{mgh}{t} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{t}$$

خواهد بود. از طرفی چون سرعت وزنه ثابت است پس $v = \frac{h}{t}$ می‌باشد، بنابراین

$$P_{\text{مفید}} = mgv$$

داریم:

از طرفی با استفاده از تعریف بازده می‌توان نوشت:

$$\text{بازده} = \frac{\text{کار خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} = \frac{\text{توان مفید}}{\text{توان مصرفی}} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{P_{\text{مفید}}}{3000}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مفید}} = 2400 \text{ W}$$

$$P_{\text{مفید}} = mgv \Rightarrow 2400 = 240 \times 10 \times v \Rightarrow v = 1 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۵ و ۱۱۱ تا ۱۱۳)

فیزیک ۳

۱۸۱- گزینه‌ی «۴»

(مسن اسفاتی زاده)

بنا به رابطه‌ی $R = \rho \frac{l}{A} = \rho \frac{l}{\pi D^2}$ ، برای این که R بیش‌تر باشد، باید l حداکثر و D حداقل باشد که از بین گزینه‌های پیشنهادی باید گزینه‌ی «۴» را انتخاب کرد.

$$R_1 = \rho \frac{l}{\pi D_1^2} \Rightarrow R_1 = \frac{\rho l}{\pi D_1^2}$$

$$R_2 = \rho \frac{l}{\pi (2D)^2} \Rightarrow R_2 = \frac{\rho l}{4\pi D^2}$$

$$R_3 = \rho \frac{l}{\pi (4D)^2} \Rightarrow R_3 = \frac{\rho l}{16\pi D^2}$$

$$R_4 = \rho \frac{l}{\pi (\frac{D}{4})^2} \Rightarrow R_4 = \frac{16\rho l}{\pi D^2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

۱۸۲- گزینه‌ی «۳»

(مصطفی کیانی)

ابتدا تغییر مقاومت رشته‌ی درون لامپ را که بر اثر افزایش دما ایجاد می‌شود، حساب می‌کنیم. سپس از رابطه‌ی $P = \frac{V^2}{R}$ ، تغییر توان مصرفی آن را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta = R_1 \alpha (225 - 25) = 10 \times 10^{-3} \times 200 = 2 \Omega$$

$$\Delta R = R_1 \times 4 \times 10^{-3} \times 225 = 9 R_1$$

$$R_2 = R_1 + \Delta R = R_1 + 9 R_1 = 10 R_1$$

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{V=\text{ثابت}} \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_1}{10 R_1} = 0.1$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{10 R_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 0.1 \Rightarrow P_2 = 0.1 P_1$$

$$\frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{0.1 P_1 - P_1}{P_1} \times 100 = -90\%$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۱۸۳- گزینه‌ی «۲»

(غلامرضا ممینی)

شیب نمودار $I - V$ برابر با عکس مقاومت است، بنابراین داریم:

$$\frac{1}{R} = \frac{I}{V} \Rightarrow R = 5 \Omega$$

در دمای ثابت، مقاومت یک رسانا به ویژگی‌های مدار بستگی ندارد و با تغییر مدار ثابت می‌ماند. بنابراین توان مصرفی آن هنگامی که جریان $3A$ از آن عبور می‌کند، برابر است با:

$$P = I^2 R = \frac{I^2 A}{R} \Rightarrow P = 9 \times 5 = 45 W$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۱۲ تا ۱۱۳)

۱۸۴- گزینه‌ی «۱»

(بهنام رحیم‌پور)

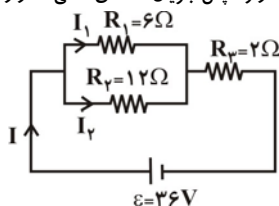
با بستن کلید K ، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد و در نتیجه طبق رابطه‌ی شدت جریان در مدار تک‌حلقه‌ی $(I = \frac{\sum \mathcal{E}}{R_T + \sum r})$ ، جریان مدار افزایش خواهد یافت. از طرفی با توجه به جهت جریان مشخص شده در مدار، مولد $\mathcal{E}_2$ به‌صورت ضد‌محرکه در مدار قرار دارد و اندازه‌ی اختلاف پتانسیل دو سر آن (عددی که ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد)، از رابطه‌ی $V = \mathcal{E}_2 + I r_2$ به‌دست می‌آید که با افزایش شدت جریان مدار، عددی که ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد نیز افزایش خواهد یافت.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۳۰)

۱۸۵- گزینه‌ی «۳»

(بابک اسلامی)

ابتدا مقاومت معادل مدار و سپس جریان شاخه‌ی اصلی مدار را به‌دست می‌آوریم:



$$R_{1,2} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} \Rightarrow R_{1,2} = 4 \Omega$$

$$R_T = R_{1,2} + R_3 = 4 + 2 \Rightarrow R_T = 6 \Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_T + r} = \frac{36}{6 + 6} \Rightarrow I = 3 A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی R_1 و R_2 برابر است با:

$$V_{1,2} = I R_{1,2} = 3 \times 4 \Rightarrow V_{1,2} = 12 V$$

پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 نیز برابر است با:

$$V_1 = V_{1,2} = 12 V$$

بنابراین انرژی الکتریکی مصرفی آن عبارت است از:

$$U_1 = \frac{V_1^2}{R_1} t = \frac{12^2}{6} \times 10 = 240 J$$

(فیزیک ۳- مشابه تمرین ۱۱- صفحه‌ی ۱۳۶)

۱۸۶- گزینه‌ی «۴»

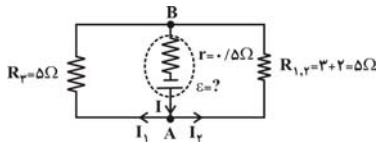
(ناصر فوارزمی)

در یک مدار تک‌حلقه، زمانی که مقاومت معادل خارجی مدار با مقاومت درونی مولد برابر باشد ($R_T = r$)، توان مفید مولد بیشینه مقدار خواهد بود.

۱۸۹- گزینه ۲»

(مصطفی کیانی)

ابتدا بار الکتریکی ذخیره شده در سخازن C_1 را حساب می‌کنیم و سپس ظرفیت معادل خازن‌های متوالی C_1 و C_2 را به دست می‌آوریم و آن‌گاه با توجه به این که $q_1 = q_{1,2}$ است، اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی A و B را به دست می‌آوریم.



$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} \Rightarrow 150 = \frac{q_1}{2 \times 3} \Rightarrow q_1 = 3 \cdot \mu C \Rightarrow q_{1,2} = 3 \cdot \mu C$$

$$C_{1,2} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2 \mu F$$

$$V_{AB} = V_{1,2} = \frac{q_{1,2}}{C_{1,2}} = \frac{3}{2} = 15 V$$

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{15}{5} = 3 A$$

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_{1,2}} = \frac{15}{5} = 3 A$$

$$I = I_1 + I_2 = 3 + 3 = 6 A$$

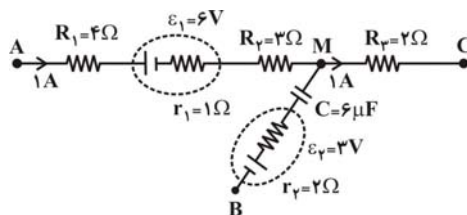
$$V_{AB} = \epsilon - rI \Rightarrow 15 = \epsilon - 0.5 \times 6 \Rightarrow \epsilon = 18 V$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۳۴)

۱۹۰- گزینه ۴»

(سراسری ریاضی- ۹۲)

با توجه به این که مدار در حالت پایداری قرار دارد، بنابراین در شاخه‌ای که خازن وجود دارد (شاخه‌ی BM)، خازن پُر شده است و جریانی از آن عبور نمی‌کند. بنابراین جریان در شاخه‌ی AM نیز برابر با $1 A$ و از A به طرف M خواهد بود.



از نقطه‌ی A به طرف نقطه‌ی C حرکت می‌کنیم و اختلاف پتانسیل دو سر اجزای مدار را جمع جبری می‌کنیم:

$$V_A - IR_1 - \epsilon_1 - IR_2 - IR_3 = V_C$$

$$\Rightarrow V_A - 1 \times 4 - 6 - 1 \times 1 - 1 \times 3 - 1 \times 2 = V_C$$

$$V_A - V_C = 16 V$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

در مدار این سؤال، زمانی که کلید K بسته می‌شود، مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی خواهند بود و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} \Rightarrow R_{1,2} = 2 \Omega$$

با توجه به این که در این حالت می‌توان مفید مولد بیشینه است، پس $r = R_{1,2} = 2 \Omega$ است.

برای محاسبه‌ی توان مفید مولد، وقتی که کلید K باز است، می‌توان نوشت:

$$P_{\text{مفید}} = R_1 I^2 \xrightarrow{I = \frac{\epsilon}{R_1 + r}} P_{\text{مفید}} = \frac{R_1 \epsilon^2}{(R_1 + r)^2}$$

$$\xrightarrow{\epsilon = 24 V, r = 2 \Omega, R_1 = 6 \Omega} P_{\text{مفید}} = \frac{6 \times 24^2}{(6 + 2)^2} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 54 W$$

به عنوان تمرین، اثبات کنید اگر در یک مدار تک حلقه، مقاومت معادل خارجی مدار با مقاومت درونی مولد برابر باشد، توان مفید مولد بیشینه مقدار خود را خواهد داشت.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۳۴)

۱۸۷- گزینه ۳»

(فسرو ارغوانی فخر)

در اتصالات متوالی مقاومت‌ها، شدت جریان گذرنده از آن‌ها یکسان است. با استفاده از قانون اهم می‌توان نوشت:

$$I = \frac{|V_{AB}|}{R_1} = \frac{6}{2} = 3 A$$

$$V_{BC} = IR_2 = 3 \times 3 = 9 V$$

$$V_{AD} = V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} \Rightarrow 33 = 6 + 9 + |V_{CD}|$$

$$\Rightarrow |V_{CD}| = 18 V$$

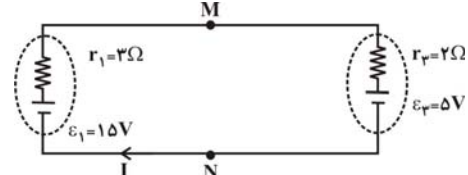
$$R_3 = \frac{|V_{CD}|}{I} = \frac{18}{3} = 6 \Omega$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۲۳ تا ۱۲۵)

۱۸۸- گزینه ۲»

(فسن اسحاق زاده)

چون از مولد ϵ_2 جریانی عبور نمی‌کند، می‌توانیم شاخه‌ای که این مولد در آن قرار دارد را کنار بگذاریم. شدت جریان در مدار برابر خواهد بود:



$$I = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{r_1 + r_2} = \frac{15 - 5}{3 + 2} = 2 A$$

با محاسبه‌ی $V_M - V_N$ می‌توانیم نیروی محرکه‌ی مولد ϵ_2 را محاسبه کنیم:

$$V_M - V_N = \epsilon_1 - Ir_1 = 15 - 2 \times 3 = 9 V$$

این اختلاف پتانسیل با نیروی محرکه‌ی مولد ϵ_2 برابر است زیرا افت پتانسیل در این مولد برابر با صفر است. بنابراین:

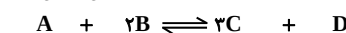
$$\epsilon_2 = V_M - V_N \Rightarrow \epsilon_2 = 9 V$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۲)

شیمی پیش دانشگاهی

۱۹۱- گزینه ی «۱»

(مرتضی رضایی زاده)



مول اولیه ° ۱ ۲ ° ۰

تغییر مول ۰/۸ -۲(۰/۸) +۳(۰/۸) +۰/۸

مول تعادلی ۰/۲ ۰/۴ ۲/۴ ۰/۸

کل مول های موجود در ظرف پس از رسیدن به تعادل:

$$0/2 + 0/4 + 2/4 + 0/8 = 3/4 \text{ mol}$$

$$\text{مولکول } 2/28 \times 10^{24} = \frac{6 \times 10^{23}}{1 \text{ mol}} \times 3/4 \text{ mol} = \text{تعداد ؟}$$

(شیمی پیش دانشگاهی، صفحه های ۳۱ تا ۳۴)

۱۹۲- گزینه ی «۴»

(امین نفیسی)

با افزایش حجم (کاهش فشار)، $Q > K$ شده و تعادل به سمت برگشت (مصرف N_2O_4) جابه جا می شود.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی «۱»: ثابت تعادل فقط با تغییر دما، تغییر می کند.

گزینه ی «۲»: با افزایش حجم در لحظه ی اعمال تغییر، از شدت رنگ قهوه ای در ظرف کاسته می شود و جابه جایی تعادل در جهت برگشت، کاهش شدت رنگ قهوه ای را به طور کامل جبران نمی کند.

نکته ی مهم: شدت رنگ به غلظت بستگی دارد، پس چون با افزایش حجم ظرف، غلظت هر دو ماده کم می شود، شدت رنگ NO_2 هم کم تر خواهد شد.

گزینه ی «۳»: با کاهش فشار (بر اثر افزایش حجم) تعادل گازی به سمت مول گازی بیش تر جابه جا می شود.

(شیمی پیش دانشگاهی، صفحه های ۳۷ تا ۴۵)

۱۹۳- گزینه ی «۱»

(حسن عیسی زاده)

کافی است عبارت ثابت تعادل را نوشته و تعداد مول های CO را به دست آوریم. در ضمن مقادیر $Fe(s)$ ، $Fe_2O_3(s)$ در رابطه ی تعادل قرار نمی گیرند.

$$K = \frac{[CO_2]^2}{[CO]^2} \Rightarrow 8 = \frac{(0/4)^2}{(x)^2} \Rightarrow x = 0/2 \text{ mol CO}$$

$$? gCO = 0/2 \text{ mol CO} \times \frac{28 gCO}{1 \text{ mol CO}} = 5/6 gCO$$

توجه کنید که چون تعداد مول های گازی در دو طرف تعادل برابر است، حجم ظرف بی تأثیر است.

(شیمی پیش دانشگاهی، صفحه های ۳۱ تا ۳۴)

۱۹۴- گزینه ی «۳»

(رضا پعفری فیروزآبادی)

با کاهش حجم ظرف (افزایش فشار) تعادل (I) در جهت برگشت جابه جا می شود، اما مقدار K تغییر نمی کند، زیرا مقدار K فقط تابع دماست.

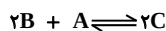
(شیمی پیش دانشگاهی، صفحه های ۳۰، ۳۱ و ۳۷ تا ۴۵)

۱۹۵- گزینه ی «۲»

(امین نفیسی)

با توجه به این که واحد ثابت تعادل $\text{mol}^{-1} \cdot \text{L}$ است، می توان نوشت:

$$K = \left(\frac{\text{mol}}{\text{L}}\right)^{c-(1+2)} = \left(\frac{\text{mol}}{\text{L}}\right)^{-1} \Rightarrow c = 2$$



مول اولیه	۱۲	x	۰
تغییرات مول	-۴	-۲	+۴
مول تعادلی	۸	x-۲	۴

$$K = 0/5 = \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^2}{\left(\frac{8}{3}\right)^2 \times \left(\frac{x-2}{3}\right)} \Rightarrow x = 3/4 \text{ mol A}$$

(شیمی پیش دانشگاهی، صفحه های ۳۱ تا ۳۴)

۱۹۶- گزینه ی «۱»

(صادق ابرقویی)

در فرآیند هابر، کاتالیزگر کمک می کند تا در دماهای به نسبت پایین تری آمونیاک سریع تر تشکیل شود و در نتیجه $NH_3(g)$ به مقدار بیش تر و ارزان تر تولید شود.

(شیمی پیش دانشگاهی، صفحه ی ۴۷)

۱۹۷- گزینه ی «۱»

(مرتضی رضایی زاده)

با گذشت زمان، غلظت واکنش دهنده (ها) کاهش و غلظت فراورده (ها) افزایش می یابد. بیش تر واکنش ها در آغاز یعنی هنگامی که غلظت واکنش دهنده ها زیاد است، سریع هستند ولی با گذشت زمان و با مصرف واکنش دهنده ها سرعت آن ها (سرعت مصرف واکنش دهنده ها و سرعت تولید فراورده ها) کاهش می یابد.

(شیمی پیش دانشگاهی، صفحه های ۶ تا ۸)

۱۹۸- گزینه ی «۱»

(اکبر ابراهیم نژاد)

$$R = k[A]^x[B]^y$$

$$(2) \Rightarrow \left(\frac{0/2}{0/1}\right)^x \left(\frac{0/1}{0/1}\right)^y = \frac{1/6 \times 10^{-3}}{0/4 \times 10^{-3}} \Rightarrow x = 2$$

$$(3) \Rightarrow \left(\frac{0/3}{0/1}\right)^x \left(\frac{0/4}{0/1}\right)^y = \frac{2/2 \times 10^{-3}}{0/4 \times 10^{-3}} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$(4) \Rightarrow \left(\frac{X}{0/1}\right)^2 \left(\frac{2/5}{0/1}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2/2 \times 10^{-3}}{0/4 \times 10^{-3}} \Rightarrow X = 0/6$$

اما دقت شود که در سؤال مقدار x خواسته نشده و باید غلظت A را به دست آوریم:

$$[A] \times 10^{-1} = X \Rightarrow [A] = \frac{0/6}{10^{-1}} = 0/6 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی پیش دانشگاهی، صفحه های ۹ و ۱۰)

۱۹۹- گزینه ی «۳»

(سراسری تهری- ۹۱)

ابتدا با توجه به انرژی های فعال سازی رفت (۹۰ کیلوژول) و برگشت (۱۰۰ کیلوژول) مقدار ΔH را محاسبه می کنیم:

$$\begin{aligned}\Delta H &= 90 - 100 = -10 \text{ kJ} \\ \Rightarrow -10 &= 2\Delta H_{\text{پیوند}}(B-C) - 2\Delta H_{\text{پیوند}}(A-C) \\ \Rightarrow -10 &= 2 \times 60 - 2\Delta H_{\text{پیوند}}(A-C) \\ \Rightarrow \Delta H_{\text{پیوند}}(A-C) &= 65 \text{ kJ.mol}^{-1}\end{aligned}$$

(شیمی پیش دانشگاهی، صفحه های ۱۵ و ۱۶) و (شیمی ۳، صفحه های ۶۵ تا ۶۸)

۲۰۰- گزینه ی «۱»

(سراسری تهری- ۹۱)

با توجه به معادله واکنش و عبارت ثابت تعادل خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\text{CaCO}_3(s) &\rightleftharpoons \text{CaO}(s) + \text{CO}_2(g) \\ K &= [\text{CO}_2] \Rightarrow [\text{CO}_2] = 10^{-2} = \frac{\text{mol CO}_2}{\text{L}} \\ \Rightarrow \text{mol CO}_2 &= 3 \times 10^{-2} \text{ mol}\end{aligned}$$

هر مول CO_2 شامل $6/02 \times 10^{23}$ مولکول CO_2 است پس:

$$\begin{aligned}\text{CO}_2 &= 3 \times 10^{-2} \times 6/02 \times 10^{23} \approx 1/8 \times 10^{22} \\ &= \text{تعداد مولکول های CO}_2\end{aligned}$$

(شیمی پیش دانشگاهی، صفحه های ۳۱ تا ۳۴)

شیمی ۲

۲۰۱- گزینه ی «۴»

(معمدرضا پوریاویر)

هر قدر طول پیوند بیش تر باشد، انرژی پیوند کم تر خواهد بود:

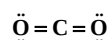
$$\begin{aligned}\text{طول پیوند} &: \text{H-C} < \text{C-O} < \text{C-Cl} < \text{I-I} \\ \text{انرژی پیوند} &: \text{H-C} > \text{C-O} > \text{C-Cl} > \text{I-I}\end{aligned}$$

(شیمی ۲، صفحه های ۷۴ و ۷۵)

۲۰۲- گزینه ی «۴»

(رضا پعفری فیروزآبادی)

ساختار لوویس مولکول CO_2 و CO به صورت زیر است:



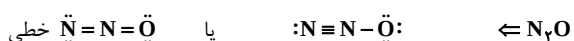
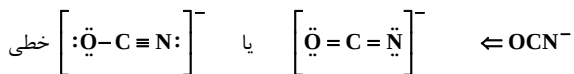
مولکول CO_2 ناقطبی و مولکول CO قطبی است. در مولکول CO_2 چهار جفت الکترون ناپیوندی و در مولکول CO دو جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد، که نسبت آن ها برابر ۲ می شود.

(شیمی ۲، صفحه های ۷۸ تا ۸۳، ۸۵ تا ۸۷ و ۹۰ تا ۹۷)

۲۰۳- گزینه ی «۴»

(آزاده مرادیان پور)

ساختار لوویس گزینه ها را رسم می کنیم:

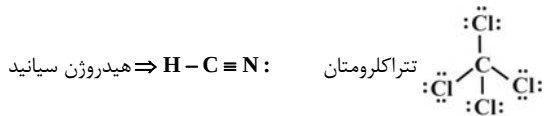


(شیمی ۲، صفحه های ۷۸ تا ۸۳، ۸۵ و ۹۰ تا ۹۵)

۲۰۴- گزینه ی «۴»

(رضا پعفری فیروزآبادی)

ساختار لوویس ۴ مولکول داده شده به صورت زیر است:



مولکول قطبی

مولکول ناقطبی



مولکول ناقطبی

مولکول قطبی

در مولکول تتراکلرومتان نسبت زوج الکترون های ناپیوندی به پیوندی برابر ۳ است.

(شیمی ۲، صفحه های ۷۸ تا ۸۳ و ۹۰ تا ۹۵، ۹۷ و ۹۸)

۲۰۵- گزینه ی «۴»

(کامبیز فراهانی)

عدد اکسایش اکسیژن در اکسیژن دی فلوئورید (OF_2) برابر با ۲+ است. در حالی که در دی کلر اکسید (Cl_2O) برابر با ۲- است، زیرا الکترونگاتیوی اتم اکسیژن در مقایسه با فلوئور کم تر، ولی در مقایسه با اتم کلر بیش تر است.

(شیمی ۲، صفحه های ۸۶ و ۸۷)

۲۰۶- گزینه ی «۳»

(کامبیز فراهانی)

شکل هندسی مولکول های CH_2O و SO_2 یک سان و هر دو سه ضلعی مسطح هستند، اما زاویه ی پیوندی در آن ها متفاوت است. زاویه ی پیوندی در مولکول SO_2 برابر با 120° است، در حالی که در CH_2O متفاوت با این مقدار و حدود 120° است.

(شیمی ۲، صفحه های ۹۰ تا ۹۵)

۲۰۷- گزینه ی «۱»

(امسان عزیزآبادی)

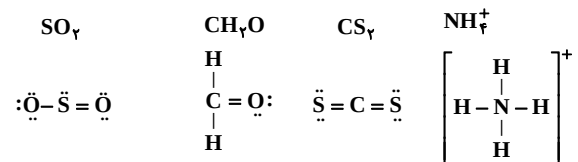
شکل هندسی	ساختر لوویس	جفت الکترون پیوندی	جفت الکترون ناپیوندی اتم مرکزی
OF ₂	خمیده		۲
CO ₂	خطی		۴
H ₂ O	خمیده		۲
BeF ₂	خطی		۲
CH ₄	چهاروجهی		۴
NH ₃ ⁻	خمیده		۲
Cl ₂ O	خمیده		۲

(شیمی ۲، صفحه های ۷۸ تا ۸۳ و ۹۰ تا ۹۵)

۲۰۸- گزینه ی «۴»

(امیر قاسمی)

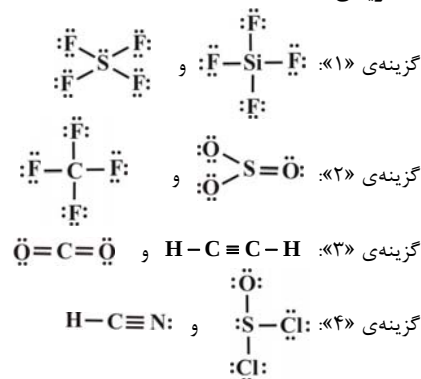
با توجه به ساختارهای لوویس ترکیبات، می بینیم که تعداد پیوند کووالانسی SO₂ با ترکیبات دیگر گزینه ها متفاوت است.



(شیمی ۲، صفحه های ۷۸ تا ۸۳ و ۸۵)

۲۰۹- گزینه ی «۲»

(مرتضی ابراهیم نژاد)



(شیمی ۲، صفحه های ۷۸ تا ۸۳ و ۹۷ و ۹۸)

۲۱۰- گزینه ی «۲»

(معمدرضا پورهاویر)

ساختار لوویس، شکل هندسی و زوایای پیوندی گونه های داده شده عبارتند از:

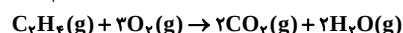
زاویه ی پیوندی	شکل هندسی	ساختار لوویس	فرمول ترکیب
کمتر از ۱۰۹/۵°	هرمی		PCl ₃
۱۸۰°	خطی	$\text{H}-\text{C}\equiv\text{N}:$	HCN
۱۰۹/۵°	چهاروجهی		SO ₄ ²⁻
۱۲۰°	مسطح مثلثی		BF ₃

(شیمی ۲، صفحه های ۷۸ تا ۸۳، ۸۵ و ۹۰ تا ۹۵)

شیمی ۳

۲۱۱- گزینه ی «۴»

(مصطفی رستم آبادی)



آنتالپی استاندارد سوختن گرافیت، برابر آنتالپی استاندارد تشکیل CO₂(g) است.

$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی استاندارد تشکیل واکنش دهنده ها}] - [\text{مجموع آنتالپی استاندارد تشکیل فراورده ها}]$

$\Delta H = [2(-394) + 2(-242)] - [52 + 3(0)] = -1324 \text{ kJ.mol}^{-1}$

بنابراین آنتالپی استاندارد سوختن اتن، می باشد.

(شیمی ۳، صفحه های ۶۴ و ۶۵)

۲۱۲- گزینه ی «۳»

(حسن عیسی زاده)

برای به دست آوردن معادله مورد نظر، واکنش (I) را معکوس کرده و در

عدد $\frac{1}{4}$ ضرب می کنیم، واکنش (II) را در عدد ۲ ضرب کرده و واکنش

(III) و (IV) را معکوس می کنیم و همین تغییرات را در ΔH آن ها نیز

اعمال می کنیم. بنابراین:

$\Delta H_1 = -\frac{1}{4} \times (-3120 \text{ kJ}) = +780 \text{ kJ}$

$\Delta H_2 = 2 \times (-890 \text{ kJ}) = -1780 \text{ kJ}$

$\Delta H_3 = -(+202 \text{ kJ}) = -202 \text{ kJ}$

$\Delta H_4 = -(-242 \text{ kJ}) = +242 \text{ kJ}$

$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 + \Delta H_4$

$= 780 \text{ kJ} + (-1780 \text{ kJ}) + (-202 \text{ kJ}) + 242 \text{ kJ} = -960 \text{ kJ}$

(شیمی ۳، صفحه های ۶۰ تا ۶۴)

انرژی آپیوشی باشد، یعنی فرایند گرماگیری بیش از فرایند گرمادهی است، به عبارت دیگر، گرمای گرفته شده بیش از گرمای آزاد شده است. پس باید به دنبال نمکی بگردیم که انحلال آن گرماگیر باشد، به عبارت دیگر نمکی که با افزایش دما، انحلال آن در آب، افزایش یابد.

در مورد نمک A، با توجه به داده های جدول مشاهده می شود که هنگامی که دما از ۲۰ درجه به ۳۵ درجه افزایش می یابد، انحلال پذیری نمک افزایش می یابد. پس انحلال این نمک گرماگیر است.

در مورد نمک B، با توجه به داده های جدول مشاهده می شود که هنگامی که دما از ۲۵ درجه به ۳۰ درجه افزایش می یابد انحلال پذیری نمک تغییری نمی کند. یعنی انحلال پذیری این نمک با تغییر دما کاهش یا افزایش نمی یابد.

در مورد نمک C، با توجه به داده های جدول مشاهده می شود که هنگامی که دما از ۱۰ درجه به ۲۵ درجه افزایش می یابد انحلال پذیری نمک، کاهش می یابد. پس انحلال این نمک گرماده است.

در مورد نمک D، با توجه به داده های جدول مشاهده می شود که هنگامی که دما از ۲۰ درجه به ۳۵ درجه افزایش می یابد، انحلال پذیری نمک کاهش می یابد. پس انحلال این نمک گرماده است.

(شیمی ۳، صفحه های ۸۱ تا ۸۴، ۸۶ و ۸۷)

۲۱۸- گزینه ۴»

(مرتضی ابراهیم نژاد)

با توجه به جدول صفحه ۸۷ (قواعد انحلال پذیری ترکیب های یونی در آب) ترکیب های گزینه ۴ همگی در آب محلول هستند.

در گزینه ۱: فقط K_2SO_4 محلول است.

در گزینه ۲: فقط $BaSO_4$ نامحلول است.

در گزینه ۳: فقط $Cr_2(CO_3)_3$ نامحلول است.

در گزینه ۴: همگی در آب محلول هستند.

(شیمی ۳، صفحه ۸۷)

۲۱۹- گزینه ۱»

(حسن عیسی زاده)

با انحلال ماده، دمای محلول کاهش یافته است، پس انحلال NH_4NO_3 در آب گرماگیر است. بنابراین مطابق رابطه

($\Delta H_{\text{پوشی}} + \Delta H_{\text{شبهه}} = \Delta H_{\text{انحلال}}$) برای این که $\Delta H_{\text{انحلال}} > 0$ باشد، باید مقدار $|\Delta H_{\text{شبهه}}|$ بیش تر از $|\Delta H_{\text{پوشی}}|$ یون ها باشد. در ضمن انحلال آمونیوم نیترات جامد در جهت افزایش آنتروپی است و فرایندی که دارای $\Delta H > 0$ و $\Delta S > 0$ باشد، در دماهای بالا خودبه خودی است.

(شیمی ۳، صفحه های ۷۳، ۷۴، ۸۱ تا ۸۵)

۲۲۰- گزینه ۴»

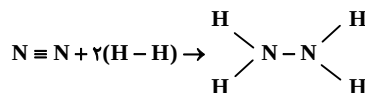
(حسن عیسی زاده)

انحلال گاز با فشار، رابطه مستقیم و با دما رابطه عکس دارد. همان طوری که در نمودار مشاهده می شود، با افزایش X، انحلال پذیری گاز کاهش می یابد که این اتفاق در دو حالت ممکن است، (افزایش دما و کاهش فشار) بنابراین به جای X، کاهش دما و افزایش فشار نمی تواند قرار بگیرد.

(شیمی ۳، صفحه های ۸۸ و ۸۹)

۲۱۳- گزینه ۲»

واکنش انجام شده عبارتست از:



بنابراین خواهیم داشت:

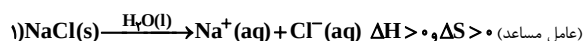
$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندهای واکنش دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندهای فرآورده ها}] = [3 \times 41 + 2(435)] - [3 \times 51 + 4 \Delta H(N-H)]$$

$$\Rightarrow \Delta H_{(N-H)} = 389 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

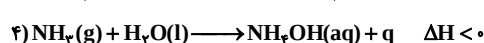
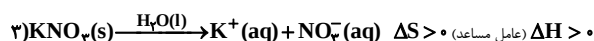
(شیمی ۳، صفحه های ۶۰ و ۶۵ تا ۶۸)

۲۱۴- گزینه ۴»

(سعید فاضل)



(عامل مساعد) ۲) اگر گاز آرگون (گاز نجیب) در آب وارد شود بی نظمی کاهش می یابد (عامل نامساعد) ولی حل شدن آن در آب با مصرف گرما همراه است ($\Delta H > 0$) یعنی آنتالپی عامل نامساعد است.



حل شدن گاز آمونیاک در آب گرمازا (آنتالپی عامل مساعد) است و با کاهش بی نظمی (عامل نامساعد) همراه است.

(شیمی ۳، صفحه های ۸۴ و ۸۵)

۲۱۵- گزینه ۲»

(حسن عیسی زاده)

در حالت تعادل $\Delta G = 0$ است یعنی:

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S \Rightarrow \Delta H - T\Delta S = 0$$

$$\Rightarrow \Delta S = \frac{\Delta H}{T} = \frac{+6020 \text{ J}}{(273 + 0) \text{ K}} \approx +22.05 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

(شیمی ۳، صفحه ۷۳)

۲۱۶- گزینه ۱»

(رضا جعفری خیروزآبادی)

هگزان مولکولی ناقطبی و اتانول و استون مولکول هایی نسبتاً قطبی هستند. (شیمی ۳، صفحه ۷۷)

۲۱۷- گزینه ۱»

(مرتضی ابراهیم نژاد)

اگر انحلال نمک، گرماگیر باشد، با افزایش دما باید انحلال پذیری آن نمک افزایش یابد.

اما اگر انحلال نمک، گرماده باشد، با افزایش دما باید انحلال پذیری آن نمک کاهش یابد.

می دانیم فرایند آپیوشی، فرایندی است گرماده.

در حالی که فرایند فروپاشی شبکه بلور، فرایندی است گرماگیر.

هدف از این سؤال آن است که وقتی انرژی فرو پاشی شبکه بلور بیش تر از