

- ۱ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.
- الف** دو پیشامد A و B از هم مستقل هستند هرگاه با هم رخ ندهند.
- ۲ سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۴ مهره آبی است. ظرف دوم شامل ۷ مهره سبز و ۳ مهره آبی است. ظرف سوم شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب و یک مهره از آن بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی این مهره آبی است؟
- الف** در جاهای خالی گزینه مناسب داخل پرانتز را انتخاب کنید.
- ۳ دو پیشامدی که با هم رخ ندهند، دو پیشامد (مستقل، ناسازگار) هستند.
- ۴ دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول مهره‌ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟
- ۵ اگر احتمال انتقال نوعی بیماری عفونی به نوزاد پسر ۷٪ و نوزاد دختر ۴٪ باشد و خانواده‌ای متوجه به دنیا آمدن فرزندی باشد، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟
- ۶ دو ظرف داریم. اولی شامل ۳ مهره سفید و ۲ مهره سیاه و دومی شامل ۴ مهره سفید و ۱ مهره سیاه است. از ظرف اول به تصادف یک مهره برداشته و در ظرف دوم قرار می‌دهیم، سپس از ظرف دوم مهره‌ای بر می‌دازیم. احتمال آن که این مهره سفید باشد چقدر است؟
- ۷ در دو جعبه به ترتیب ۲۴ و ۱۵ عدد لامپ یکسان موجود است. در جعبه اول ۴ عدد و در جعبه دوم ۳ عدد لامپ معیوب‌اند. از اولی ۸ لامپ و از دومی ۶ لامپ به تصادف برداشته و در یک جعبه جدید قرار می‌دهیم. با کدام احتمال یک لامپ انتخابی از جعبه جدید معیوب است؟
- ۸ یک سکه را پرتاب می‌کنیم و اگر پشت بیاید ۳ سکه دیگر را باهم پرتاب می‌کنیم. در این آزمایش احتمال این که دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود چقدر است؟
- ۹ دو جعبه داریم. درون یکی از آن‌ها ۱۲ لامپ قرار دارد که ۶ تا از آن‌ها معیوب است و درون جعبه دیگر ۹۶ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آن‌ها معیوب‌اند. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده، یک لامپ از آن بیرون می‌آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ مورد نظر معیوب باشد؟
- ۱۰ در هر قسمت، عبارت مناسب را انتخاب کنید.
- الف** دو پیشامد A و B را گوییم هرگاه وقوع هریک بر احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. (مستقل- ناسازگار- سازگار)
- ب** احتمال وقوع پیشامد A به شرط اینکه بدانیم پیشامد B رخ داده است، به صورت نمایش داده می‌شود. ($P(B | A)$)
 $(P(A - B), P(A | B))$
- ۱۱ احتمال انتقال بیماری مسری به افرادی که واکسن زده‌اند ۱٪ و احتمال انتقال به افراد دیگر ۳٪ است. $\frac{3}{5}$ کارگران یک کارگاه واکسن زده‌اند. اگر فرد حامل بیماری به تصادف با یکی از کارگران ملاقات کند با کدام احتمال این بیماری منتقل می‌شود؟
- ۱۲ در یک شهر ۸۰ درصد از راننده‌ها زن و ۲۰ درصد مرد هستند. احتمال این که یک راننده مرد چراغ قرمز را رد کند ۳٪ و این احتمال برای راننده زن ۲٪ است. اگر در این شهر یک راننده را به تصادف انتخاب کنیم چقدر احتمال دارد که چراغ قرمز را رد کند؟
- ۱۳ سه ظرف همانند داریم. در اولی و دومی هر کدام ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در ظرف سوم ۴ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است. اگر به تصادف یک ظرف انتخاب و یک مهره بیرون آوریم، با کدام احتمال این مهره سیاه است؟
- ۱۴ جمعیت یک روستا، ۶۰ درصد زن و ۴۰ درصد مرد است. می‌دانیم ۸۰ درصد زنان و ۷۰ درصد مردان در این روستا دفترچه سلامت دارند. اگر فردی به تصادف یکی از ساکنان این روستا انتخاب شود با چه احتمال دفترچه سلامت دارد؟
- ۱۵ دو ظرف همانند داریم. اولی شامل ۴ توب قرمز و ۲ توب آبی و دومی شامل ۵ توب قرمز و ۴ توب آبی است. به طور تصادفی از یکی از ظرف‌ها دو توب باهم خارج می‌کنیم. احتمال آن که توب‌ها همنگ نباشند چقدر است؟



- ۱۶ جعبه شماره یک دارای ۲ مهره سیاه و ۵ مهره سفید و جعبه شماره دو دارای ۴ مهره سیاه و ۳ مهره سفید است. یکی از جعبه‌ها را به تصادف انتخاب کرده و مهره‌ای از آن خارج می‌کنیم، چقدر احتمال دارد این مهره سفید باشد؟
- ۱۷ داخل جعبه‌ای ۳ مهره سفید و ۵ مهره سیاه وجود دارد. یک مهره برداشته و بدون نگاه کردن کنار می‌گذاریم و سپس مهره دیگری از این جعبه خارج می‌کنیم، چقدر احتمال دارد این مهره سفید باشد؟
- ۱۸ چهار ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۰ مهره قرمز دارد که ۶ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم همه مهره‌ها قرمزند. در ظرف سوم ۱۲ مهره قرار دارد که ۴ تای آنها قرمز هستند و در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم، احتمال اینکه مهره انتخابی قرمز باشد چقدر است؟
- ۱۹ اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر 0.58 و نوزاد دختر 0.50 باشد و خانواده‌ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد، با چه احتمالی نوزاد آن‌ها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟
- ۲۰ ظرف A دارای ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است و هر یک از دو ظرف یکسان B و C دارای ۶ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. به تصادف یکی از ۳ ظرف را انتخاب کرده و ۴ مهره از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره از مهره‌های خارج شده سفید است؟



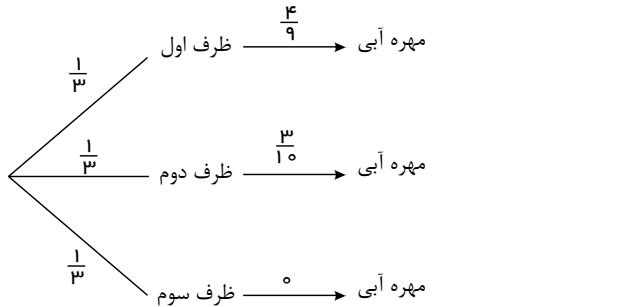
پاسخنامه تشریحی

۱

نادرست

علت: دو پیشامد A و B مستقل هستند هرگاه انجام یکی تأثیری روی انجام دیگری نداشته باشد.

۲



$$P(A) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{4}{9}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{10}\right) + \left(\frac{1}{3} \times 0\right) = \frac{4}{27} + \frac{1}{10} = \frac{67}{270}$$

۳

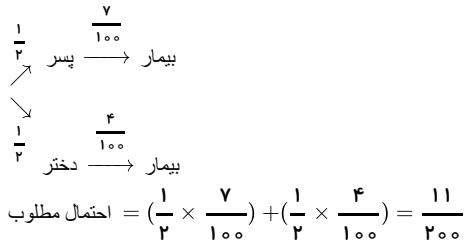
دو پیشامدی که با هم رخ ندهند، دو پیشامد ناسازگار هستند.

۴

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

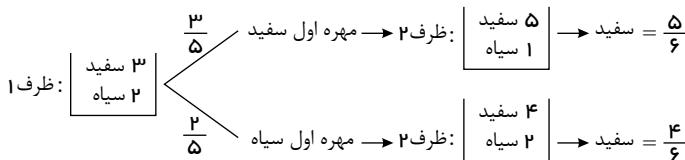
$$P(A) = \frac{6}{10} \times \frac{6}{100} + \frac{4}{10} \times \frac{5}{100} = \frac{56}{100}$$

۵



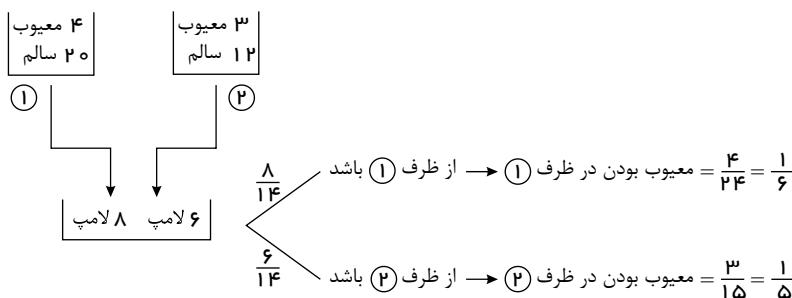
$$P(A) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{7}{100}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{100}\right) = \frac{11}{200}$$

۶



$$P(A) = \frac{3}{5} \times \frac{5}{6} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{15+2}{30} = \frac{17}{30}$$

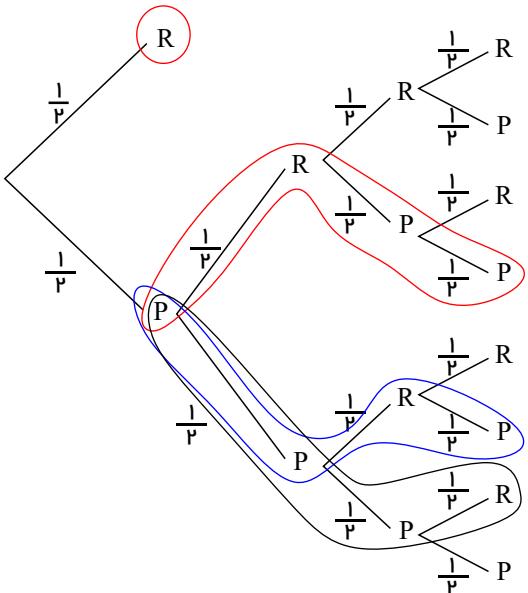
۷





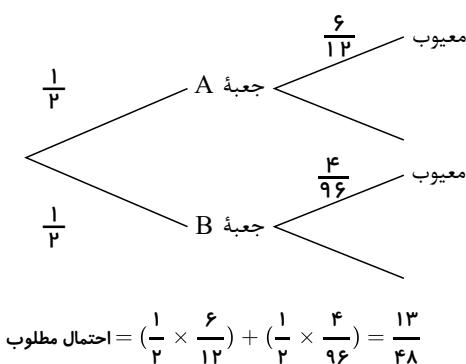
$$P = \frac{4}{7} \times \frac{1}{6} + \frac{3}{7} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{21} + \frac{3}{35} = \frac{10+9}{3 \times 7 \times 5} = \frac{19}{105}$$

۸

در را با R و «پشت» را با P نشان می‌دهیم:حالات مطلوب: $R, PRPP, PPRP, PPPR$

$$\begin{aligned} \text{احتمال مطلوب} &= \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{3}{16} = \frac{11}{16} \end{aligned}$$

۹



$$\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{6}{12}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{9}\right) = \frac{13}{48}$$

۱۰

الف مستقل

$$P(A | B)$$

۱۱

$\frac{3}{5}$ → احتمال انتقال بیماری → واکسن زده باشد
 $\frac{2}{5}$ → احتمال انتقال بیماری → واکسن نزدیک باشد

$$P(A | B) = \frac{3}{5} \times 0,01 + \frac{2}{5} \times 0,03 = 0,06 \times 0,01 + 0,04 \times 0,03 = 0,006 + 0,012 = 0,018$$

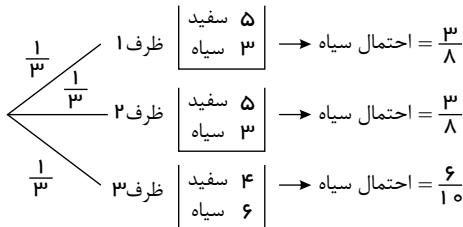


$0/2$ = احتمال رد کردن چراغ قرمز → راننده زن باشد

$0/3$ = احتمال رد کردن چراغ قرمز → راننده مرد باشد

$$P(R) = P(A_1)P(R|A_1) + P(A_r)P(R|A_r) + P(A_v)P(R|A_v) + P(A_f)P(R|A_f)$$

۱۳



$$P = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{6}{10} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{5} \right) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{15+21}{20} \right) = \frac{9}{20}$$

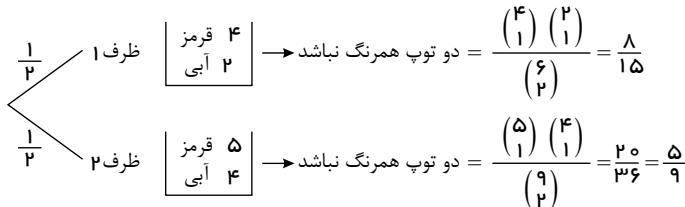
۱۴

$0/8$ = احتمال داشتن دفترچه سلامت → زن

$0/7$ = احتمال داشتن دفترچه سلامت → مرد

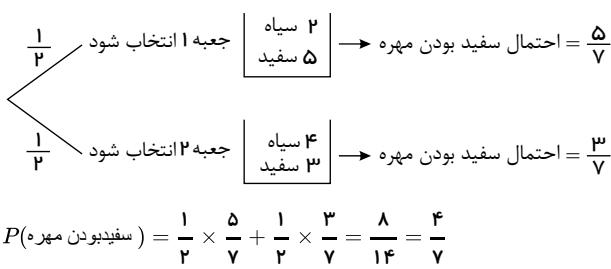
$$P(R) = P(A_1)P(R|A_1) + P(A_r)P(R|A_r) + P(A_v)P(R|A_v) + P(A_f)P(R|A_f)$$

۱۵



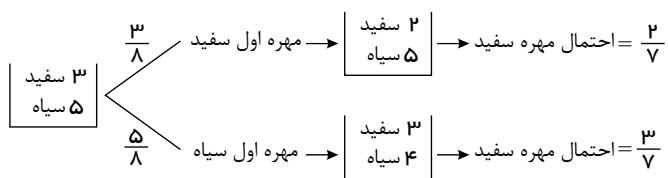
$$P = \frac{1}{2} \times \left(\frac{8}{15} + \frac{5}{9} \right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{24+25}{45} \right) = \frac{49}{90}$$

۱۶



$$P = \frac{1}{2} \times \frac{5}{7} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

۱۷



$$P = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{6+15}{56} = \frac{21}{56}$$

۱۸

$$P(R) = P(A_1)P(R|A_1) + P(A_r)P(R|A_r) + P(A_v)P(R|A_v) + P(A_f)P(R|A_f)$$

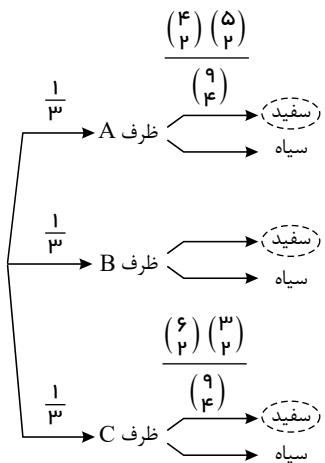
$$P(R) = \frac{1}{4} \times \frac{6}{10} + \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times \frac{4}{12} + \frac{1}{4} \times 0 = \frac{29}{60}$$

۱۹



$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{100} = \frac{11}{200}$$



$$P(\text{مطلوب}) = \frac{1}{3} \times \frac{\binom{4}{2} \binom{5}{2}}{\binom{9}{4}} + 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{\binom{6}{2} \binom{3}{2}}{\binom{9}{4}}$$

$$P(\text{مطلوب}) = \frac{1}{3} \left(\frac{6 \times 10}{9 \times 2 \times 7} + 2 \times \frac{15 \times 3}{9 \times 2 \times 7} \right)$$

$$P(\text{مطلوب}) = \frac{1}{3} \left(\frac{10}{21} + \frac{5}{7} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{10 + 15}{21} \right) = \frac{25}{63}$$