



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه



نام آزمون: گسسته تشریحی جامع

تاریخ آزمون:

۱ مجموعه  $S = \{1, 2, \dots, 400\}$  را در نظر بگیرید. چند عدد در  $S$  وجود دارند، به طوری که نه بر ۵ و نه بر ۷ بخش پذیر باشند؟

۲ ثابت کنید می توان دو طرف یک رابطه هم نهشتی را در عددی صحیح ضرب کرد، به عبارتی دیگر، برای اعداد صحیح  $a, b, c$  و عدد طبیعی  $m$ ، اگر  $a \equiv b \pmod{m}$  آن گاه  $ac \equiv bc \pmod{m}$ .

۳ ثابت کنید: اگر باقی مانده های تقسیم دو عدد  $a$  و  $b$  بر  $m$  مساوی باشند آن گاه  $a \equiv b \pmod{m}$ .

۴ ثابت کنید حاصل ضرب سه عدد صحیح متوالی همواره بر  $3!$  بخش پذیر است.

۵ با فرض اینکه  $\sqrt{6}$  عددی گنگ است ثابت کنید عدد  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  نیز عددی گنگ است.

۶ از راه های به دست آوردن غذای بیشتر و بهتر، ..... است.

۷ الف) گراف  $P_8$  را رسم کنید.

ب) یک  $\gamma$ -مجموعه از آن را مشخص کنید.

ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی از آن را مشخص نمایید.

۸ گراف  $P_{12}$  را رسم کنید.

الف) یک  $\gamma$ -مجموعه از آن را مشخص نمایید.

ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۶ عضوی از آن را مشخص نمایید.

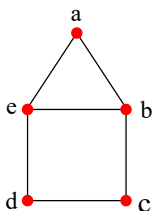
۹ ثابت کنید اگر  $a$  و  $b$  عدد صحیح و مخالف صفر باشند آنگاه  $(a, b) = |ab|$ ،  $[a, b]$ .

۱۰ تمام جواب های  $n$  که به ازای آن ها معادله  $(2m^2 + 1)x + (2m - 4)y = n$  همواره در  $\mathbb{Z}$  جواب دارد را بیابید:

۱۱ اگر  $x, y$  جواب هایی از معادله سیاله  $14x + 11y = 56$  باشند آنگاه باقیمانده تقسیم  $x$  بر ۱۱ را بیابید:

۱۲ در یک تقسیم مقسوم ۸۴ واحد بیشتر از مقسوم علیه است اگر باقیمانده برابر ۷ باشد تمام مقادیر ممکن برای خارج قسمت را بیابید.

۱۳ تمام مجموعه های احاطه گر مینیمم را برای گراف زیر بنویسید.



۱۴ ابتدا گراف  $P_9$  را رسم کنید. سپس یک مجموعه احاطه گر مینیمم از آن را مشخص کنید.

۱۵ تعداد توابع یک به یک، از یک مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۷ عضوی را به دست آورید. (راه حل نوشته شود)

۱۶ اگر باقی مانده تقسیم عدد  $a$  بر ۴ برابر ۳ باشد، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد  $2a + 3$  بر ۸ را به دست آورید.

۱۷ به چند طریق می توان از بین ۶ نوع گل، ۱۲ شاخه انتخاب کرد، اگر بخواهیم: از گل نوع اول حداقل یک شاخه، از گل نوع چهارم بیش از ۳ شاخه و از گل نوع ششم فقط یک شاخه انتخاب کنیم؟

۱۸ در بین اعداد طبیعی مانند  $n$  به طوری که  $1 \leq n \leq 100$ ، چند عدد وجود دارد که بر ۶ یا ۱۰ بخش پذیر است؟

۱۹ اگر باقی مانده تقسیم عدد  $a$  بر ۴ برابر ۳ باشد، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد  $2a + 3$  بر ۸ را به دست آورید.

۲۰ گراف  $G$  را در نظر گرفته و به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف)  $NG[a]$  را با اعضا مشخص کنید.

ب) یک دور به طول ۴ در این گراف مشخص کنید.

پ یک مسیر به طول ۳ و یک مسیر به طول ۴ از  $a$  به  $c$  بنویسید.

