



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه



نام آزمون: گسسته فصل اول تشریحی

تاریخ آزمون:

۱ اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha + 2\beta$ گنگ است.

۲ فرض کنید $b \equiv a^m$ ، آنگاه ثابت کنید: $ka \equiv kb^{km}$ ($k \in \mathbb{N}$).

۳ اگر n عددی صحیح باشد آنگاه $n^2 + 5n$ عددی زوج است.

۴ فرض کنید تابع f در $x = a$ پیوسته باشد ولی تابع g در $x = a$ پیوسته نباشد ثابت کنید $f + g$ در $x = a$ ناپیوسته است.

۵ ثابت کنید حاصلضرب هر دو عدد فرد متوالی به علاوه یک، مربع کامل است.

۶ گزاره درست را اثبات کنید و برای گزاره نادرست، مثال نقض ارائه دهید.

الف مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

ب اگر از مربع عددی فرد یک واحد کم کنیم، حاصل همواره بر ۸ بخش پذیر است.

۷ اگر اول مهرماه در یک سال روز یکشنبه باشد، ۷ اسفندماه در همان سال چه روزی از هفته است؟

۸ جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی $11 = 7x + 5y$ را به دست آورید.

۹ اگر $a > 1$ و $a | 9k + 4$ و $a | 5k + 3$ ، ثابت کنید a عددی اول است.

۱۰ ثابت کنید: اگر $a | b$ آنگاه $a | -b$ و $a | b$ و $a | -a$ و $a | -b$.

۱۱ ثابت کنید اگر $(a, b) = 1$ ، $(a, c) = 1$ ، آنگاه $(a, bc) = 1$.

۱۲ باقیمانده تقسیم 17^{19} بر ۲۵ را بیابید.

۱۳ یک عدد مربع کامل در تقسیم بر ۵ چه باقیمانده‌هایی می‌تواند داشته باشد؟

۱۴ فرض کنید $a, b, 2$ عدد صحیح باشند و $2a - 3b$ بر ۱۱ ثابت کنید: $7a - 5b$ بر ۱۱.

۱۵ اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد a و b بر ۱۷ برابر ۳ و ۵ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد $(2a - 5b)$ بر ۱۷ را بیابید.

۱۶ اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$.

۱۷ جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی $7 = 9x + 13y$ را به دست آورید.

۱۸ گزاره‌های درست را مشخص کرده و برای گزاره‌های نادرست، مثال نقض ارائه کنید.

الف برای هر عدد طبیعی n بزرگ‌تر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است.

ب برای دو عدد طبیعی a و b ، اگر $a | b$ آنگاه $|a, b| = [a, b]$.

پ معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b^m$ دارای جواب است، اگر و تنها اگر $(a, b) | m$.

۱۹ اگر در یک سال، شنبه روز اول مهر باشد، در این صورت با استفاده از هم‌نهشتی تعیین کنید ۱۲ بهمن همان سال چه روزی از هفته است؟

الف معادله هم‌نهشتی $20 \equiv 8x$ را حل کرده و جواب عمومی آن را به دست آورید.

۲۰ عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.

الف حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی (گنگ، گویا) است.

ب اگر برای دو عدد صحیح a و b داشته باشیم $a | b$ ، برای هر $m \in \mathbb{Z}$ داریم: $(a | mb, ma | b)$.

پ اگر $a | b$ آنگاه ب.م.م دو عدد a و b برابر با $(a, |a|)$ است.

ت اگر $ac \equiv bc$ و $(c, m) = d$ آنگاه رابطه $(a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}})$ برقرار خواهد بود.