

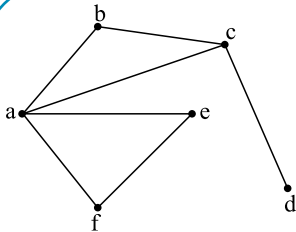


زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: گسسته فصل دوم تشریحی

تاریخ آزمون:



۱) عدد احاطه‌گری را برای گراف زیر مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.

۲) گراف G ، $3 -$ منتظم است و اندازه آن 3 واحد کمتر از 2 برابر تعداد رأس‌های گراف است. مرتبه گراف را به دست آورده و گراف G را رسم کنید.

۳) گراف کامل K_p دارای 10 یال است. ابتدا p را به دست آورید، سپس گراف را رسم کنید.

۴) در گراف G از مرتبه $8 = p$ ، تعداد عضوهای همسایگی باز رأس‌های گراف عبارتند از: $2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5$. مکمل این گراف چند یال دارد؟

۵) آیا گرافی ساده و $10 -$ منتظم با 35 یال وجود دارد؟

۶) با 7 رأس a, b, c, d, e, f, g چند گراف ساده می‌توان ساخت به طوری که همسایگی باز رأس a حداقل 4 عضو داشته باشد؟

۷) در جاهای خالی، عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

الف) یک گراف کامل 8 رأسی، یال دارد.

ب) در یک گراف از مرتبه 10 با $3 = \Delta$ حداقل رأس برای احاطه همه رئوس لازم است.

پ) اگر در گراف G از مرتبه p داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت، $\Delta(G)$ برابر است.

۸) ثابت کنید تعداد رأس‌های فرد هر گراف، عددی زوج است.

۹) برای هر $n \in \mathbb{N}$ ($n \geq 4$) دلخواه توضیح دهید که:

الف) چگونه می‌توانید یک گراف n رأسی با عدد احاطه‌گری 2 رسم کنید که یک مجموعه احاطه‌گر یکتا با اندازه 2 داشته باشد؟

ب) چگونه می‌توانید یک گراف n رأسی با عدد احاطه‌گری 2 رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه‌گر با اندازه 2 داشته باشد؟

۱۰) یک گراف کامل دارای 55 یال است. درجه هر رأس را بیابید.

۱۱) در گراف G مجموعه $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ مجموعه رأس‌ها می‌باشد. اگر مجموعه همسایگی‌های رأس‌ها به صورت زیر باشد:

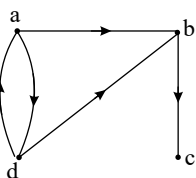
$$N_G(a) = \{b\}, \quad N_G(b) = \{a, c\}, \quad N_G(c) = \{b, e, d\}$$

$$N_G(d) = \{e, c\}, \quad N_G(e) = \{c, d\}, \quad N_G(f) = \emptyset$$

گراف G را رسم کنید.

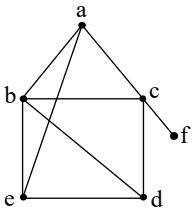
آیا رأس‌های e, b مجاورند؟ آیا یال‌های bc, cd مجاورند؟

۱۲) مجموعه رأس‌ها و یال‌های گراف مقابل را بنویسید.

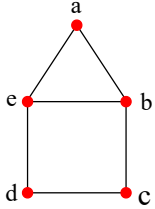




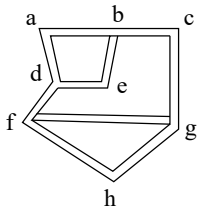
۱۳) گراف $G = (V, E)$ به صورت مقابل رسم شده است. مجموعه‌های V و E را مشخص کنید. درجه رأس‌ها و بیشترین و کمترین درجه رأس‌ها را بنویسید. مجموعه همسایگی باز رأس‌ها را بنویسید.



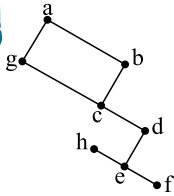
۱۴) تمام مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم را برای گراف زیر بنویسید.



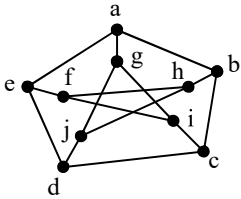
۱۵) شکل مقابل، منطقه‌ای از یک شهر است. قرار است در برخی از تقاطع‌های این شهر دستگاه‌های خودپرداز به گونه‌ای نصب شود که اولاً: برای راحتی شهروندان دستگاه‌ها به گونه‌ای نصب شوند که هر فرد در هر تقاطعی که قرار گرفته باشد، یا در همان تقاطع به دستگاه خودپرداز دسترسی داشته باشد یا حداکثر با رفتن به یک تقاطع مجاور به دستگاه خودپرداز دسترسی پیدا کند. ثانیاً: به جهت صرفه‌جویی در هزینه‌ها با کمترین تعداد دستگاه خودپرداز ممکن این کار صورت بگیرد. خودپردازها را در کدام تقاطع‌ها قرار دهید؟



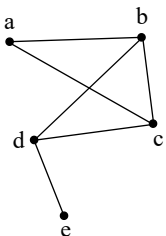
۱۶) عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه‌حل، تعیین کنید.



۱۷) گراف P_5 را رسم کرده و تمام مسیرهای به طول ۳ را مشخص کنید.



۱۸) عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.



۱۹) گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) $\gamma(G)$ را مشخص کنید.

ب) اندازه گراف را تعیین کنید.

پ) مجموعه همسایگی بسته رأس b را بنویسید.

ت) اگر $N_G(d) = \{e, x, b\}$ باشد، کدام رأس x است؟

۲۰) به سؤالات زیر کوتاه پاسخ دهید.

الف) گراف C_7 را رسم کنید. سپس یک مسیر به طول ۵ بنویسید.

ب) در گراف شکل زیر، $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید.

