



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه



نام آزمون: گسسته فصل سوم تشریحی

تاریخ آزمون:

۱) حداقل چند نفر در یک سالن همایش حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم، دست کم ۳ نفر وجود دارند که دو حرف اول و دوم نام خانوادگی آنها مانند هم و غیر تکراری است؟

۲) مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 400\}$ را در نظر بگیرید. چند عدد در S وجود دارند، به طوری که نه بر ۵ و نه بر ۷ بخش پذیر باشند؟

۳) تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی چند تا است؟ (با ذکر دلیل)

۴) با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را به دست آورید.

۵) تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 10$ با شرط $x_i > 0$ ، $i = 2, 3, 4, 5$ را محاسبه کنید.

۶) مربع لاتین 3×3 مقابل را در نظر بگیرید.

$$A = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array}$$

الف) سطر دوم و سوم مربع A را جابه‌جا کنید و مربع حاصل را A_1 بنامید. آیا A و A_1 متعامدند؟

ب) ابتدا سطر اول و سطر سوم مربع A را جابه‌جا کنید. سپس در مربع حاصل، سطر دوم و سوم را جابه‌جا کنید و مربع حاصل را A_2 بنامید. آیا A و A_2 متعامدند؟

پ) با توجه به قسمت‌های الف) و ب) به سؤالات زیر جواب دهید.

۱- آیا می‌توان گفت با تعویض جای سطرهای یک مربع لاتین، همواره مربع لاتینی متعامد با مربع لاتین اول به دست می‌آید؟

۲- آیا می‌توان گفت با تعویض جای سطرهای یک مربع لاتین، همواره مربع لاتینی غیرمتعامد با مربع لاتین اول به دست می‌آید؟

۷) آیا مربع لاتین حاصل از اعمال یک جایگشت روی اعضای یک مربع لاتین دلخواه، می‌تواند با مربع اولیه متعامد باشد؟

۸) چند عدد طبیعی کمتر از ۳۰۰، حداقل بر یکی از اعداد ۶ و ۸ بخش پذیر است؟

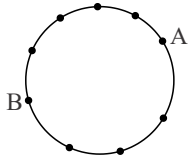
۹) در مربع لاتین زیر، حاصل $3a - 2b$ چند است؟

	۲		
	a		۲
۱		b	
		۱	

۱۰) سکه ای را به‌طور متوالی پرتاب می‌کنیم. چند حالت مختلف وجود دارد، برای اینکه سکه در پنجمین پرتاب، برای دومین بار پشت بیاید؟

۱۱) حاصل عبارت A چقدر است؟

$$A = \binom{17}{3} + \binom{17}{4} + \dots + \binom{17}{8}$$



۱۲) به چند حالت می‌توان ۴ نقطه از بین نقاط زیر انتخاب کرد، به گونه‌ای که AB قطر اضلعی ایجاد شده باشد؟

۱۳) از بین ۸ جفت کفش مختلف به چند حالت می‌توان ۳ لنگه کفش انتخاب کرد که بین آنها هیچ جفتی وجود نداشته باشد؟

۱۴) ۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می‌توانیم به چند طریق در قفسه‌ای و در یک ردیف بچینیم به طوری که:

الف) همواره کتاب‌های فیزیک کنار هم باشند.

ب) هیچ‌یک از دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند.

پ) یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک خاص، همواره کنار هم باشند.

۱۵) با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ چند عدد ۹ رقمی می‌توان نوشت؟

۱۶) کوتاه پاسخ دهید.

می‌خواهیم با حروف «ب» و «ج» و ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ کاراکتر تشکیل دهیم. مطلوب است:

الف) تعداد رمزهایی که هریک از آنها با یک حرف آغاز و یا حرف دیگر خاتمه یابد.

ب) تعداد رمزهایی که در آنها، حروف کنار هم باشند.

۱۷) با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت که:

الف) اعداد زوج کنار هم باشند.

ب) اعداد فرد کنار هم باشند.

۱۸) ۸ نفر را که برای یک برنامه تلویزیونی پیامک ارسال کرده‌اند، انتخاب کرده‌ایم و می‌خواهیم در ۴ مرحله و در هر مرحله یک جایزه را به یکی از

این ۸ نفر (با قرعه‌کشی) به دلخواه بدهیم. این عمل به چند طریق امکان‌پذیر است؟ (یک نفر می‌تواند ۴ جایزه را برنده شود).

۱	۲	۳	۱	۲	۳
۳	۱	۲	۲	۳	۱
۲	۳	۱	۳	۱	۲

۱۹) بررسی کنید، آیا دو مربع لاتین 3×3 روبه‌رو متعامدند؟

۲۰) ۶ کتاب متفاوت تاریخ و ۵ کتاب متفاوت ادبیات را به چند طریق می‌توان در یک ردیف کنار هم چید به طوری که:

الف) کتاب‌های تاریخ همواره کنار هم باشند.

ب) به صورت یک‌درمیان قرار بگیرند.