



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۷۵ دقیقه

نام آزمون: حد و پیوستگی (تشریحی)

تاریخ آزمون:



سید بهروز پرتوی

۱ نشان دهید چندجمله‌ای $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 1$ بر دو جمله‌ای $x + 2$ بخش پذیر است.

۲ به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف

۱) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x}$

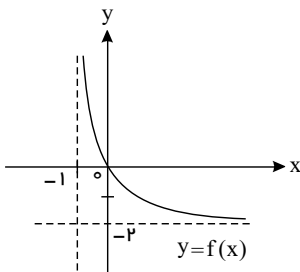
ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x - 1)(x + 2)}$

ب

با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ ، حدهای خواسته شده را بنویسید.

۱) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$



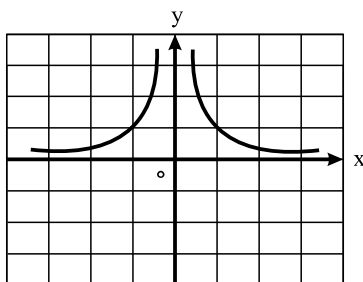
۳ چندجمله‌ای $x^6 - 1$ را بر حسب عامل $(x + 1)$ تجزیه کنید.

۴ مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد.

۵ حدهای زیر را محاسبه کنید:

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^6 - 2x^2}{-x^3 + 2}$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{5x^{10} - 2x + 3}}{\sqrt{x^6 + 2}}$



۶ با توجه به شکل مقابل حد تابع $f(x) = \frac{1}{|x|}$ در نقطه $x = 0$ برابر است با

۷ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax + 1 + \sqrt{4x^2 + 9}}{3x - 2}$ از نقطه $(2, 1)$ می‌گذرد، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ چقدر است؟

۸ حدود زیر را محاسبه کنید.

الف

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 5x^2 + 2x - 9}{4x^2 + 7x - 11}$



ب

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{|x - 4|}$$

پ

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3 + 3x^2 + 4}{x^3 + 8}$$

ت

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + 3x - 7}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$$

ث

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x - 1}}{x - 5}$$

۹ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

الف اگر باقی‌مانده تقسیم $f(x) = x^2 + kx - 1$ بر $(x + 1)$ برابر ۲ باشد، مقدار k برابر است.

۱۰ حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 2}{3 - x}$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x + 1}{x - 5} - \frac{2}{x} \right)$$

۱۱ در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید.

الف چندجمله‌ای $p(x) = 2x^3 + x^2 + 1$ بر دو جمله‌ای بخش پذیر است. $((x + 1), (x - 1))$

۱۲ اگر $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^n + mx^3 + x^2 - 1}{4x^3 + x^2 - 3} = -2$ ، آنگاه m و n را بیابید. ($n \in \mathbb{N}$)

۱۳ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx^2 + (x + 2)^2 - 7x) = +\infty$ ، آنگاه حدود m را بیابید.

۱۴ حاصل حدهای زیر را بیابید. $([]$ نماد جزء صحیح است.)

الف

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^-} \left[\frac{x + 1}{\tan x} \right]$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^+} \left[\frac{2 - x}{\tan x} \right]$$

۱۵ حاصل حدهای زیر را بیابید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{(x - 3)^2}$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4x + 4}$$

۱۶ حاصل حدهای زیر را بیابید. $([]$ نماد جزء صحیح است.)



الف

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{3x+1}{x+2} \right]$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{x+2}{x-1} \right]$$

حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

۱۷) حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n + 3x^2 - x^2 + 1}{2x^n - x^2 + 5}$ را به ازای مقادیر مختلف n ($n \in \mathbb{N}$) به دست آورید.

۱۸) عبارت $x^{24} + 1$ بر کدام عبارت همواره بخش پذیر است؟

(۱) $x^{12} + 1$

(۲) $x^3 + 1$

(۳) $x^6 + 1$

(۴) $x^8 + 1$

۱۹) حاصل هر یک از حدهای زیر را به دست آورید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 + \sin x} - \sqrt{2 - \sin x}}{3x}$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2 - 1} + x - 1}{\sqrt{4x - 4} + x^2 - 1}$$

پ

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - [x]}{x - 3} \sqrt{x^2 - 6x + 9}$$

۲۰) درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف) بازه $(2, 5)$ ، یک همسایگی ۴ است.