



زمان برگزاری: ۹۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:



نام آزمون: ریاضی هشتم آزمون جامع تشریحی

تاریخ آزمون:

۱) عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$$(a + 1)(a - 1)(a^2 + 1) =$$

۲) پدری ۴۵ ساله دارای دو فرزند ۱۵ و ۱۰ ساله است. پس از چند سال سن پدر با مجموع سن فرزندان برابر می‌شود؟

۳) حمید و رضا دانش‌آموزان مدرسه شهدای هویزه روی هم ۵۲ درخت کاشته‌اند. اگر حمید ۱۲ درخت بیشتر کاشته باشد، هریک چند درخت کاشته‌اند؟

۴) در کیسه‌ای ۴۰ مهره وجود دارد. احتمال آنکه مهره آبی باشد $\frac{5}{8}$ است. چند تا از مهره‌ها آبی هستند؟

۵) عبارات زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

الف) $(3x - 2)(3x + 2) - 9x^2 =$

ب) $\frac{4x - 4}{5x - 5} =$

۶) مقدار عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $- [2^3 \times 3] + [-2^2 \times 3 + 4^2] =$

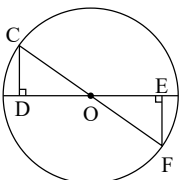
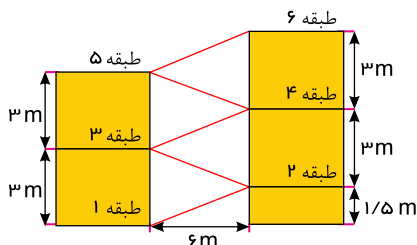
ب) $-11^2 - 5 \times 4^2 + 3 \times (4^3 - 1) =$

ج) $\sqrt{\sqrt{16} - 2[5 - 4 \times 3 - 11]} =$

د) $8 - 5 \left[5 + 2(16 - \sqrt{64} \times \sqrt{\frac{-24}{-6}} + 19) \right] =$

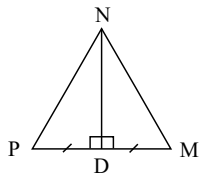
ه) $\frac{24 - 14 \times 2 + 30}{18 - (15 - 2 \times 5)} =$

۷) شکل روبه‌رو نمایی از یک توقفگاه طبقاتی را نشان می‌دهد. طول مسیری که هر طبقه را به طبقه بعدی می‌رساند، چقدر است؟



۸) با توجه به شکل چرا دو مثلث $\triangle OEF$ و $\triangle ODC$ هم‌نهشت‌اند؟ (O مرکز دایره است). رابطه زیر را کامل کنید.

$$\overline{CD} =$$



۹ ثابت کنید میانه وارد بر قاعده در مثلث متساوی الساقین، بر نیمساز زاویهٔ رو به قاعده منطبق است. ثابت کنید $\hat{N}_1 = \hat{N}_p$

۱۰ حاصل عبارت $1^0 + 1^1 + 1^2 + 1^3 + \dots + 1^{20}$ را به دست آورید.

۱۱ عبارت جبری را به ساده‌ترین شکل ممکن بنویسید.

$$-9x^2 - 2x(7x + 3y) =$$

۱۲ جملات زیر را کامل کنید.

الف) شمارنده‌های اعداد اول عبارتند از: و

ب) اگر دو عدد نسبت به هم اول باشد، «ب.م.م» آنها برابر است با

ج) اعداد را می‌توان به ضرب دو عدد بزرگ‌تر از یک نوشت.

د) همهٔ مضارب یک عدد مرکب است.

ه) اعداد طبیعی از لحاظ بخش‌پذیری سه دسته‌اند: و و

۱۳ حاصل تقسیم قرینهٔ معکوس عدد ۶ بر قرینهٔ مجذور عدد 0.3 را محاسبه کنید.

۱۴ حاصل را به صورت ضرب دو عبارت جبری بنویسید. (تجزیه کنید)

$$2^x \times 2^z - 2^z \times 2^y = \dots (\dots - \dots)$$

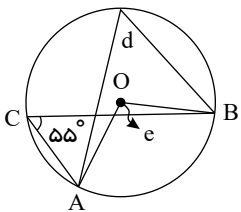
۱۵ بیست مهره با شماره‌های ۱ تا ۲۰ را در گردونه‌ای ریخته‌ایم. مهره‌ای را به طور تصادفی از گردونه خارج می‌کنیم، احتمال هر یک از حالت‌های

زیر را به دست آورید.

الف) فرد بودن عدد روی مهره

ب) مضرب ۵ بودن عدد روی مهره

۱۶ در شکل زیر اندازه زاویه‌ها و کمان‌های مجهول را به دست آورید.



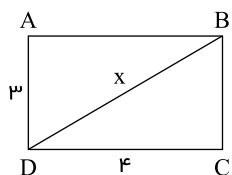
$$\hat{AB} = \dots \quad \hat{e} = \dots \quad \hat{d} = \dots$$

۱۷ در غربال اعداد ۱ تا ۲۰۰:

الف) مضارب چند عدد اول خط می‌خورد؟

ب) اولین عددی که با مضارب ۷ خط می‌خورد، کدام است؟

ج) آیا عدد ۱۵۱ خط می‌خورد؟



۱۸ اگر طول و عرض یک مستطیل ۴ و ۳ واحد باشد، اندازهٔ قطر مستطیل را حساب کنید.

۱۹) نمرات ریاضی یک کلاس به صورت زیر است:

۲, ۱۷, ۱۹, ۵, ۱۹, ۱۷, ۱۹, ۱۱, ۱۸, ۵, ۲۰, ۱۸, ۴, ۱۸, ۱۰, ۱۲, ۲, ۱۸, ۱۳, ۹, ۱۴, ۲۰, ۱۲, ۲۰, ۲۰, ۲۰, ۱۹, ۰, ۱۶, ۱۹

الف. دامنه تغییرات را به دست آورید؟

ب. داده‌ها را به ۵ دسته تقسیم کنید و جدول داده‌ها را کامل کنید.

دسته	چوب خط	فراوانی	متوسط دسته	فراوانی × متوسط دسته
جمع				

پ. میانگین وزنی داده‌ها را به دست آورید.

۲۰) هر یک از جمله‌های زیر را با یک عدد یا کلمه مناسب پر کنید.

الف) حاصل عبارت $۲^۳ + ۳^۳$ به صورت توان‌دار، برابر با است.

ب) در یک دایره اندازه هر زاویه محاطی روبه‌رو به برابر ۹۰° است.

پ) در یک داده آماری اختلاف بیشترین داده از کمترین داده نامیده می‌شود.



پاسخنامه تشریحی

۱

$$(a+1)(a-1)(a^2+1) = (a^2-a+a-1)(a^2+1) = (a^2-1)(a^2+1) = a^4+a^2-a^2-1 = a^4-1$$

۲

مجموع سن فرزندان بعد از گذشت x سال: $(15+x) + (10+x) = 45+x$: سن پدر بعد از گذشت x سال

$$45+x = (10+x) + (15+x) \Rightarrow 45-25 = 2x-x \Rightarrow x=20$$

بعد از ۲۰ سال سن پدر با مجموع سن فرزندان برابر می‌شود.

۳

$$x+y=52$$

تعداد درختان حمید را با x و تعداد درختان رضا را با y نمایش می‌دهیم:

عبارت اینکه حمید ۱۲ درخت بیشتر کاشته باشد یعنی $x = y + 12$ با قرار دادن این عبارت در معادله بالا مقدار y را محاسبه می‌کنیم:

$$y+12+y=52 \Rightarrow 12+2y=52 \Rightarrow 2y=52-12 \Rightarrow y=20$$

پس تعداد درختان رضا ۲۰ است.

$$x=y+12 \Rightarrow x=20+12 \Rightarrow x=32$$

۴

$$\frac{5}{8} \times 40 = 25$$

۵

$$\text{الف } (3x-2)(3x+2) - 9x^2 = 9x^2 + 6x - 6x - 9x^2 - 4 = -4$$

$$\text{ب) } \frac{4x-4}{5x-5} = \frac{4(x-1)}{5(x-1)} = \frac{4}{5}$$

۶

$$\text{الف) } -[2^3 \times 3] + [-2^2 \times 3 + 4^2] = -[24] + [-12 + 16] = -24 + 4 = -20$$

$$\text{ب) } -11^2 - 5 \times 4^2 + 3 \times (4^3 - 1) = -121 - 80 + 3 \times (64 - 1) = -201 + 189 = -12$$

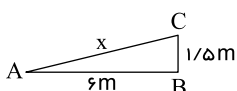
$$\text{ج) } \sqrt{\sqrt{16} - 2} [5 - 4 \times 3 - 11] = 2 - 2 \times [5 - 12 - 11] = 2 - 2 \times [-18] = 2 + 36 = 38$$

$$\text{د) } 8 - 5 \left[5 + 2(16 - \sqrt{64} \times \sqrt{\frac{-24}{-6}} + 19) \right] = 8 - 5 [5 + 2(16 - 16 + 19)]$$

$$8 - 5 [5 + 38] = 8 - 5 \times 43 = -207$$

$$\text{ه) } \frac{24 - 14 \times 2 + 30}{18 - (15 - 2 \times 5)} = \frac{24 - 28 + 30}{18 - (15 - 10)} = \frac{-4 + 30}{18 - 5} = \frac{26}{13} = +2$$

۷ پاسخ:



سطح هر طبقه در ساختمان سمت راست از سطح هر طبقه در ساختمان سمت چپ $1/5$ متر بالاتر است. باید مقدار x را به دست بیاوریم.

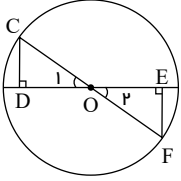


$$\Rightarrow \triangle ABC : AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$x^2 = 6^2 + 1,5^2 \rightarrow x^2 = 36 + 2,25$$

$$\rightarrow x^2 = 38,25 \rightarrow x = \sqrt{38,25}$$

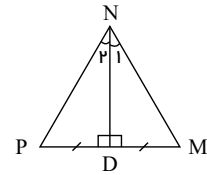
$\overline{OC} = \overline{OF}$ شعاع دایره $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ متقابل به راس $\left\{ \begin{array}{l} \text{بنابر حالت وتر و یک زاویه تند} \\ \text{اجزای متناظر} \end{array} \right. \rightarrow \triangle OEF \cong \triangle ODC \Rightarrow \overline{CD} = \overline{EF}$



8

نکته: میانه پاره خطی است که رأس مثلث را به وسط ضلع مقابل آن وصل می کند. 9

$\overline{ND} = \overline{ND}$ مشترک
 $\overline{PD} = \overline{MD}$ خاصیت میانه
 $\overline{NM} = \overline{NP}$ فرض
 اجزای متناظر $\left\{ \begin{array}{l} \text{ض ض ض} \\ \text{اجزای متناظر} \end{array} \right. \rightarrow \triangle NPD \cong \triangle NMD \Rightarrow$ اجزای متناظر برابر هستند
 $\hat{N}_1 = \hat{N}_2 \Rightarrow ND$ نیمساز هم است.



10

$$1 + 1 + 1 + \dots + 1 = 21$$

20 4

11

$$-9x^2 - 2x(7x + 3y) = -9x^2 - 14x^2 - 6xy = -23x^2 - 6xy$$

12 الف) یک و خود آن عدد ب) یک
 ج) مرکب د) اول ه) اول و مرکب و عدد یک

13

$$-\frac{1}{6} \div \left(-\left(\frac{3}{10}\right)^2\right) = \frac{-1}{6} \div \frac{-9}{100} = +\frac{1}{6} \times \frac{100}{9} = \frac{100}{54} = \frac{50}{27}$$

14 در دو عبارت سمت چپ تساوی عبارت 2^z مشترک است و می توان فاکتور گرفت.

$$2^z(2^x - 2^y)$$

15 الف)

$$\text{کل حالات} = \{1, 2, 3, 4, \dots, 19, 20\}$$

$$\text{حالت 1} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\} \Rightarrow$$

$$\text{احتمال مطلوب} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

ب)

$$\text{حالت 4} = \{5, 10, 15, 20\} \Rightarrow$$

$$\text{احتمال مطلوب} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

16 \widehat{AB} کمان مقابل زاویه محاطی $C = 55^\circ$ است، که دو برابر این زاویه محاطی است همچنین C زاویه مرکزی مقابل کمان \widehat{AB} است که اندازه آن برابر اندازه کمان مقابلش است، d زاویه محاطی روبه روی کمان \widehat{AB} است که اندازه آن نصف کمان \widehat{AB} است.

$$\widehat{AB} = 2 \times 55^\circ = 110^\circ, \hat{e} = \widehat{AB} = 110^\circ, \hat{d} = \frac{\widehat{AB}}{2} = 55^\circ$$

17 الف) 2 و 3 و 5 و 7 و 11 و 13 ← عدد 6 ⇒ پس بر اعداد اول کوچکتر از 7 تقسیم می کنیم. $13 < \sqrt{200} < 17$

ب) اولین عدد، مجذور 7 است؛ یعنی 49

ج) خیر زیرا مضرب 2 و 3 و 5 و 7 و 11 نیست و به جز عدد یک و خودش، شمارنده دیگری ندارد.

18 با رسم قطر، مستطیل به دو مثلث قائم الزاویه تقسیم می شود که قطر وتر مثلث است.



$$\triangle BCD: BD^2 = BC^2 + CD^2 \Rightarrow x^2 = 3^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25} = 5$$

الف. بزرگ‌ترین داده برابر ۲۰ و کوچک‌ترین آنها صفر است پس: دامنه تغییرات = ۲۰ - ۰ = ۲۰

$$\text{ب. } \frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد دسته}} = \text{طول دسته} = 20 \div 5 = 4$$

دسته	چوب خط	فراوانی	متوسط دسته	فراوانی × متوسط دسته
$0 \leq x < 4$	///	۳	$\frac{0+4}{2} \approx 2$	۶
$4 \leq x < 8$	///	۳	$\frac{4+8}{2} \approx 6$	۱۸
$8 \leq x < 12$	///	۳	$\frac{8+12}{2} \approx 10$	۳۰
$12 \leq x < 16$	////	۴	$\frac{12+16}{2} \approx 14$	۵۶
$16 \leq x \leq 20$	//////	۱۷	$\frac{16+20}{2} \approx 18$	۳۰۶
جمع		۳۰		۴۱۶

ب.

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{فراوانی}} = \frac{416}{30} = 13,86$$

۲۰

الف

$$2 \times 2^3 = 2^4$$

ب قطر

ب دامنه تغییرات