



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی دهم انسانی فصل اول تستی

تاریخ آزمون:

۱ ریشه کوچکتر معادله $2x^2 - 7x + 3 = 0$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{2}$
- ۲ $-\frac{1}{2}$
- ۳ ۳
- ۴ -۳

۲ جواب معادله $\frac{1}{2} = 2x + \frac{1}{5} = 5x$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{15}$
- ۲ $\frac{2}{15}$
- ۳ $\frac{1}{10}$
- ۴ $\frac{3}{10}$

۳ جواب $x^2 = 0$ برابر است با:

- ۱ دو جواب متمایز دارد.
- ۲ جواب ندارد.
- ۳ ۱
- ۴ ریشه مضاعف صفر

۴ ثلث عددی از خمس آن ۶۰ تا بیش تر است. آن عدد کدام است؟

- ۱ ۱۱۲٫۵
- ۲ ۲۲۵
- ۳ ۴۵۰
- ۴ ۹۰۰

۵ در معادله درجه دوم $2x^2 + kx - k + 1 = 0$ اگر حاصل ضرب دو ریشه برابر ۵ باشد، آن گاه ریشه بزرگ تر کدام است؟

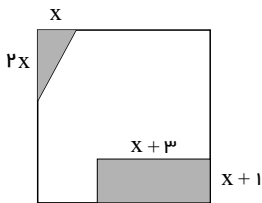
- ۱ $\frac{5}{2}$
- ۲ ۳
- ۳ $\frac{3}{2}$
- ۴ ۴

۶ در یک کارگاه تولیدی به ازای فروش x واحد کالا، درآمد از رابطه $R(x) = -2x^2 + 40x$ و هزینه از رابطه $C(x) = -400x + 8000$

به دست می آید. نقطه سربه سر با مقدار کوچکتر برای این کارگاه کدام است؟

- ۱ ۲۰
- ۲ ۲۵
- ۳ ۳۰
- ۴ ۳۵

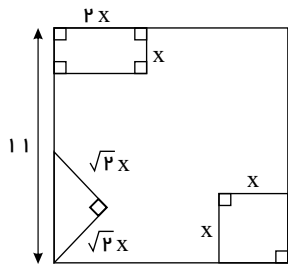
۷ در شکل زیر که مربعی به طول ضلع ۶ است، اگر قسمت های هاشورزده را جدا کنیم، مساحت قسمت باقی مانده برابر ۲۷ می شود. در این صورت



کدام است x ؟

- ۱ ۳
- ۲ ۱٫۵
- ۳ ۱
- ۴ ۲٫۵

۸ از مربعی به ضلع ۱۱ cm مطابق شکل زیر، سه شکل بریده شده است. مساحت باقی مانده $85 cm^2$ است. طول ضلع کوچک مستطیل بریده شده



کدام است؟

- ۱ ۱
- ۲ ۲
- ۳ ۳
- ۴ ۴

۹ مجموع ریشه های معادله $x^4 - 4x^2 = 0$ کدام است؟

- ۱ -۴
- ۲ ۴
- ۳ صفر
- ۴ ۱



۱۰ مجموع سه عدد زوج متوالی برابر با ۱۲۶۰ می باشد، یکان عدد بزرگ تر کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) صفر

۱۱ اگر $x = 2$ جواب معادله درجه اول $(1 - m)x + 1 = \frac{x}{2} + mx - 1$ باشد، مقدار m کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) صفر

۱۲ جواب های معادله $x^2 + 6x + 4 = -3x^2 + 5 + 6x$ کدام اند؟

- ۱) $\frac{1}{2}, -1$ ۲) $1, -\frac{1}{2}$ ۳) فقط $\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

۱۳ معادله $\frac{x}{x^2 - x^2 - 2x - 1} - \frac{1}{x^3 - 1} = 0$ چند جواب دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۱۴ اگر $x = \frac{1}{2}$ ریشه ی مضاعف معادله ی درجه ی دوم $mx^2 + mx = 8x - 1$ باشد، مقدار m کدام است؟

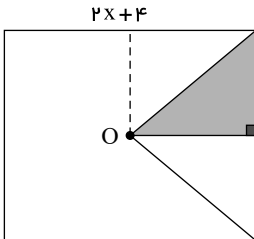
- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۱۶

۱۵ در یک محلول آب قند ۱۰۰ گرم قند در ۸۰۰ گرم آب محلول است. با اضافه کردن چند گرم قند به محلول جرم قند $\frac{1}{6}$ کل محلول جدید

است؟

- ۱) ۳۰ ۲) ۶۰ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

۱۶ شکل کلی یک مربع و نقطه O مرکز مربع است. اگر مساحت قسمت هاشور خورده برابر ۲۵ باشد، طول ضلع مربع کلی کدام است؟



- ۱) $2 + \sqrt{5}$ ۲) $5\sqrt{5}$ ۳) $10\sqrt{5}$ ۴) $2 + 5\sqrt{5}$

۱۷ اگر α و β جواب های معادله $x^2 + 5x - 3 = 0$ باشد حاصل $3\alpha + 3\beta + \alpha\beta$ کدام است؟

- ۱) +۱۰ ۲) -۱۲ ۳) +۱۵ ۴) -۱۸

۱۸ در قلکی ۱۰۰ صد سکه ۵۰ تومانی و ۱۰۰ تومانی وجود دارد، اگر مجموع پول قلک ۶۰۰۰ تومان باشد، تعداد سکه های ۵۰ تومانی کدام است؟

- ۱) ۲۰ ۲) ۸۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

۱۹ معادله $\frac{x-1}{2x+3} = \frac{x}{5x+4}$ دارای

- ۱) فقط یک جواب مثبت است. ۲) دو جواب منفی است.
۳) دو جواب مثبت است. ۴) یک جواب مثبت و یک جواب منفی است.

۲۰ مجموع معکوس دو عدد فرد طبیعی متوالی برابر $\frac{8}{15}$ است. مجموع دو عدد کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶



پاسخنامه تشریحی

معادله را به روش کلی یا Δ حل می‌کنیم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱**

$$2x^2 - 7x + 3 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 2 \\ b = -7 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times (2) \times (3) = 49 - 24 = 25$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{25}}{2 \times 2} = \frac{7 + 5}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-(-7) - \sqrt{25}}{2 \times 2} = \frac{7 - 5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

برای حل معادله ابتدا جملات شامل x را به یک طرف تساوی و اعداد ثابت را به طرف دیگر تساوی منتقل می‌کنیم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۲**

$$5x + \frac{1}{5} = 2x + \frac{1}{2} \Rightarrow 5x - 2x = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \Rightarrow 3x = \frac{5-2}{10} = \frac{3}{10} \Rightarrow 3x = \frac{3}{10} \Rightarrow x = \frac{1}{10}$$

در معادله $x^2 = 0$ ، b و c هر دو صفر هستند. بنابراین معادله دارای ریشه مضاعف صفر است. **۱ ۲ ۳ ۴ ۳**

اگر عدد مورد نظر را x فرض کنیم، داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۴**

$$\frac{x}{3} = \frac{x}{5} + 6 \Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{5x}{15} - \frac{3x}{15} = 6 \Rightarrow \frac{5x - 3x}{15} = 6 \Rightarrow \frac{2x}{15} = 6$$

$$\Rightarrow x = \frac{15 \times 6}{2} = 15 \times 3 = 45$$

در معادله به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ به شرط $\Delta > 0$ ، حاصل ضرب دو ریشه برابر $\frac{c}{a}$ است: **۱ ۲ ۳ ۴ ۵**

$$\frac{c}{a} = \frac{-k+1}{2} = 5 \Rightarrow -k+1 = 10 \Rightarrow k = -9$$

$$\xrightarrow{k=-9} 2x^2 - 9x + 10 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 81 - 80 = 1$$

$$\Rightarrow x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 \pm 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5}{2} \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$\text{سود} = (-2x^2 + 40x) - (-400x + 8000) = -2x^2 + 440x - 8000$$

نقطه سر به سر وقتی به دست می‌آید که سود برابر صفر باشد.

$$-2x^2 + 440x - 8000 = 0 \xrightarrow{\div(-2)} x^2 - 220x + 4000 = 0 \Rightarrow (x - 200)(x - 20) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 200 \\ x = 20 \end{cases}$$

بنابراین نقطه سر به سر با مقدار کمتر $x = 20$ است.

مساحت کل مربع به ضلع ۶: $6 \times 6 = 36$ **۱ ۲ ۳ ۴ ۷**

مساحت قسمت‌های هاشورزده:

$$\begin{cases} \frac{x \times 2x}{2} = x^2 \\ (x+3)(x+1) = x^2 + 4x + 3 \end{cases} \Rightarrow x^2 + x^2 + 4x + 3 = 2x^2 + 4x + 3$$

اگر قسمت‌های هاشورزده را جدا کنیم خواهیم داشت:

$$36 - (2x^2 + 4x + 3) = 27 \Rightarrow 2x^2 + 4x + 3 = 9 \Rightarrow 2x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{-4}{2} = -2 \text{ (غیر قابل قبول)}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

مساحت مربع بزرگ از مجموع مساحت‌های شکل‌های بریده شده و مساحت باقی مانده تشکیل شده است.

(مساحت باقی مانده) + (مجموع مساحت شکل‌های بریده شده) = مساحت کل



$$11 \times 11 = (x \times 2x + x \times x + \sqrt{2x} \times \sqrt{2x} \times \frac{1}{2}) + 85$$

$$\Rightarrow 121 - 85 = 2x^2 + x^2 + x^2 \Rightarrow 36 = 4x^2 \Rightarrow x^2 = 9 \xrightarrow{x > 0} x = 3$$

(طول هیچ‌گاه منفی نیست.)

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$x^2 - 4x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = 0 + 2 - 2 = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

۴ و $x + 2$ و $x + 4 \Rightarrow$ این اعداد را به صورت روبه‌رو در نظر می‌گیریم.

$$\Rightarrow x + x + 2 + x + 4 = 126 \Rightarrow 3x + 6 = 126 \Rightarrow 3x = 120 \Rightarrow x = 40$$

$$\Rightarrow \text{سه عدد زوج مطلوب: } 40, 42, \text{ و } 44$$

↑
یکان این عدد برابر ۲ است.

۱۱ $x = 2$ جواب معادله است، پس در معادله صدق می‌کند

$$mx - 1 = \frac{x}{2} + (1 - m) \xrightarrow{x=2} 2m - 1 = \frac{2}{2} + (1 - m) \rightarrow (2m - 1) = -m + 2$$

$$\rightarrow 2m + m = 2 + 1 \rightarrow 3m = 3 \rightarrow m = \frac{3}{3} = 1$$

۱۲ ابتدا تمام جملات را به یک طرف تساوی برده و چندجمله‌ای حاصل را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$x^2 + 6x + 4 = -3x^2 + 5 + 6x \rightarrow x^2 + 6x + 4 + 3x^2 - 5 - 6x = 0 \rightarrow 4x^2 - 1 = 0$$

$$\rightarrow 4x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{1}{2}, x = -\frac{1}{2}$$

۱۳ معادله را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$\frac{x}{x^4 - x^2 - 2x - 1} = \frac{1}{x^3 - 1}$$

$$\cancel{x} - x^2 - 2x - 1 = \cancel{x} - x \rightarrow x^2 + x + 1 = 0$$

بنابراین:

در معادله اخیر $\Delta = -3$ و در نتیجه جواب حقیقی ندارد.

۱۴ در معادله‌ی درجه‌ی دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ریشه‌ی مضاعف از رابطه‌ی $x = \frac{-b}{2a}$ بدست می‌آید.

$$mx^2 + mx - 8x + 1 = 0 \rightarrow mx^2 + (m - 8)x + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = m \\ b = m - 8 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} = \frac{8 - m}{2m} \rightarrow 2m = 16 - 2m \rightarrow 4m = 16 \rightarrow m = 4$$

۱۵ در ابتدا جرم قند $\frac{1}{8}$ جرم آب است، یعنی هر یک گرم قند در ۸ گرم آب حل شده. پس جرم قند به جرم کل محلول اولیه $\frac{1}{9}$ است. اگر در ۹ گرم محلول فرض

کنیم n گرم قند به محلول اضافه کنیم تا جرم قند $\frac{1}{6}$ جرم کل محلول جدید باشد، پس:

$$\frac{1 + n}{9 + n} = \frac{1}{6} \Rightarrow 6 + 6n = 9 + n \Rightarrow 5n = 3 \Rightarrow n = \frac{3}{5}$$

پس به ازای هر گرم قند باید $\frac{3}{5}$ گرم اضافه کنیم در نتیجه برای ۱۰۰ گرم قند باید ۶۰ گرم اضافه کنیم.

۱۶ قاعده و ارتفاع مثلث برابر نصف ضلع مربع‌اند، پس مساحت مثلث هاشورخورده $\frac{(x+2)(x+2)}{2}$ است.

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{(x+2)(x+2)}{2} = 25 \Rightarrow (x+2)^2 = 50 \Rightarrow \begin{cases} x+2 = \sqrt{50} \\ x+2 = -\sqrt{50} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 + \sqrt{50} = -2 + 5\sqrt{2} \\ x = -2 - \sqrt{50} = -2 - 5\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \text{ضلع مربع} = -4 + 10\sqrt{5} + 4 = 10\sqrt{5}$$

غ ق ق $x = -2 - \sqrt{50} = -2 - 5\sqrt{2}$

۱۷ در معادله به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ حاصل ضرب دو ریشه و $-\frac{b}{a}$ حاصل جمع دو ریشه است.

$$\left. \begin{aligned} \alpha\beta &= \frac{c}{a} = -3 \\ \alpha + \beta &= \frac{b}{a} = -5 \end{aligned} \right\} \rightarrow 3(\alpha + \beta) + \alpha\beta = 3(-5) + (-3) = -15 + (-3) = -18$$

اگر تعداد سکه‌های ۵۰ تومانی را x و تعداد سکه‌های ۱۰۰ تومانی را y فرض کنیم، داریم:

$$x + y = 100 \Rightarrow y = 100 - x \quad (1)$$

مجموع پول موجود در فلک:

$$100y + 50x = 6000 \xrightarrow{(1)} 100 \times (100 - x) + 50x = 6000 \Rightarrow 10000 - 100x + 50x = 6000 \Rightarrow 10000 - 50x = 6000 \Rightarrow 50x = 10000 - 6000$$

$$\Rightarrow 50x = 4000 \Rightarrow x = \frac{4000}{50} = 80$$

معادله را با استفاده از طرفین وسطین کردن حل می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

$$\frac{x-1}{2x+3} = \frac{x}{5x+4} \Rightarrow (x-1)(5x+4) = x(2x+3)$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 4x - 5x - 4 = 2x^2 + 3x$$

$$\Rightarrow 5x^2 - x - 4 = 2x^2 + 3x \Rightarrow 5x^2 - 2x^2 - x - 3x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد } ax^2+bx+c=0} \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \\ c = -4 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4 \times (3) \times (-4) = 16 + 48 = 64$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) + \sqrt{64}}{2 \times 3} = \frac{4 + 8}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) - \sqrt{64}}{2 \times 3} = \frac{4 - 8}{6} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$$

حال باید بررسی کنیم که جواب‌های بدست آمده ریشهٔ معادله کسرها نباشند، از آن‌جا که x_1 و x_2 با $-\frac{3}{2}$ و $-\frac{4}{5}$ برابر نیستند، هر دو جواب قابل قبول است.

عدد فرد کوچکتر را x و عدد فرد بعدی را $x + 2$ در نظر می‌گیریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{x+2+x}{x(x+2)} = \frac{8}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+2}{x^2+2x} = \frac{8}{15} \Rightarrow 15x^2 + 16x = 8x^2 + 30x + 30$$

$$\Rightarrow 7x^2 - 14x - 30 = 0 \xrightarrow{\div 7} 7x^2 - 14x - 30 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 49 - 4 \times 7 \times (-30) = 49 + 840 = 889$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{14 \pm \sqrt{889}}{14} = \begin{cases} x_1 = \frac{14 + \sqrt{889}}{14} = 3 \\ x_2 = \frac{14 - \sqrt{889}}{14} = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

غنی قی ۴

در نتیجه دو عدد فرد ۳ و ۵ هستند:

$$\text{مجموع دو عدد} = 3 + 5 = 8$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴