



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی دهم انسانی فصل دوم تستی

تاریخ آزمون:

۱ شیب نمودار تابعی خطی که از دو نقطه  $A(0, 2)$  و  $B(-1, 3)$  می‌گذرد، کدام است؟

- ۱ ①  $-1$  ②  $\frac{1}{3}$  ③  $-\frac{1}{3}$  ④  $1$

۲ عرض از مبدأ خط گذرا بر دو نقطه  $(3, -2)$  و  $(1, 2)$  کدام است؟

- ۴ ①  $4,5$  ②  $5$  ③  $5,5$  ④  $5,8$

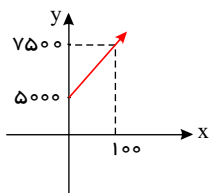
۳ اگر تابع  $f(x) = \sqrt{2x+5} + |x|$  باشد،  $f(2) + f(-2)$  کدام است؟

- ۹ ①  $8$  ②  $7$  ③  $10$  ④  $10$

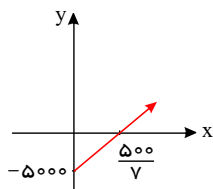
۴ در یک شرکت اگر تابع درآمد به صورت  $R(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 20x$  و تابع هزینه به صورت  $C(x) = 10x + 40$  باشد، ماکزیم مقدار سود شرکت چقدر است؟

- ۱۰ ①  $40$  ②  $80$  ③  $120$  ④  $120$

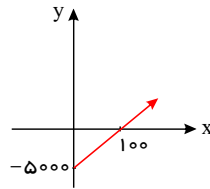
۵ یک شرکت برای تولید  $x$  کالا،  $C(x) = 20x + 5000$  تومان هزینه می‌کند و هر کالا را  $70$  تومان می‌فروشد، نمودار تابع سود آن کدام است؟



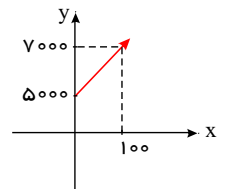
④



③



②



①

۶ اگر جدول زیر مربوط به تابع  $y = f(x)$  با یک قانون ریاضی (یک چند جمله‌ای درجه ۲) باشد، مقدار  $f(8)$  کدام می‌تواند باشد؟

$x$	۱	۲	۳	۴
$f(x)$	-۳	-۴	-۳	۰

- ۱۸ ④  $32$  ③  $24$  ②  $-3$  ①

۷ رأس سهمی به معادله  $y = -x^2 + 3x$  در کدام ناحیه محوره‌های مختصات قرار دارد؟

- اول ① دوم ② سوم ③ چهارم ④

۸ رأس سهمی به معادله  $y = -x^2 + kx - 1$  بر روی خط به معادله  $x = \frac{3}{2}$  قرار دارد. این سهمی از کدام نقطه می‌گذرد؟

- ①  $(-2, -11)$  ②  $(2, 7)$  ③  $(1, 3)$  ④  $(1, -3)$

۹ اگر طول رأس سهمی  $y = x^2 - 6x + 5$  دو برابر طول رأس سهمی  $f(x) = 2x^2 - cx + 7$  باشد، مقدار  $c$  کدام است؟

- ①  $\frac{3}{2}$  ②  $-24$  ③  $-6$  ④  $6$



۱۰ رابطه بین درجه دما برحسب سانتی گراد و فارنهایت به صورت  $F = \frac{9}{5}C + 32$  است. دمای یک جسم برحسب درجه سانتی گراد برابر  $-40$  است، دمای آن برحسب فارنهایت کدام است؟

- ۴۰ ①       $-40$  ②       $-20$  ③       $20$  ④

۱۱ در رابطه زیر به جای  $x$  و  $y$  چه عددی قرار گیرد تا رابطه  $F$  تابع نباشد؟

$$F = \{(-1, 4), (x, 5), (3, y)\}$$

- $y = 5, x = 3$  ①       $y = 4, x = 3$  ②       $y = -4, x = -3$  ③       $y = 3, x = 5$  ④

۱۲ سهمی  $y = x^2 + x$  و خط  $y = 3x + m$  همدیگر را فقط در یک نقطه قطع می کنند. مقدار  $m$  کدام است؟

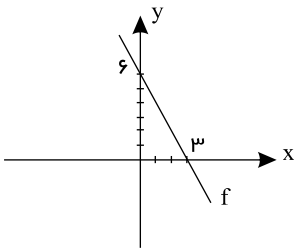
- $-1$  ①       $4$  ②       $1$  ③       $-4$  ④

۱۳ اگر رابطه  $f = \{(a+2, a-b), (a, 2b), (a+2, 3b), (a, 6)\}$  یک تابع باشد،  $a - 2b$  کدام است؟

- $9$  ①       $7$  ②       $8$  ③       $6$  ④

۱۴ با توجه به نمودار تابع خطی مقابل  $f(-2) - 2f(1)$  کدام است؟

- $2$  ①       $-2$  ②       $3$  ③       $-3$  ④



۱۵ محیط مستطیلی  $32$  است. اگر مساحت این مستطیل بیشترین مقدار ممکن باشد، طول چند برابر عرض است؟

- $1$  ①       $2$  ②       $3$  ③       $4$  ④

۱۶ معادله محور تقارن سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  در حالت کلی کدام است؟

- $2ax + b = 0$  ①       $2ay + b = 0$  ②       $2x - b = 0$  ③       $2y - b = 0$  ④

۱۷ سهمی  $y = -\frac{1}{4}x^2 + ax + b$  با  $y = 13 - x$  در دو نقطه به طول های  $2$  و  $8$ ، متقاطع اند. مختصات رأس این سهمی، کدام است؟

- $(1, 9)$  ①       $(3, 9)$  ②       $(3, 12)$  ③       $(4, 13)$  ④

۱۸ تابع  $f$  به هر عدد حقیقی، ریشه سوم تفاضل  $6$  از  $2$  برابر مکعب آن عدد را نسبت می دهد.  $f(3)$  کدام است؟

- $2$  ①       $2\sqrt[3]{6}$  ②       $\sqrt[3]{6}$  ③       $2\sqrt[3]{3}$  ④

۱۹ در یک تابع خطی اگر  $f(-2) = 3$  و  $f(2) = 1$  باشد، مساحت محصور بین نمودار تابع  $f$  و محورهای مختصات کدام است؟

- $1$  ①       $2$  ②       $4$  ③       $8$  ④

۲۰ اگر دامنه تابعی خطی  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 3\}$  و برد آن  $\mathbb{R} = \{y \in \mathbb{R} \mid -10 \leq y \leq 5\}$  باشد، در این صورت ضابطه آن کدام می تواند باشد؟

- $g(x) = -3x - 1$  ①       $f(x) = 2x + 4$  ②       $k(x) = -\frac{1}{3}x - 1$  ③       $h(x) = -3x + 4$  ④



# پاسخنامه تشریحی

شیب نمودار تابع خطی از رابطه زیر به دست می آید: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{3 - 2}{-1 - 0} = \frac{1}{-1} = -1$$

ابتدا شیب خط را به دست آورده و سپس معادله خط را می نویسیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$A(3, -2), B(1, 2) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-2)}{1 - 3} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \xrightarrow[\text{اطلاعات}]{\text{جایگذاری}} y - (-2) = -2(x - 3)$$

$$y + 2 = -2x + 6 \rightarrow y = -2x + 6 - 2 \Rightarrow y = -2x + 4 \xrightarrow{x=0 \text{ یعنی عرض از مبدأ}} y = -2 \times (0) + 4 = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$f(x) = \sqrt{2x + 5} + |x|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(2) = \sqrt{2(2) + 5} + |2| = \sqrt{9} + 2 = 3 + 2 = 5 \\ f(-2) = \sqrt{2(-2) + 5} + |-2| = \sqrt{1} + 2 = 1 + 2 = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(2) + f(-2) = 5 + 3 = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

هزینه - درآمد = سود

$$\text{سود } P(x) = R(x) - C(x) = (-\frac{1}{2}x^2 + 20x) - (10x + 40) \Rightarrow P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 10x - 40$$

دقت کنید چون رابطه‌ی تابع سود به صورت سهمی است و چون ضریب  $x^2$  منفی است پس حداکثر سود در نقطه‌ی رأس سهمی می‌باشد و برای به دست آوردن آن داریم:

$$\Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{2(-\frac{1}{2})} = 10$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در تابع سود}} \text{سود ماکزیمم} = (-\frac{1}{2} \times 10 \times 10) + (10 \times 10) - 40 = 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$R(x) = 70x \Rightarrow \text{تعداد کالا} \times \text{قیمت هر کالا} = \text{تابع درآمد}$$

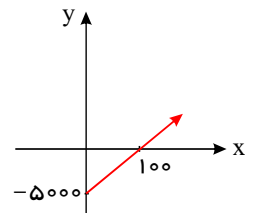
ابتدا تابع درآمد شرکت را به دست می آوریم:

حال تابع سود برابر اختلاف تابع هزینه و درآمد می‌باشد:

$$\text{سود (تابع سود)} P(x) = R(x) - C(x) = 70x - (20x + 5000) = 50x - 5000$$

حال نمودار تابع سود را با توجه به جدول زیر رسم می‌کنیم:

$x$	0	100
$P(x)$	-5000	0

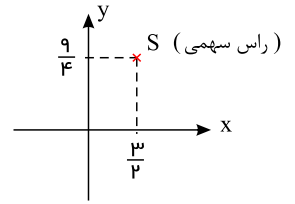


با توجه به جدول  $f(x) = x^2 - 4x$  است حال  $f(8)$  را محاسبه می‌کنیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$f(8) = 8^2 - 4(8) = 64 - 32 = 32$$

ابتدا طول رأس سهمی را به کمک رابطه  $x_s = \frac{-b}{2a}$  به دست آورده، سپس مقدار  $y_s$  را به ازای  $x_s$  محاسبه می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$y = -x^2 + 3x \Rightarrow S \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2(-1)} = \frac{3}{2} \\ y = -(\frac{3}{2})^2 + 3(\frac{3}{2}) = \frac{-9}{4} + \frac{9}{2} = \frac{-9 + 18}{4} = \frac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow S \begin{cases} \frac{3}{2} \\ \frac{9}{4} \end{cases}$$



بنابراین رأس سهمی در ناحیه اول است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸ مختصات رأس سهمی  $f(x) = ax^2 + bx + c$  برابر است با:

$$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

$$y = -x^2 + kx - 1 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = -1 \\ b = k \\ c = -1 \end{cases}$$

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{k}{2(-1)} = \frac{k}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow k = 3 \xrightarrow{\text{معادله سهمی}} y = -x^2 + kx - 1$$

از بین نقاط داده شده تنها مختصات نقطه گزینۀ ۱، در معادله  $y = -x^2 + 3x - 1$  صدق می‌کند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹ ابتدا طول رأس سهمی هر یک را به دست می‌آوریم:

$$y = x^2 - 6x + 5 \xrightarrow{\text{با مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 5 \end{cases}$$

$$\text{طول رأس سهمی } x_a = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_a = -\frac{-6}{2 \times 1} = 3$$

$$y = 2x^2 - cx + 7 \xrightarrow{\text{با مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a' = 2 \\ b' = -c \\ c' = 7 \end{cases}$$

$$\text{طول رأس سهمی } x'_s = -\frac{b'}{2a'} \Rightarrow x'_s = -\frac{-c}{2 \times 2} = \frac{c}{4}$$

طبق فرض صورت سوال داریم:

$$x_s = 2x'_s \Rightarrow 3 = 2 \times \frac{c}{4} \Rightarrow c = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰ طبق رابطه  $F = \frac{9}{5}C + 32$  داریم:

$$F = \frac{9}{5}C + 32 \xrightarrow{C=-40} F = \frac{9}{5} \times (-40) + 32 = -72 + 32 = -40.F$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱ یک رابطه به صورت زوج مرتبی هنگامی تابع نیست که حداقل دو زوج مرتب با مؤلفه اول برابر و مؤلفه‌های دوم متفاوت داشته باشد. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه ۱:  $x = 3, y = 5 \Rightarrow F = \{(-1, 4), (3, 5), (3, 5)\}$  تابع است.

گزینه ۲:  $x = 3, y = 4 \Rightarrow F = \{(-1, 4), (3, 5), (3, 4)\}$

تابع نیست. به دلیل دو زوج مرتب  $(3, 4)$  و  $(3, 5)$  که دارای مؤلفه اول برابر ولی مؤلفه‌های دوم متفاوت است.

گزینه ۳:  $x = -3, y = -4 \Rightarrow F = \{(-1, 4), (-3, 5), (3, -4)\}$  تابع است.

گزینه ۴:  $x = 5, y = 3 \Rightarrow F = \{(-1, 4), (5, 5), (3, 3)\}$  تابع است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲ اگر دو ضابطه را برابر هم قرار دهیم، تعداد نقاط برخورد خط و سهمی به دست می‌آید. پس داریم:

$$x^2 + x = 3x + m \Rightarrow x^2 - 2x - m = 0$$

در صورت سؤال گفته فقط در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند. پس این معادله درجه ۲ فقط یک جواب دارد، یعنی  $\Delta = 0$  است.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(-m) = 0 \Rightarrow 4 + 4m = 0 \Rightarrow m = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳ چون دو زوج مرتب داریم که مولفه‌های اول آن  $a + 2$  است، پس عضوهای دوم آن نیز با هم برابرند. یعنی  $a - b = 3b$  و همچنین دو زوج مرتب داریم که مولفه‌های اول آن  $a$  است، پس مولفه‌های دوم آن‌ها نیز با هم برابرند، یعنی  $2b = 6$ ، در نتیجه  $b = 3$ .

$$a - b = 3b \xrightarrow{b=3} a - 3 = 3 \times (3) \Rightarrow a = 12$$

$$a - 2b = 12 - 2 \times (3) = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

نمودار تابع  $f$  از نقاط  $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$  می‌گذرد، بنابراین:

$$\text{شیب خط } a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 0}{0 - 3} = -2$$



$$f(x) = ax + b \xrightarrow{a=-2} \circ = (-2 \times 3) + b \Rightarrow b = 6$$

$$\Rightarrow f(x) = -2x + 6$$

$$f(1) = (-2 \times 1) + 6 = 4$$

$$f(2) = (-2) \times (-2) + 6 = 10$$

$$\Rightarrow 2f(1) - f(2) = (2 \times 4) - 10 = -2$$

ابتدا یکی از مجهول‌ها (طول و عرض) را بر حسب دیگری می‌یابیم. **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵**

$$P = 2(x + y) \Rightarrow 32 = 2(x + y) \Rightarrow x + y = 16 \Rightarrow y = 16 - x$$

$$S = x \times y \Rightarrow S = x(16 - x) \Rightarrow S = -x^2 + 16x \Rightarrow y = ax^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 16 \\ c = 0 \end{cases}$$

$$x_{max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-16}{2(-1)} = 8 \Rightarrow -8^2 + 16 \times 8 = -64 + 128 = 64$$

بیشترین مقدار مساحت ۶۴ است.

$$S = x \times y \Rightarrow 64 = 8 \times y \Rightarrow y = 8 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{8}{8} = 1$$

معادله محور تقارن  $x = \frac{-b}{2a}$  است. **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶**

$$x_S = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 2ax + b = 0$$

با توجه به معادله خط نقطه‌های  $\left( \frac{8}{5}, \frac{2}{11} \right)$  و  $\left( \frac{8}{5}, \frac{2}{11} \right)$  که در معادله خط  $y = 13 - x$  صدق می‌کند، نقاط برخوردند پس این نقاط در سهمی  $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$  صدق می‌کنند؛ داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷**

$$\begin{cases} 11 = -\frac{1}{2}(2)^2 + a(2) + b \\ 5 = -\frac{1}{2}(8)^2 + a(8) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 13 \\ 8a + b = 37 \end{cases}$$

$$\text{رأس سهمی: } \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-\frac{1}{2})} = 4 \Rightarrow y = 13$$

رأس سهمی  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$  برابر است با: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸**

$$f(x) = \sqrt[3]{2x^3 - 6} \Rightarrow f(3) = \sqrt[3]{2 \times (3)^3 - 6} = \sqrt[3]{54 - 6} = \sqrt[3]{48} = \sqrt[3]{8 \times 6} = 2\sqrt[3]{6}$$

اگر ضابطه تابع را  $f(x) = mx + h$  در نظر بگیریم، داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹**

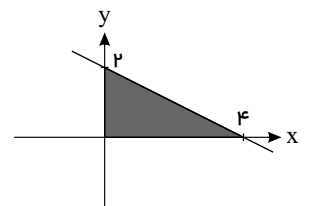
$$f(x) = mx + h \Rightarrow \begin{cases} f(-2) = 3 \Rightarrow -2m + h = 3 \\ f(2) = 1 \Rightarrow 2m + h = 1 \end{cases}$$

$$2h = 4 \Rightarrow h = 2$$

$$-2m + 2 = 3 \Rightarrow -2m = 1 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

پس ضابطه تابع به صورت  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$  است. حال تابع  $f(x)$  را رسم می‌کنیم؛ داریم:

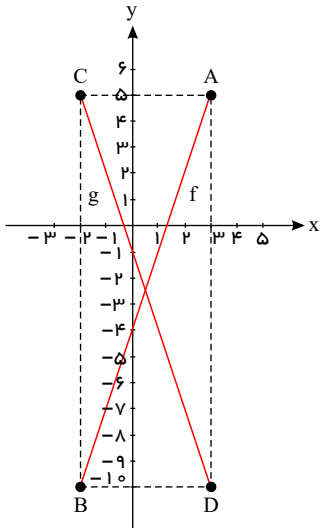
$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad \begin{array}{c|c} x & 0 \\ \hline y & 2 \end{array} \quad \begin{array}{c|c} x & 4 \\ \hline y & 0 \end{array}$$



در نتیجه مساحت سطح محصور برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

ابتدا با توجه به محدوده دامنه و برد تابع، نمودار تابع خطی به یکی از دو شکل تابع  $f$  یا  $g$  می‌باشد: **۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰**



اگر نمودار تابع به صورت  $f$  باشد، در این صورت نمودار آن از دو نقطه  $A(3, 5)$  و  $B(-2, -10)$  می‌گذرد که در این صورت برابر است با:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{-10 - 5}{-2 - 3} = \frac{-15}{-5} = 3$$

$$y - y_A = m_{AB}(x - x_A) \Rightarrow y - 5 = 3(x - 3)$$

$$\Rightarrow y = 3x - 4 \Rightarrow f(x) = 3x - 4$$

اگر نمودار به صورت  $g$  باشد، ضابطه آن از دو نقطه  $C(-2, 5)$  و  $D(3, -10)$  می‌گذرد، داریم:

$$m_{CD} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} \Rightarrow m_{CD} = \frac{-10 - 5}{3 - (-2)} = \frac{-15}{5} = -3$$

$$y - y_D = m_{CD}(x - x_D) \Rightarrow y - (-10) = -3(x - 3)$$

$$\Rightarrow y + 10 = -3x + 9 \Rightarrow y = -3x - 1$$

$$g(x) = -3x - 1$$

پس ضابطه  $g$  به صورت زیر می‌باشد.

# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴