

نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی دهم انسانی فصل چهارم تستی

تاریخ آزمون:

۱ در نمودار جعبه‌ای مربوط به داده‌های ۴، ۵، ۶، ۱۲، ۹، ۲۰، ۱۷، ۲، ۸، ۳، ۱، داده‌های داخل جعبه را یک دسته در نظر می‌گیریم. زاویه مرکزی مربوط به این دسته در نمودار دایره‌ای متناظر همه داده‌ها تقریباً چند درجه است؟

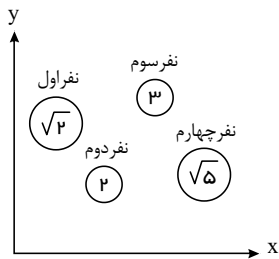
۱۷۹° (۴)

۱۵۰° (۳)

۱۶۵,۶° (۲)

۱۶۳,۶° (۱)

۲ در نمودار جابجایی زیر متغیر سوم وزن ۴ نفر را نشان می‌دهد. میانگین وزن آن‌ها چند برابر وزن نفر اول است؟ (در نمودار، شعاع نفر اول $\sqrt{2}$ ، نفر دوم ۲، نفر سوم ۳ و نفر چهارم $\sqrt{5}$ می‌باشد.)



$\frac{5}{2}$ (۲)

۲ (۴)

$\frac{5}{3}$ (۱)

$\frac{5}{4}$ (۳)

۳ اگر نمودار جابجایی را برای داده‌های جدول زیر بخواهیم رسم کنیم، شعاع مربوط به مشاهده A چند برابر شعاع مشاهده D است؟ (متغیر x_3 را مساحت دایره‌ها در نظر بگیرید.)

مشاهده	A	B	C	D
	متغیر			
x_1	۱,۶	۱,۵	۲	۲,۴
x_2	۳	۴	۲	۴,۵
x_3	۳	۸	۴	۰,۷۵

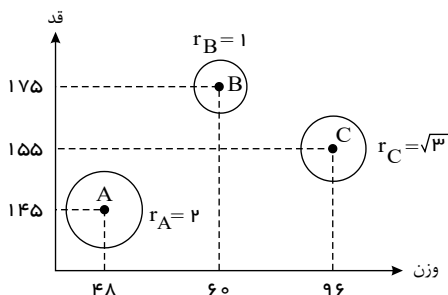
$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۴ در نمودار جابجایی زیر، متغیر سوم درآمد افراد می‌باشد. اگر کم‌ترین درآمد در بین این افراد ۲ میلیون تومان باشد، میانگین درآمدها چند میلیون تومان است؟



۲ (۱)

۴ (۲)

$\frac{16}{3}$ (۳)

$\frac{20}{3}$ (۴)

۵ در نمودار راداری تعدادی داده، زاویه بین دو نیم خط متوالی برابر ۲۴ درجه است. در این صورت چند متغیر در نمودار حضور دارند؟

۱۵ (۴)

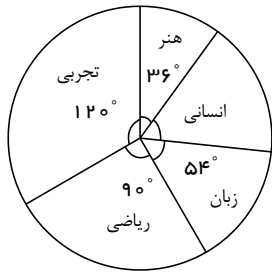
۲۴ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)



۶) نمودار دایره ای زیر تعداد داوطلبان کنکور یک شهر در رشته‌های مختلف را نمایش می‌دهد. در این صورت تقریباً چند درصد از داوطلبان این



شهر در کنکور انسانی شرکت می‌کنند؟

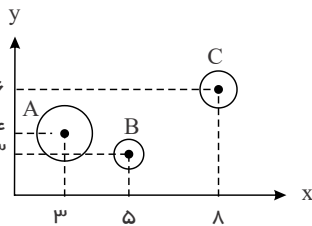
- ① ۲۰
② ۱۶٫۶
③ ۱۵
④ ۱۲٫۵

۷) تعداد مراجعین به یک پزشک در روزهای هفته به صورت زیر است. مقدار x چه قدر می‌تواند باشد تا در نمودار خط شکسته آن، شیب خط مربوط به یکشنبه به دوشنبه بیش تر از شیب‌های دیگر باشد؟

روز	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه
تعداد مراجعین	۱۰	x	۱۵	۱۶	۱۸

- ① ۱۲ ② ۱۳ ③ ۱۴ ④ ۱۵

۸) در نمودار جابجایی مقابل، محور x ها، محور y ها و مساحت دایره‌ها به ترتیب طول، عرض و ارتفاع یک سری از جعبه‌ها به شکل مکعب مستطیل را نشان می‌دهند. حجم جعبه A چند برابر حجم جعبه B است؟ (راهنمایی: حجم مکعب مستطیل برابر است با طول ضرب در عرض ضرب در ارتفاع)



$$\begin{cases} A \text{ شعاع دایره} = 3 \\ B \text{ شعاع دایره} = 1 \\ C \text{ شعاع دایره} = 2 \end{cases}$$

($\pi = 3$)

- ① ۶ ② ۷٫۲
③ ۷ ④ ۶٫۲

۹) مقدار متغیر سوم در نمودار جابجایی، متناسب با کدام یک از موارد زیر است؟

- ① شعاع دایره‌ها ② قطر دایره‌ها ③ محیط دایره‌ها ④ مساحت دایره‌ها

۱۰) در نمودار جعبه‌ای مربوط به داده‌های آماری ۱۶، ۱۷، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۷، ۱۲، ۱۳، ۲۱، ۲۰، ۷ و ۱۸ داده‌های بیرون جعبه و روی آن را حذف می‌کنیم. در داده‌های باقی‌مانده مجموع کم‌ترین و بیش‌ترین عدد کدام است؟

- ① ۲۹ ② ۲۷ ③ ۲۸ ④ ۳۰

۱۱) در نمودار جعبه‌ای مضرب‌های عدد ۳ که بین ۱ تا ۴۰ هستند، دامنه و دامنه‌ی میان چارکی به ترتیب از راست به چپ چه عددی هستند؟

- ① ۲۱، ۳۹ ② ۲۰، ۳۹ ③ ۲۱، ۳۶ ④ ۲۰، ۳۶

۱۲) در یک نمودار جعبه‌ای، بزرگ‌ترین داده، چهار برابر کوچک‌ترین داده است. چارک اول برابر ۲۴، چارک سوم برابر ۳۹ و طول سیل سمت راست ۲ برابر طول سمت چپ است. دامنه تغییرات داده‌ها کدام است؟

- ① ۴۲٫۵ ② ۴۳٫۵ ③ ۴۴ ④ ۵۴

۱۳) برای رسم نمودار جابجایی مربوط به یک بررسی آماری، اگر مقدار متغیر سوم برای A ۳، برابر مقدار متغیر سوم برای B باشد، شعاع دایره مربوط به B چند برابر شعاع دایره مربوط به A است؟

- ① $\sqrt{3}$ ② ۳ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۴) در یک نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی مربوط به فراوانی مطلق $f_i = 30$ برابر 80° است. فراوانی کل داده‌ها کدام است؟

- ① ۱۱۰ ② ۱۳۵ ③ ۱۴۰ ④ ۱۷۰



۱۵) دامنهٔ میان چارکی نمودار جعبه‌ای شامل ۱۰ داده، ۲۵ و اختلاف چارک اول با نوک سیبل‌ها ۳۸ و ۲۶ است. اگر کوچک‌ترین عضو داده‌ها ۳ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای چارک سوم، کدام است؟

- ۱۲۰ (۱) ۱۰۰ (۲) ۶۴ (۳) ۳۶ (۴)

۱۶) انحراف معیار داده‌های قبل از چارک سوم در نمودار جعبه‌ای ۱۳، ۷، ۵، ۳، ۲۰، ۱۱، ۸، ۲، ۹، ۳، ۱۴ کدام است؟

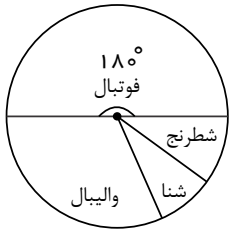
- $\frac{\sqrt{۳۵}}{۲}$ (۱) $\frac{\sqrt{۳۷}}{۲}$ (۲) $\frac{\sqrt{۳۹}}{۲}$ (۳) $\frac{\sqrt{۴۱}}{۲}$ (۴)

۱۷) کارخانه‌ای چهار نوع کالا A, B, C, D را تولید می‌کند. با توجه به جدول زیر، زاویهٔ مربوط به کالای B در نمودار دایره‌ای چند درجه است؟

نوع کالا	A	B	C	D
فراوانی	۶	۳	۵	۶

- ۴۸ (۱) ۵۴ (۲) ۶۵ (۳) ۷۲ (۴)

۱۸) دانش‌آموزان یک کلاس ۴۰ نفره مطابق نمودار دایره‌ای زیر در کلاس‌های ورزشی شرکت می‌کنند. اگر تعداد شرکت‌کنندگان کلاس‌های شنا و شطرنج برابر باشد و تعداد شرکت‌کنندگان کلاس والیبال سه برابر شنا باشد، چند نفر در کلاس والیبال شرکت می‌کنند؟



- ۴ (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۴) ۱۲ (۳)

۱۹) نمودار جعبه‌ای داده‌های ۴، ۳، ۳، ۲۵، ۲، ۲۰، ۱۶، ۸، ۳، ۱۸، ۴، ۶ شبیه کدام است؟



۲۰) در یک نمودار راداری می‌خواهیم ۱۵ متغیر را نمایش دهیم، زاویهٔ بین دو شعاع مجاور در نمودار چند درجه خواهد بود؟

- ۱۸ (۱) ۲۰ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴)



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 17, 20$$

$$Q_1=3 \quad Q_2=6 \quad Q_3=12$$

داده‌های بین Q_1 و Q_3 داخل جعبه قرار دارند: ۴, ۵, ۶, ۸, ۹

$$\Rightarrow \text{زاویه مرکزی} = \frac{f}{n} \times 360^\circ = \frac{5}{11} \times 360^\circ = 163,6^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲ (در نمودار حبابی جذر متغیر سوم متناسب با شعاع است یا متغیر سوم متناسب با مجذور شعاع است.)

$$\begin{aligned} \text{وزن نفر اول} &\rightarrow w_1 = (\sqrt{2})^2 \times a = 2a \\ \text{وزن نفر دوم} &\rightarrow w_2 = 2^2 \times a = 4a \\ \text{وزن نفر سوم} &\rightarrow w_3 = 3^2 \times a = 9a \\ \text{وزن نفر چهارم} &\rightarrow w_4 = (\sqrt{5})^2 \times a = 5a \end{aligned}$$

$$\rightarrow \bar{x} = \frac{2a + 4a + 9a + 5a}{4} = \frac{20a}{4} = 5a$$

میانگین وزن

بنابراین میانگین وزن آن‌ها به وزن نفر اول برابر است با:

$$\frac{\bar{x}}{w_1} = \frac{5a}{2a} = \frac{5}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳ در نمودار حبابی شعاع دایره‌ها متناسب با جذر مقادیر متغیر سوم می‌باشد، لذا شعاع مربوط به مشاهده A به شعاع مشاهده D برابر است با:

$$\frac{r_A}{r_D} = \sqrt{\frac{x_p(A)}{x_p(D)}} = \sqrt{\frac{3}{0,75}} = \sqrt{4} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴ متغیر سوم متناسب با مساحت دایره‌ها می‌باشد که در بین افراد، فرد B دارای کم‌ترین درآمد می‌باشد، زیرا مساحت دایره مربوط به آن کمتر است. پس درآمد

این فرد ۲ میلیون تومان می‌باشد. حال درآمد فرد A و C برابر است با:

$$\frac{\text{مساحت دایره } A}{\text{مساحت دایره } B} = \frac{\text{درآمد فرد } A}{\text{درآمد فرد } B} \Rightarrow \frac{\pi \times (2)^2}{\pi \times (1)^2} = 4 \Rightarrow \text{درآمد فرد } A = 8 \text{ میلیون تومان}$$

$$\frac{\text{درآمد فرد } C}{\text{درآمد فرد } B} = \frac{\pi \times (\sqrt{3})^2}{\pi \times (1)^2} = 3 \Rightarrow \text{درآمد فرد } C = 3 \times 2 = 6 \text{ میلیون تومان}$$

$$\text{میانگین درآمدها} = \frac{2 + 8 + 6}{3} = \frac{16}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\text{زاویه بین دو نیم‌خط متوالی} = \frac{360^\circ}{\text{تعداد متغیرها}} \Rightarrow 24^\circ = \frac{360^\circ}{\text{تعداد متغیرها}} \Rightarrow \frac{360^\circ}{24^\circ} = 15$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶ برای محاسبه درصد در نمودار دایره‌ای از فرمول زیر استفاده می‌کنیم.

$$\text{درصد} = \frac{\text{زاویه قسمت مورد نظر}}{360} \times 100$$

$$\text{زاویه انسانی} = 360^\circ - (36^\circ + 54^\circ + 90^\circ + 120^\circ) = 60^\circ$$

$$\text{درصد} = \frac{60}{360} \times 100 = \frac{100}{6} \approx 16,6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$\text{شیب سه شنبه به چهارشنبه} = \frac{18 - 16}{1} = 2$$

$$\text{شیب دوشنبه به سه شنبه} = \frac{16 - 15}{1} = 1$$

$$\text{شیب یکشنبه به دوشنبه} = \frac{15 - x}{1} = 15 - x$$

$$\text{شیب شنبه به یکشنبه} = \frac{x - 10}{1} = x - 10$$



$$\begin{cases} 15 - x > 2 \Rightarrow x < 13 \\ 15 - x > x - 10 \Rightarrow 2x < 25 \Rightarrow x < \frac{25}{2} = 12,5 \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها $x = 12$ می‌تواند باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$A \text{ ارتفاع مکعب } A' = \pi r^2 = 3 \times 3^2 = 27 \Rightarrow A' \text{ مساحت دایره } A$$

$$\Rightarrow A' \text{ حجم جعبه } = 3 \times 4 \times 27k = 324k$$

$$B \text{ ارتفاع مکعب } B' = \pi r^2 = 3 \times 1^2 = 3 \Rightarrow B' \text{ مساحت دایره } B$$

$$\Rightarrow B' \text{ حجم جعبه } = 5 \times 3 \times 3k = 45k$$

$$\Rightarrow \frac{A' \text{ حجم}}{B' \text{ حجم}} = \frac{324k}{45k} = 7,2$$

متغیر سوم در نودار حیابی متناسب با مساحت دایره‌ها می‌باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$7, 9, \underbrace{10, 11}, 12, 12, 13, 16, 17, \underbrace{17, 18}, 20, 21$$

$$Q_1 = \frac{10+11}{2} = 10,5 \quad \text{میانه} \quad Q_3 = \frac{17+18}{2} = 17,5$$

$$\text{داده‌های داخل جعبه} = \{11, 12, 12, 13, 16, 17, 17\}$$

$$\begin{cases} \text{کمترین داده} = 11 \\ \text{بیشترین داده} = 17 \end{cases} \Rightarrow 17 + 11 = 28$$

این عددها به صورت زیر هستند: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39$$

چون تعداد آن‌ها فرد و برابر ۱۳ است، هفتمین داده میانه‌ی دو عدد است. بنابراین میانه عدد ۲۱ است. چارک اول برابر با میانه‌ی داده‌های قبل از ۲۱ است و برابر میانگین دو عدد ۹ و ۱۲ است.

$$\text{پس چارک اول } 10,5 = \frac{12+9}{2} \text{ خواهد بود. چارک سوم میانه‌ی داده‌های بعد از } 21 \text{ و برابر با میانگین دو عدد } 30 \text{ و } 33 \text{ است؛ یعنی برابر } 31,5 \text{ خواهد بود.}$$

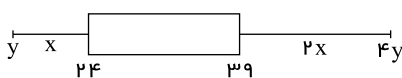
$$\text{دامنه} = \text{بیشترین داده} - \text{کمترین داده} = 39 - 3 = 36$$

$$21 = 31,5 - 10,5 = \text{چارک اول} - \text{چارک سوم} = \text{دامنه‌ی میان چارکی}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

با توجه به اطلاعات مسئله شکل زیر را رسم می‌کنیم:

$$R = 4y - y = 3x + (39 - 24) \Rightarrow 3y = 3x + 15 \Rightarrow 3y - 3x = 15 \Rightarrow y - x = 5$$



$$\text{چپ سمت طول سیل } 24 - y = x \Rightarrow x + y = 24$$

$$\begin{cases} y - x = 5 \\ y + x = 24 \end{cases} \Rightarrow 2y = 29 \Rightarrow y = \frac{29}{2}$$

$$R \text{ دامنه تغییرات} = 3y = 3 \times \frac{29}{2} = \frac{87}{2} = 43,5$$

در نمودار حیابی مقدار متغیر سوم متناسب با مجذور شعاع دایره است. بنابراین: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\frac{B \text{ مقدار متغیر سوم}}{A \text{ مقدار متغیر سوم}} = \frac{(r_B)^2}{(r_A)^2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

رابطه بین زاویه و فراوانی در نمودار دایره‌ای به صورت زیر است: $(N \text{ فراوانی کل داده‌هاست})$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$\frac{\text{زاویه مرکزی موردنظر}}{360^\circ} = \frac{\text{فراوانی موردنظر}}{\text{فراوانی کل}} \Rightarrow \frac{80^\circ}{360^\circ} = \frac{30}{N} \Rightarrow N = \frac{360 \times 30}{80} = 135$$

بر اساس توضیحات مسئله برای دامنه میان چارکی و اطلاعات مسئله اگر \min کمترین داده و \max بزرگترین داده باشد، Q_1 چارک اول و Q_3 چارک سوم است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

است.

در نمودار جعبه‌ای روی نوک سیبل‌ها \min و \max داده‌ها قرار می‌گیرد.

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 25$$



$$\begin{cases} |Q_1 - \min| = 26 \\ |Q_1 - \max| = 38 \end{cases} \Rightarrow Q_1 = 26 + 3 = 29 \Rightarrow Q_3 = 29 + 25 = 54$$

یا

$$\begin{cases} |Q_1 - \min| = 38 \\ |Q_1 - \max| = 26 \end{cases} \Rightarrow Q_1 = 38 + 3 = 41 \Rightarrow Q_3 = 41 + 25 = 66$$

Q_3 برابر ۵۴ یا برابر ۶۶ است. بنابراین مجموع مقادیر ممکن برای Q_3 برابر است با:

$$54 + 66 = 120$$

۱۶) برای به دست آوردن چارک سوم ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و میانه را می‌یابیم. میانه نیمه دوم داده‌ها چارک سوم است.

داده‌های قیل از چارک سوم

$$2, 3, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 14, 20 \rightarrow 2 \text{ و } 3 \text{ و } 3 \text{ و } 5 \text{ و } 7 \text{ و } 8 \text{ و } 9 \text{ و } 11$$

$$\bar{x} = \frac{2 + 3 + 3 + 5 + 7 + 8 + 9 + 11}{8} = 6$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (3-6)^2 + (5-6)^2 + (7-6)^2 + (8-6)^2 + (9-6)^2 + (11-6)^2}{8}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{16 + 9 + 9 + 1 + 1 + 4 + 9 + 25}{8}}$$

$$= \sqrt{\frac{74}{8}} = \sqrt{\frac{37}{4}} = \frac{\sqrt{37}}{2}$$

۱۷) ۱ ۲ ۳ ۴

$$n = 6 + 3 + 5 + 6 = 20$$

$$\alpha_B = \frac{f_B}{n} \times 360^\circ = \frac{3}{20} \times 360^\circ = 54^\circ$$

۱۸) ۱ ۲ ۳ ۴

طبق نمودار دایره‌ای، نیمی از دانش‌آموزان در کلاس فوتبال شرکت می‌کنند و نیمی دیگر در سایر کلاس‌ها. اگر شرکت‌کنندگان کلاس شنا و شطرنج هر کدام x نفر باشند، شرکت‌کنندگان کلاس والیبال $3x$ نفر خواهد شد.

شرکت‌کنندگان در کلاس فوتبال:

$$\frac{1}{2} \times 40 = 20$$

در نتیجه شرکت‌کنندگان در سایر کلاس‌ها، ۲۰ نفر است، حال داریم:

$$3x + x + x = 20$$

$$5x = 20 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow 3x = 12$$

۱۲ نفر در کلاس والیبال شرکت می‌کنند.

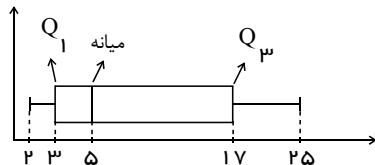
۱۹) ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$2, 3, 3, 3, 4, 4, 6, 8, 16, 18, 20, 25$$

$$Q_1 = \frac{3+3}{2} = 3, \text{ میانه} = \frac{6+4}{2} = 5, Q_3 = \frac{16+18}{2} = 17$$

نمودار جعبه‌ای به صورت زیر است:



باید دقت کرد که میانه به Q_1 نزدیک‌تر از Q_3 است. همچنین اختلاف بزرگترین داده با Q_3 از اختلاف Q_1 با کوچکترین داده بیشتر است.

۲۰) چون اندازه بین هر دو شعاع مجاور برابر است، پس:

$$\text{زاویه بین دو شعاع مجاور} = \frac{360^\circ}{15} = 24^\circ$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴