

نام و نام خانوادگی:

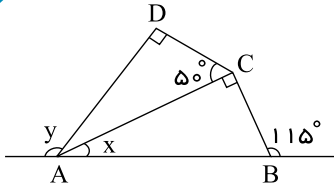
زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه

نام آزمون: ریاضی هشتم فصل سوم تستی

تاریخ آزمون:



۱ در شکل روبه‌رو حاصل $y - x$ کدام گزینه است؟



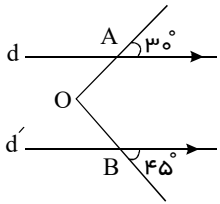
۵۰ (۲)

۶۰ (۱)

۱۰۵ (۴)

۹۰ (۳)

۲ در شکل مقابل $d \parallel d'$ است. اندازه زاویه $A\hat{O}B$ کدام است؟



۷۵ (۲)

۹۵ (۱)

۴۵ (۴)

۶۵ (۳)

۳ در کدام چندضلعی مجموع زوایای داخلی ۵ برابر مجموع زوایای خارجی است؟

چهارده ضلعی (۴)

دوازده ضلعی (۳)

ده ضلعی (۲)

هشت ضلعی (۱)

۴ n ضلعی محدب n قطر دارد. مقدار n برابر است با:

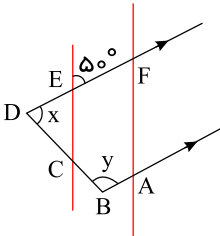
۳۷ (۴)

۱۹ (۳)

۱۷ (۲)

۱۵ (۱)

۵ در شکل مقابل در صورتی که $DC = DE$ و پیکان‌های هم‌جهت، خطوط موازی را نمایش دهند، آن‌گاه مقدار $x + y$ چند درجه است؟



۸۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

۱۸۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۶ اگر اضلاع دو زاویه، دو به دو باهم موازی باشند، آن‌گاه این دو زاویه

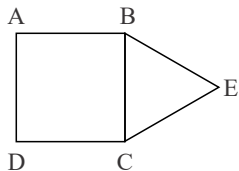
فقط متمم هستند. (۴)

فقط برابرند. (۳)

متمم یا برابرند. (۲)

مکمل یا برابرند. (۱)

۷ مربع $ABCD$ و مثلث متساوی‌الاضلاع BEC در شکل داده شده‌اند. زاویه $A\hat{E}D$ چند درجه است؟



۳۰ (۲)

۱۵ (۱)

۴۰ (۴)

۲۰ (۳)

۸ پنج خط با یکدیگر موازی‌اند. چه تعداد نقطه وجود دارد که از ۵ خط به یک فاصله باشد؟

نقطه‌ای نمی‌توان یافت. (۴)

دو نقطه (۳)

یک نقطه (۲)

بی‌شمار (۱)

۹ کدام عبارت همواره درست است؟

هر متوازی‌الاضلاع یک مرکز تقارن دارد. (۲)

هر متوازی‌الاضلاع دو قطر با اندازه‌های مختلف دارد. (۱)

هر متوازی‌الاضلاع حداقل دو ضلع با اندازه‌های مختلف دارد. (۴)

در هیچ متوازی‌الاضلاعی اضلاع برهم عمود نیستند. (۳)



۱۰ اگر در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، مجموع فاصله نقطه‌های A و C تا قطر BD ، ۴ سانتی‌متر و مساحت متوازی‌الاضلاع ۲۰ سانتی‌متر مربع باشد، طول قطر BD چند سانتی‌متر است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

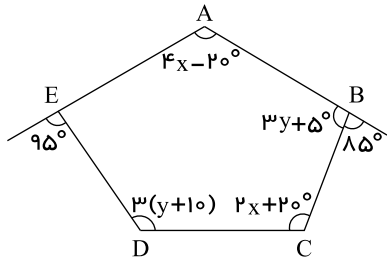
۱۱ مجموع دو زاویه خارجی مثلثی، 25° می‌باشد. اندازه یکی از زاویه‌های داخلی این مثلث چند درجه است؟

۵۵ (۴)

۱۲۵ (۳)

۷۰ (۲)

۲۰ (۱)



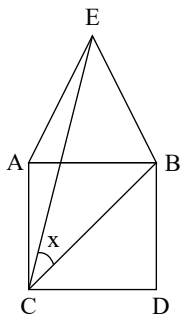
۱۲ اگر شکل زیر یک ۵ ضلعی غیرمنتظم باشد، زاویه A چند درجه است؟

۳۰ (۱)

۴۰ (۲)

۱۲۰ (۳)

۱۴۰ (۴)



۱۳ در شکل زیر x کدام است؟ (مربع $ABDC$ و $\triangle ABE$ متساوی‌الاضلاع است.)

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)

۴۰ (۴)

۳۵ (۳)

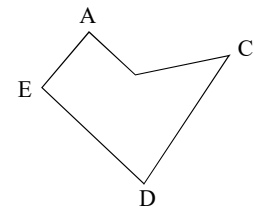
۱۴ مجموع زوایای داخلی شکل زیر کدام است؟

۴۵۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

۷۲۰ (۴)

۵۴۰ (۳)



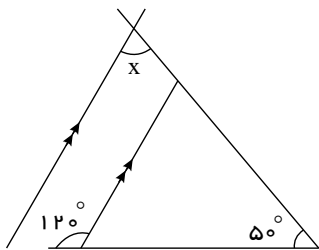
۱۵ با توجه به شکل زیر، زاویه مجهول چند درجه است؟

۵۰ (۱)

۴۰ (۲)

۶۰ (۳)

۷۰ (۴)



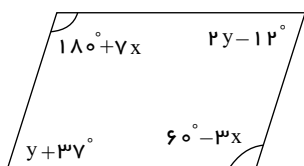
۱۶ اگر چهار ضلعی زیر متوازی‌الاضلاع باشد، حاصل $x + y$ کدام است؟

۴۷ (۲)

۳۷ (۱)

چنین متوازی‌الاضلاع قابل رسم نیست. (۴)

۲۷ (۳)



۱۷ وسط ضلع‌های یک مستطیل غیرمربع را به ترتیب به هم وصل می‌کنیم. چهارضلعی به دست آمده چه نوع چهارضلعی‌ای است؟

مثلث (۴)

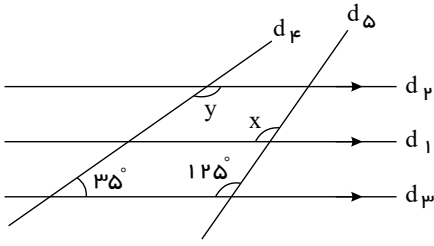
مستطیل (۳)

لوزی (۲)

مربع (۱)

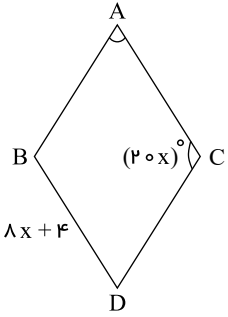


۱۸ در شکل زیر، حاصل $y - x$ کدام است؟



- ۱ 30°
- ۲ 90°
- ۳ 20°
- ۴ 40°

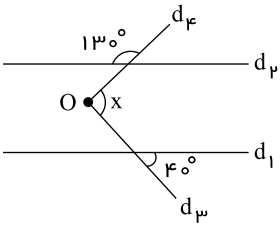
۱۹ شکل زیر یک لوزی است که محیط آن 240 سانتی‌متر است. اندازه زاویه A کدام است؟



- ۱ 50°
- ۲ 70°

- ۱ 40°
- ۳ 60°

۲۰ در شکل زیر $d_1 \parallel d_2$ است. زاویه x چند درجه است؟



- ۱ 70°
- ۲ 90°

- ۱ 80°
- ۳ 100°



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱ در مثلث پایینی 115° زاویه خارجی است، پس داریم:

$$\text{حالا در مثلث بالایی، یک زاویه } 90^\circ \text{ و یک زاویه } 50^\circ \text{ است. پس زاویه سوم می‌شود:}$$
$$\hat{ADC} : \hat{DAC} = 180^\circ - \hat{D} - \hat{C} = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$$

از کل نیم صفحه، زاویه x برابر 25° و زاویه $\hat{DAC} = 40^\circ$ شد، پس داریم:

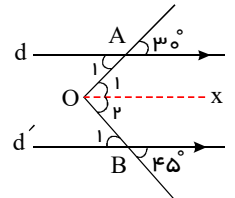
$$y = 180^\circ - (25^\circ + 40^\circ) = 115^\circ$$

بنابراین:

$$y - x = 115^\circ - 25^\circ = 90^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲ از نقطه O نیم خط Ox را موازی d و d' رسم می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} d \parallel Ox \\ OA \text{ مورب} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{قضیه خطوط موازی} \\ \hat{O}_1 = \hat{A}_1 \end{array} \xrightarrow{A_1=30^\circ} \hat{O}_1 = 30^\circ$$
$$\left. \begin{array}{l} d' \parallel Ox \\ OB \text{ مورب} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{قضیه خطوط موازی} \\ \hat{O}_2 = \hat{B}_1 \end{array} \xrightarrow{B_1=45^\circ} \hat{O}_2 = 45^\circ$$



بنابراین:

$$\hat{O} = \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳ نکته: مجموع زوایای خارجی هر چند ضلعی محدب 360° است.

نکته: مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی محدب برابر است با: $(n - 2) \times 180^\circ$

به این ترتیب داریم:

$$(n - 2) \times 180^\circ = 5 \times 360^\circ \rightarrow n - 2 = 5 \times 2 \rightarrow n - 2 = 10 \rightarrow n = 12$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴ می‌دانیم تعداد قطرهای n ضلعی محدب از فرمول $\frac{n \times (n - 3)}{2}$ به دست می‌آید، چون از هر رأس به $(n - 3)$ رأس دیگر می‌توان خط رسم کرد و از آنجا

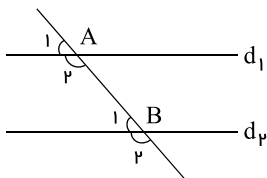
که هر خط دو بار شمرده می‌شود، در آخر عدد $n \times (n - 3)$ را بر عدد ۲ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{n \times (n - 3)}{2} = 7n \rightarrow \frac{n - 3}{2} = 7 \rightarrow n - 3 = 2 \times 7 \rightarrow n - 3 = 14 \rightarrow n = 17$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ پیکان‌های هم‌جهت موازی بوده و DB خطی مورب است، پس زوایای باز ایجاد شده با هم و زوایای حاده ایجاد شده با هم برابرند و مجموع زوایای حاده و باز

برابر 180° است، پس همواره دو زاویه x و y مجموعی برابر 180° خواهند داشت. ($\hat{E} = 50^\circ$ یک داده اضافی مسئله است).

۱ ۲ ۳ ۴ ۶ باتوجه به شکل، اضلاع دو زاویه A_1 و B_1 و A_2 و B_2 دو به دو باهم موازی هستند، که این دو دسته زاویه یا باهم برابرند یا مکمل هم هستند.



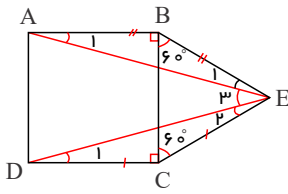
$$d_1 \parallel d_2 \text{ مورب } AB \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1, \hat{A}_2 = \hat{B}_2$$
$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ$$

به طریق مشابه:

$$\hat{A}_2 + \hat{B}_1 = 180^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷ از آنجایی که مربع و مثلث متساوی‌الاضلاع یک ضلع مشترک داشتند، پس تمامی اضلاع با هم برابر است.

$$\hat{EBC} = 60^\circ \Rightarrow \hat{ABE} = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$$



$$\left. \begin{aligned} \triangle ABE : \overline{AB} = \overline{BE} \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{E}_1 \\ \hat{A}_1 + \hat{E}_1 + \hat{B} = 180^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{E}_1 = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \triangle DCE : \overline{CE} = \overline{CD} \rightarrow \hat{D}_1 = \hat{E}_1 \\ \hat{D}_1 + \hat{C} + \hat{E}_1 = 180^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{E}_1 = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$$

$$\hat{E} = \hat{E}_1 + \hat{E}_1 + \hat{E}_1 \rightarrow 60^\circ = 15^\circ + 15^\circ + \hat{E}_1 \rightarrow \hat{E}_1 = 30^\circ$$

چون نقطه‌ای را نمی‌توان یافت که دقیقاً بین این ۵ خط باشد و از آن بر هر ۵ خط، خط عمودی به یک اندازه رسم کرد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

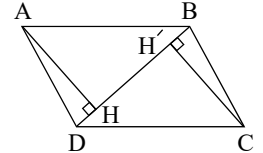
مربع نوعی متوازی‌الاضلاع است که مثال نقض گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\text{مساحت} = \triangle BCD + \triangle ABD = \frac{1}{2} H'C \times BD + \frac{1}{2} AH \times BD = \frac{1}{2} \times BD \times (H'C + AH) = \frac{1}{2} \times BD \times 4 = 2 \times BD$$

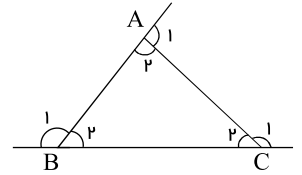
$$\text{طبق صورت} \Rightarrow 2 \times BD = 20 \Rightarrow BD = 10$$



مجموع زوایای خارجی هر چندضلعی محدب برابر ۳۶۰° است، پس داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$\hat{B}_1 + \hat{A}_1 + \hat{C}_1 = 360^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = 360^\circ - 250^\circ = 110^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$\hat{E} = \hat{E}_1 + \hat{E}_1 \rightarrow 180^\circ = \hat{E}_1 + 95^\circ \rightarrow \hat{E}_1 = 85^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{B} = \hat{B}_1 + \hat{B}_1 \rightarrow 180^\circ = \hat{B}_1 + 85^\circ \rightarrow \hat{B}_1 = 95^\circ \\ \hat{B}_1 = 3y + 5^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow 3y + 5^\circ = 95^\circ$$

$$\rightarrow 3y = 95^\circ - 5^\circ = 90^\circ$$

$$\rightarrow 3y = 90^\circ \rightarrow y = 30^\circ$$

$$\hat{D} = 3(y + 10) \rightarrow 3(30^\circ + 10^\circ) = 120^\circ$$

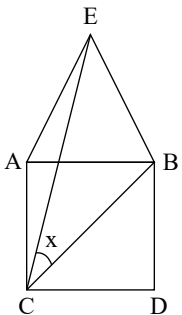
$$\text{مضلعی } ABCDE : \hat{A} + \hat{B}_1 + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E}_1 = 540^\circ$$

$$(4x - 20^\circ) + 95^\circ + (2x + 20^\circ) + 120^\circ + 85^\circ = 540^\circ$$

$$6x + 300^\circ = 540^\circ \rightarrow 6x = 240^\circ \rightarrow x = 40^\circ \rightarrow \hat{A} = 140^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\hat{EAC} = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$$



$$AC = AB, AB = AE = EB \Rightarrow AE = AC \Rightarrow \hat{ACE} = \hat{AEC} = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$$

$$\hat{ACB} = 45^\circ \rightarrow x = \hat{ACB} - \hat{ACE} = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

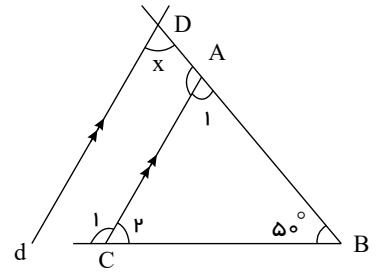
مجموع زوایای داخلی در هر n ضلعی از رابطه $(n - 2) \times 180^\circ$ بدست می‌آید، پس داریم:

$$\text{مجموع زوایای داخلی} (5 - 2) \times 180 = 540$$

زاویه C_1 مکمل زاویه C_2 است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵



$$\hat{C}_\gamma = 180^\circ - \hat{C}_1 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$



جمع زاویه‌های هر مثلث برابر 180° می‌شود.

پاره خط AC با خط BD مورب است. بنابراین:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$\hat{C}_\gamma + \hat{B} + \hat{A}_1 = 180^\circ + 50^\circ + \hat{A}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 70^\circ$$

$$x = \hat{A}_1 = 70^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 180^\circ + 7x = 60^\circ - 3x \rightarrow 10x = 60^\circ - 180^\circ = -120^\circ \rightarrow x = -12^\circ \\ 2y - 12^\circ = y + 37^\circ \rightarrow y = 12^\circ + 37^\circ = 49^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = -12^\circ + 49^\circ = 37^\circ$$

حال باید زوایای متوازی الاضلاع را به دست آوریم اگر زوایای مجاور مکمل یکدیگر نباشند، چنین متوازی الاضلاعی قابل رسم نیست.

$$\left\{ \begin{array}{l} 2y - 12^\circ = 2 \times 49^\circ - 12 = 86^\circ \\ 180^\circ + 7x = 180^\circ - 7 \times 12^\circ = 96^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow 86^\circ + 96^\circ = 182^\circ \neq 180^\circ$$

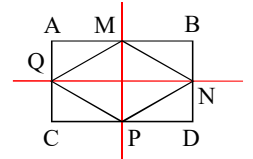
پس رسم متوازی الاضلاعی با این زوایا امکان پذیر نیست.

این چهار ضلعی پدید آمده حتماً لوزی است زیرا اگر خطوط تقارن این مستطیل را رسم کنیم که برابر با قطرهای این لوزی است و مستطیل را روی خط تقارنش تا

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

کنیم، ضلع‌های این چهار ضلعی برهم منطبق می‌شوند.

$$\begin{aligned} \text{تقارن } MP \Rightarrow \overline{MN} = \overline{MQ}, \overline{PQ} = \overline{PN} \quad (1) \\ \text{تقارن } QN \Rightarrow \overline{PQ} = \overline{MQ}, \overline{PN} = \overline{MN} \quad (2) \end{aligned}$$



(۲)،(۱) → چهارضلع برابرند پس $MNPQ$ یک لوزی است. لوزی، قطرها نامساوی و عمود بر هم دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$d_1 \parallel d_\gamma, d_\delta \text{ مورب} \rightarrow x = 125^\circ$$

$$d_\gamma \parallel d_\gamma, d_\gamma \text{ مورب} \rightarrow y + 35^\circ = 180^\circ \rightarrow y = 145^\circ \Rightarrow y - x = 145^\circ - 125^\circ = 20^\circ$$

لوزی یک متوازی الاضلاع است که اضلاع آن با هم برابر است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

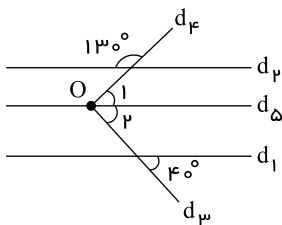
$$\frac{240}{4} = 60 \Rightarrow \text{اندازه یک ضلع لوزی : } 60 \Rightarrow 8x + 4 = 60 \Rightarrow 8x = 56 \Rightarrow x = 7$$

می‌دانیم در هر متوازی الاضلاع زاویه‌های مجاور مکمل‌اند:

$$\hat{C} + \hat{A} = 180^\circ \Rightarrow (20x)^\circ + \hat{A} = 180^\circ \Rightarrow 140^\circ + \hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 40^\circ$$

از نقطه O خط d_δ را موازی d_1 و d_γ رسم می‌کنیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰



$$(d_\gamma, d_\gamma \parallel d_\delta) \Rightarrow \hat{O}_1 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$(d_\gamma, d_1 \parallel d_\delta) \Rightarrow \hat{O}_\gamma = 40^\circ$$

$$x = \hat{O}_1 + \hat{O}_\gamma = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴