

نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه

نام آزمون: ریاضی هشتم فصل چهارم تستی

تاریخ آزمون:

۱ کدام جمله با جمله  $(4xy)^2$  متشابه است؟

۱  $4x^2y$       ۲  $-4xy$

۳  $\sqrt{3x^2y^2}$       ۴  $\sqrt{3xy^2}$

۲ جمله  $m$  ام الگوی مقابل کدام گزینه است؟

۱, ۱۱, ۱۱۱, ...

۱  $\frac{10^m - 1}{9}$       ۲  $2^m - 1$       ۳  $10^m + 1$       ۴  $m + 1$

۳ مقداری عددی عبارت  $6x - x^3$  به ازای  $x = 3$  کدام است؟

۱ ۹      ۲ ۴۵      ۳ -۹      ۴ -۴۵

۴ جمله  $n$  چندم الگوی مقابل، ۷۹۹ است؟

۳, ۷, ۱۱, ...

۱ ۱۰۰      ۲ ۲۰۰      ۳ ۸۰۰      ۴ ۷۰۰

۵ در مربع زیر چه عددی قرار بگیرد تا تساوی برقرار باشد؟

$$\frac{\frac{1}{5}x^2y}{-\frac{2}{3}} - \frac{x^2y}{-5} + x^2y = \square x^2y$$

۱  $\frac{9}{10}$       ۲  $\frac{11}{10}$       ۳  $\frac{-3}{10}$       ۴  $\frac{13}{10}$

۶ اگر داشته باشیم:  $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{4}$  و  $\frac{bc}{b+c} = \frac{1}{9}$  و  $\frac{ac}{a+c} = \frac{1}{9}$ ، حاصل  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$  کدام گزینه است؟

۱ ۱۰      ۲ ۲۰      ۳ ۳۰      ۴ ۴۰

۷ اگر  $\sqrt{x-4} + (xy-8)^2 = 0$  باشد، حاصل  $\sqrt{x+y}$  کدام است؟

۱ ۲      ۲  $\sqrt{2}$       ۳  $\sqrt{6}$       ۴  $\sqrt{3}$

۸ دو زاویه مکمل‌اند. اندازه یکی از دو برابر دیگری، ۱۲ درجه کم‌تر است. اندازه زاویه کوچک‌تر چند درجه است؟

۱ ۵۶      ۲ ۶۴      ۳ ۷۲      ۴ ۷۸

۹ سیاهوش و سامان هر کدام به ترتیب  $\frac{1}{5}$  و  $\frac{2}{5}$  پول قلک را برداشته‌اند. اگر در قلک ۹۰ ریال مانده باشد، سیاهوش چند ریال برداشته است؟

۱ ۴۵      ۲ ۹۰      ۳ ۱۸۰      ۴ ۲۲۵

۱۰ مجموع عددی با عدد ۱۵، ربع تفاضل ۶۰ از همان عدد است. آن عدد کدام است؟

۱ ۱۵      ۲ -۱۵      ۳ -۴۰      ۴ ۴۰

۱۱ اگر ۱۳۹۷ واحد به قرینه عدد  $3 - 5x$  اضافه کنیم، حاصل برابر  $2x$  می‌شود، مقدار  $\sqrt{x+25}$  را بیابید.

۱ ۲۰      ۲ ۱۰      ۳ ۵      ۴ ۱۵

۱۲) سه دختر بچه تعدادی مهره داخل یک ظرف را به روش زیر بین خود تقسیم می‌کنند. آنچه اولی برمی‌دارد یک مهره کم‌تر از نصف مهره‌هاست.

دومی  $\frac{1}{4}$  باقی‌مانده را برمی‌دارد و باقی‌مانده مهره‌ها ۹ تا است که به سومی می‌رسد. به دومی چند مهره می‌رسد؟

- ۱۲ ①      ۳ ②      ۶ ③      ۹ ④

۱۳) سن سارا دو رقمی و ۵ برابر سن زهرا است. اگر سن زهرا برابر با مجموع ارقام سن سارا باشد، اختلاف سن دو نفر چقدر است؟

- ۴۵ ①      ۳۶ ②      ۵۴ ③      ۶۳ ④

۱۴) سامان  $x$  دفتر  $y$  تومانی و  $y$  دفتر  $x$  تومانی ( $x \neq y$ ) خرید. میانگین قیمت دفترها چه قدر است؟

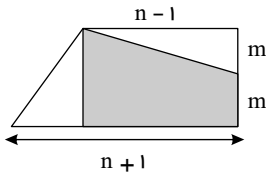
- $\frac{x+y}{xy}$  ①       $\frac{xy}{x+y}$  ②       $\frac{2xy}{x+y}$  ③       $\frac{4xy}{x+y}$  ④

۱۵) مقدار عددی عبارت  $\frac{x^a - y^a}{a^x}$  به ازای  $x = 4$ ,  $y = 3$ ,  $a = 2$  کدام است؟

- $\frac{25}{16}$  ①       $\frac{7}{16}$  ②       $\frac{16}{25}$  ③       $\frac{16}{7}$  ④

۱۶) اگر  $m = 1$  و  $mn = 5$  باشد، مقدار عددی مساحت قسمت رنگی برابر است با:

- ۸۴ ①      ۱۲ ②      ۶ ③      ۲۱ ④

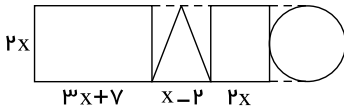


۱۷) شخصی می‌گوید اگر رقم‌های دو رقمی سن مادرم را جابه‌جا کنم، سن خودم به دست می‌آید. کدام عدد سن مادر او در زمان تولد او می‌باشد؟

- ۱۸ ①      ۲۰ ②      ۲۵ ③      ۳۳ ④

۱۸) اگر تساوی  $(4x + k)(x - k) = 4x^2 + 7x - k^2$  به‌ازای هر مقدار  $x$  برقرار باشد، مقدار  $k^2$  کدام است؟

- $\frac{7}{3}$  ①       $\frac{-7}{3}$  ②       $\frac{49}{9}$  ③       $\frac{-49}{9}$  ④



۱۹) مساحت مجموعه اشکال زیر برحسب  $x$  در کدام گزینه آمده است؟ ( $\pi$  نشان‌دهنده عدد پی است.)

- $(11 + \pi)x^2 + 12x$  ①       $(12 + \pi)x^2 + 10x$  ②  
 $(11 + 4\pi)x^2 + 12x$  ③       $(12 + 4\pi)x^2 + 10x$  ④

۲۰) اگر  $a$  و  $b$  دو عدد صحیح باشند. حاصل  $a \perp b$  برابر  $a - \frac{b}{2}$  و حاصل  $a \top b$  برابر  $\frac{a}{2} - b$  شود. کدامیک از عبارتهای زیر با  $x + y$  برابر

است؟

- $2x \top (-y)$  ①       $2(x \perp (x + y))$  ②       $x \perp (2y)$  ③       $2(x \top (\frac{x}{2} - y))$  ④

# پاسخنامه تشریحی

ابتدا ساده می‌کنیم:  $(4xy)^2 = 16x^2y^2$  پس جمله‌ی متشابه باید حتماً دارای قسمت حرفی  $x^2y^2$  باشد. در اینجا گزینه‌ی سوم  $\sqrt{3x^2y^2}$  این خاصیت را دارد. 1 2 3 4 1

می‌دانیم الگوی دنباله‌ی ۹، ۹۹، ۹۹۹ برابر  $10^n - 1$  می‌باشد. در این دنباله هر مقدار بر ۹ نیز تقسیم شده تا مقادیر  $1, 11, 111, \dots$  حاصل گردد. در نتیجه: 1 2 3 4 2

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & , & 11 & , & 111 & , & \dots, \frac{10^m - 1}{9} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \frac{10^1 - 1}{9} & & \frac{10^2 - 1}{9} & & \frac{10^3 - 1}{9} & & \end{array}$$

$$x^3 - 6x = 3^3 - 6 \times (3) = 27 - 18 = 9$$

به جای  $x$  در عبارت جبری عدد ۳ را جایگذاری می‌کنیم. 1 2 3 4 3

ابتدا باید جمله‌ی عمومی الگو را بیابیم: 1 2 3 4 4

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & , & 7 & , & 11 & , & \dots, 4n - 1 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 4 \times 1 - 1 & & 4 \times 2 - 1 & & 4 \times 3 - 1 & & \end{array}$$

می‌خواهیم بدانیم کدام جمله برابر ۷۹۹ است. پس جمله‌ی عمومی را برابر عدد مورد نظر قرار می‌دهیم. بنابراین:

$$4n - 1 = 799 \Rightarrow 4n = 800 \Rightarrow n = 200$$

1 2 3 4 5

$$-\frac{3}{10}x^2y + \frac{1}{5}x^2y + x^2y = -\frac{3}{10}x^2y + \frac{2}{10}x^2y + \frac{10}{10}x^2y = \frac{9}{10}x^2y$$

جملات فرض را عکس می‌کنیم و ساده می‌کنیم: 1 2 3 4 6

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a+b}{ab} = 7 \Rightarrow \frac{a}{ab} + \frac{b}{ab} = 7 \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = 7 \\ \frac{b+c}{bc} = 4 \Rightarrow \frac{b}{bc} + \frac{c}{bc} = 4 \Rightarrow \frac{1}{c} + \frac{1}{b} = 4 \\ \frac{a+c}{ac} = 9 \Rightarrow \frac{a}{ac} + \frac{c}{ac} = 9 \Rightarrow \frac{1}{c} + \frac{1}{a} = 9 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{سه عبارت را} \\ \text{جمع می‌کنیم} \end{array} \Rightarrow \left( \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right) + \left( \frac{1}{c} + \frac{1}{b} \right) + \left( \frac{1}{c} + \frac{1}{a} \right) = 7 + 4 + 9 \Rightarrow 2 \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = 20 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{20}{2} = 10$$

هر گاه مجموع چند عبارت غیرمنفی صفر شود، تک تک عبارت‌ها را برابر صفر قرار می‌دهیم: 1 2 3 4 7

$$\sqrt{x-4} = 0 \rightarrow x-4 = 0 \rightarrow x = 4$$

$$(xy-8)^2 = 0 \rightarrow xy-8 = 0 \xrightarrow{x=4} 4y-8 = 0 \rightarrow y = 2$$

$$\sqrt{x+y} \xrightarrow{\substack{x=4 \\ y=2}} \sqrt{4+2} = \sqrt{6}$$

1 2 3 4 8

$$x + 2x - 12 = 180$$

اگر زاویه را برابر  $x$  بگذاریم بنابر فرض مسئله داریم:

$$3x = 180 + 12 = 192 \rightarrow x = \frac{192}{3} = 64$$

اگر کل پول را با  $x$  نمایش دهیم: 1 2 3 4 9

$$\frac{2}{5}x + \frac{1}{5}x = \frac{3}{5}x \quad \text{کل برداشت}$$

$$x - \frac{3}{5}x = \frac{2}{5}x \quad \text{باقی مانده}$$

$$\frac{2}{5}x = 90 \Rightarrow x = 225$$

$$\frac{2}{5} \times 225 = 2 \times 45 = 90 \quad \text{مقدار پولی که سیاوش برداشت کرد.}$$

1 2 3 4 10

$$\frac{x+15}{1} = \frac{x-60}{4} \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} 4(x+15) = x-60 \Rightarrow 4x+60 = x-60$$

$$4x - x = -60 - 60 \Rightarrow 3x = -120 \Rightarrow x = \frac{-120}{3} \Rightarrow x = -40$$

1 2 3 4 11

$$\begin{aligned} 5x - 3 &\xrightarrow{\text{قرینه}} 3 - 5x \\ (3 - 5x) + 1397 &= 2x \Rightarrow 1397 + 3 = 2x + 5x \Rightarrow 1400 = 7x \Rightarrow x = 200 \\ \Rightarrow \sqrt{x+25} &= \sqrt{200+25} = \sqrt{225} = 15 \end{aligned}$$

1 2 3 4 12 اگر تعداد کل مهره‌ها را  $x$  در نظر بگیریم:

$$\text{باقیمانده} \quad \frac{1}{2}x - 1 \Rightarrow x - \left(\frac{1}{2}x - 1\right) = \frac{x}{2} + 1$$

$$\text{تعداد مهره‌هایی که دومی برمی‌دارد} : \frac{1}{4} \times \left(\frac{x}{2} + 1\right) = \frac{x}{8} + \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}x - 1\right) + \left(\frac{x}{8} + \frac{1}{4}\right) + 9 = x \Rightarrow 8 + \frac{1}{4} = x - \frac{x}{2} - \frac{x}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{33}{4} = \frac{3}{8}x \Rightarrow x = 22 \Rightarrow \text{تعداد مهره‌های دومی} = \frac{22}{8} + \frac{1}{4} = \frac{24}{8} = 3$$

1 2 3 4 13 سن سارا دو رقمی است  $(\overline{ab})$  و سن زهرا برابر مجموع ارقام سن سارا یعنی  $(a+b)$ :

دقت شود که  $a$  و  $b$  اعداد صحیح تکرار نمی‌شوند.

$$\overline{ab} = 10(a+b) \Rightarrow 10a + b = 10a + 10b \Rightarrow 10a - 10a = 10b - b$$

$$\Rightarrow 10a = 9b \Rightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = 10 \end{cases} \text{ حالات ممکن}$$

$$\begin{aligned} \text{سن زهرا} : (a+b) &= 9 + 10 = 19 \\ \text{سن سارا} : \overline{ab} &= 109 \end{aligned}$$

1 2 3 4 14

$$y = yx \text{ دفتر } x \text{ تومانی}, \quad x = xy \text{ دفتر } y \text{ تومانی}$$

مجموع کل قیمت دفترها بر تعدادشان تقسیم می‌شود:

$$\frac{xy + yx}{x + y} = \frac{2xy}{x + y}$$

1 2 3 4 15 مقدارها را در عبارت داده شده قرار می‌دهیم:

$$\frac{4^2 - 3^2}{2^4} = \frac{16 - 9}{16} = \frac{7}{16}$$

1 2 3 4 16 با توجه به این که قسمت رنگی یک دوزنقه با قاعده‌های  $m$  و  $2m$  و ارتفاع  $n - 1$  می‌باشد، داریم:

$$S = \frac{(m + 2m) \times (n - 1)}{2} = \frac{3m(n - 1)}{2} = \frac{3mn - 3m}{2} \stackrel{mn=5}{m=1} = \frac{3(5) - 3(1)}{2} = \frac{15 - 3}{2} = 6$$

1 2 3 4 17

$$\left. \begin{aligned} \text{سن اکنون مادر} : ab = 10a + b \\ \text{سن شخص} : ba = 10b + a \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{سن مادر در زمان تولد} = \overline{ab} = \overline{ba}$$

$$\Rightarrow \overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9(a - b)$$

سن مادر هنگام تولد فرزندش باید مضربی از 9 باشد که گزینه یک این خاصیت را دارد.

1 2 3 4 18

$$(4x + k)(x - k) = 4x^2 - 4kx + kx - k^2 = 4x^2 + (-4k + k)x - k^2 \stackrel{\text{طبق صورت سوال}}{\Rightarrow} 4x^2 - 3kx - k^2 = 4x^2 + 7x - k^2$$

$$\Rightarrow -3k = 7 \rightarrow k = \frac{-7}{3} \rightarrow k^2 = \left(\frac{-7}{3}\right)^2 = \frac{49}{9}$$

1 2 3 4 19

$$\text{مساحت مستطیل} = 2x(3x + 7) = 6x^2 + 14x$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} \times 2x \times (x - 2) = x^2 - 2x$$

$$\text{مساحت مربع} = 2x \times 2x = 4x^2$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi \left(\frac{2x}{2}\right) \left(\frac{2x}{2}\right) = \pi x^2$$

$$\text{مجموع مساحت‌ها} = (6x^2 + 14x) + (x^2 - 2x) + 4x^2 + \pi x^2 = (11 + \pi)x^2 + 12x$$

گزینه ۱:  ۱  ۲  ۳  ۴  ۲۰

$$2x \top (-y) = x - (-y) = x + y$$

گزینه ۲:

$$2(x \perp (x + y)) = 2\left(x - \left(\frac{x + y}{2}\right)\right) = 2\left(\frac{x}{2} - \frac{y}{2}\right) = x - y$$

گزینه ۳:

$$x \perp (2y) = x - \frac{2y}{2} = x - y$$

گزینه ۴:

$$2(x \top \left(\frac{x}{2} - y\right)) = 2\left(\frac{x}{2} - \frac{x}{2} + y\right) = 2y$$

# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴