



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی هشتم فصل ششم تستی

تاریخ آزمون:

۱ مساحت مستطیل که طول آن ۱۲ و قطر آن ۱۳ باشد کدام است؟

- ۱۵۶ (۱) ۳۴ (۲) ۳۰ (۳) ۶۰ (۴)

۲ یک مثلث زاویه‌های ۳۰ و ۴۵ درجه دارد. اگر طول ضلع روبه‌رو زاویه ۴۵ درجه برابر ۱۲ باشد، طول ضلع روبه‌رو زاویه ۳۰ درجه است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{2}$ ۲ (۲) $\sqrt{32}$ ۳ (۳) $\sqrt{72}$ ۴ (۴) ۶

۳ قطر مربعی $\sqrt{32}$ است، اندازه ضلع مربع کدام است؟

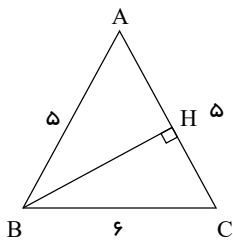
- ۴ (۱) ۴ ۲ (۲) $\sqrt{8}$ ۳ (۳) $\sqrt{2}$ ۴ (۴) ۱۶

۴ اگر در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ اندازه میانه وارد بر وتر و ارتفاع وارد بر وتر به ترتیب برابر ۵ و ۴ باشد، آنگاه اندازه ضلع کوچک‌تر مثلث $\triangle ABC$ کدام است؟ (در مثلث قائم‌الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر است.)

- ۱ (۱) $4\sqrt{5}$ ۲ (۲) $\sqrt{20}$ ۳ (۳) $5\sqrt{2}$ ۴ (۴) $2\sqrt{10}$

۵ اندازه دو ضلع قائمه از مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۲ و ۶ واحد است. خطی عمود بر وتر و گذرنده از وسط آن امتداد ضلع قائم کوچک‌تر را در M قطع می‌کند. فاصله M از نزدیک‌ترین رأس این مثلث چند واحد است؟

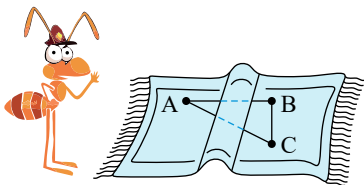
- ۱ (۱) ۷٫۵ ۲ (۲) ۸ ۳ (۳) $\sqrt{80}$ ۴ (۴) $\frac{25}{3}$



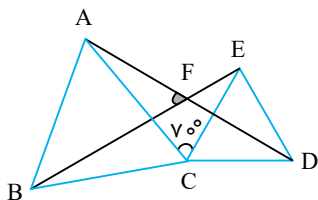
۶ مثلث ABC متساوی‌الساقین است. $(AB = AC)$ اندازه ارتفاع BH برابر است با:

- ۱ (۱) ۴٫۸ ۲ (۲) ۲٫۴ ۳ (۳) ۴٫۲ ۴ (۴) ۳٫۶

۷ در شکل مقابل مثلث ABC قائم‌الزاویه است. $(\hat{B} = 90^\circ)$ و $AB = 10 - \pi$ و $BC = 6 \text{ cm}$ نیم‌استوانه‌ای به شعاع واحد و محور عمود بر AB ، مسیر مستقیم A و C را مانع شده است. مورچه‌ای بنابه دلایلی (!) باید فوراً از A به C برود! طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن چه قدر است؟

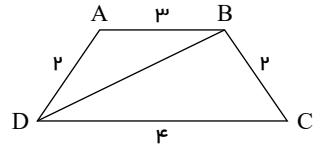
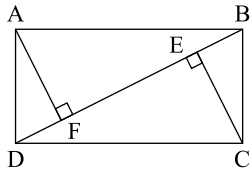


- ۱ (۱) $\sqrt{136}$ ۲ (۲) ۱۰ ۳ (۳) $7 + \pi$ ۴ (۴) $\sqrt{136} - \pi$



۸ در شکل روبه‌رو ABC و ECD دو مثلث متساوی‌الاضلاع هستند زاویه AFB چند درجه است؟

- ۱ (۱) ۴۰ ۲ (۲) 45° ۳ (۳) ۵۰ ۴ (۴) 60°



۹ در مستطیل مقابل کدام دو مثلث هم‌نهشت نیستند؟

$\triangle ABD, \triangle BCD$ (۲)

$\triangle BCE, \triangle ADF$ (۱)

$\triangle ABF, \triangle CDE$ (۴)

$\triangle ABF, \triangle BCD$ (۳)

۱۰ در شکل زیر چهارضلعی ABCD یک دوزنقه متساوی‌الساقین است. طول قطر BD چه قدر است؟

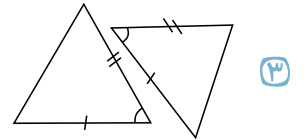
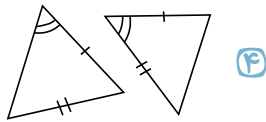
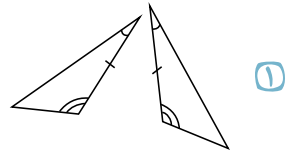
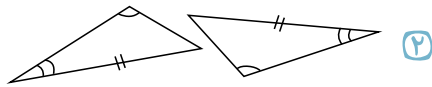
$\frac{17}{4}$ (۲)

$\frac{7}{2}$ (۱)

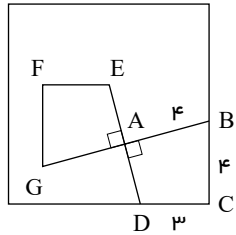
$\frac{9}{2}$ (۴)

۴ (۳)

۱۱ در کدام حالت ممکن است، دو مثلث هم‌نهشت نباشند؟



۱۲ کاغذ مستطیل شکل به صورت زیر در اختیار داریم. چهارضلعی ABCD را با قیچی بریده و نسبت به نقطه A، ۱۸۰ درجه آن را دوران می‌دهیم تا چهارضلعی AEFGB به دست آید و این قسمت را نیز با قیچی می‌بریم. مجموع محیط دو شکل بریده شده کدام است؟



۳۲ (۲)

۲۸ (۱)

۲۴ (۴)

۳۰ (۳)

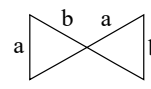
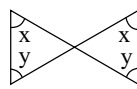
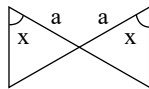
۱۳ کدام یک از حالات زیر جزو حالات هم‌نهشتی دو مثلث نیست؟

تساوی سه ضلع (۴)

تساوی سه زاویه (۳)

تساوی دو ضلع و زاویه بین آنها (۲)

۱۴ در چند شکل زیر، مثلث‌ها حتماً با یکدیگر هم‌نهشت هستند؟



ج

ب

الف

یک شکل (۴)

دو شکل (۳)

هر سه شکل (۲)

هیچ کدام (۱)

۱۵ اگر در یک مثلث ارتفاع و نیم‌ساز رسم شده از یک رأس بر هم منطبق باشند، آنگاه مثلث چه نوع مثلثی است؟

در همه مثلث‌ها این اتفاق می‌افتد. (۴)

قائم‌الزاویه غیرمتساوی‌الساقین (۳)

چنین اتفاقی غیرممکن است. (۲)

متساوی‌الساقین (۱)

۱۶ در معادله زیر \vec{x} کدام است؟

$-2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{x} = -5\vec{j}$

$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}$ (۱)

۱۷ کدام یک از گزینه‌های زیر جزو حالت‌های هم‌نهشتی نیست؟

برابری دو زاویه (۴)

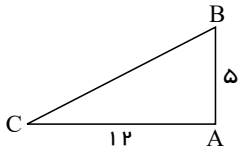
برابری دو ضلع و زاویه بین آنها (۳)

برابری دو ضلع و زاویه بین آنها (۲)

برابری سه ضلع (۱)



۱۸ محیط مثلث زیر کدام است؟ ($\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$)



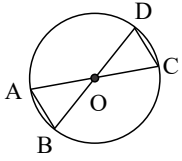
۲۵ (۲)

۲۷ (۱)

۳۲ (۴)

۳۰ (۳)

۱۹ در شکل زیر اگر $AB = 4$ و $OB = 5$ باشند، آنگاه محیط مثلث ODC کدام است؟ (O مرکز دایره است.)



۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۱۵ (۴)

۱۳ (۳)

۲۰ اندازه قطر مربعی ۴ سانتی متر است. طول ضلع این مربع کدام است؟

$\sqrt{32}$ (۴)

$\sqrt{10}$ (۳)

$\sqrt{8}$ (۲)

$\sqrt{6}$ (۱)

پاسخنامه تشریحی

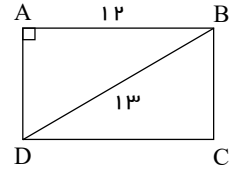
در مثلث ABC زاویه A قائمه است. پس رابطه فیثاغورس در آن صادق است. پس داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱)

$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$

$$13^2 = AD^2 + 12^2 \Rightarrow 169 = AD^2 + 144$$

$$AD^2 = 169 - 144 = 25 \Rightarrow AD = 5$$

واحد مربع $AD \times AB = 5 \times 12 = 60$: مساحت مستطیل



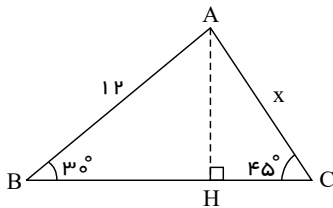
(۱) (۲) (۳) (۴) (۲)

ارتفاع AH را بر ضلع BC را رسم می‌کنیم و می‌دانیم در مثلث قائم الزاویه ضلع روبه‌روی 30° درجه نصف وتر است پس داریم:

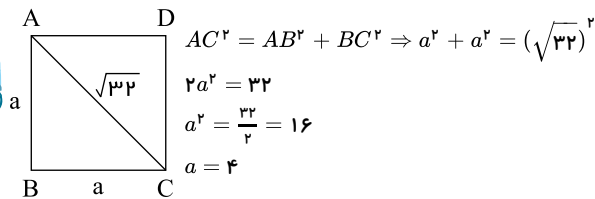
$$\overline{AH} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \quad \hat{C} = 45^\circ, \hat{AHC} = 90^\circ \Rightarrow \hat{HAC} = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \Rightarrow HC = 6$$

$$\triangle AHC : \overline{AC}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HC}^2$$

$$\rightarrow x^2 = 36 + 36 = 72 \rightarrow x = \sqrt{72}$$



مثلث ABC قائم الزاویه است و رابطه فیثاغورس بین اضلاع آن برقرار است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۳)



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow a^2 + a^2 = (\sqrt{32})^2$$

$$2a^2 = 32$$

$$a^2 = \frac{32}{2} = 16$$

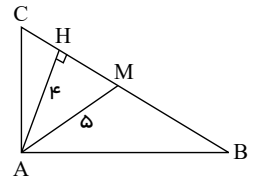
$$a = 4$$

چون در مثلث قائم الزاویه اندازه میانه وارد بر وتر نصف وتر است، پس $MB = 5$ (۱) (۲) (۳) (۴) (۴)

$$\triangle AMH : \overline{AM}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HM}^2 \Rightarrow \overline{HM}^2 = 25 - 16 = 9 \rightarrow \overline{HM} = 3 \rightarrow \overline{CH} = 2 \times 5 - 5 - 3 = 2$$

$$\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{MB} - \overline{MH}$$

$$\triangle ACH : \overline{AC}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{CH}^2 = 16 + 4 = 20 \Rightarrow AC = \sqrt{20}$$

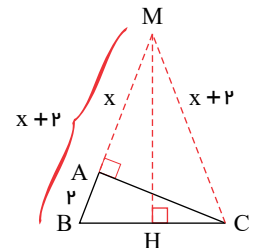


فاصله M را تا نزدیک‌ترین رأس x در نظر می‌گیریم. با توجه به شکل و این که هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن به یک فاصله است داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

$$\overline{MB} = \overline{MC} = x + 2$$

$$\triangle AMC : \overline{MC}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{AC}^2 \Rightarrow (x+2)^2 = x^2 + 6^2 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 + 36 \Rightarrow 4x = 36 - 4 = 32$$

$$\Rightarrow x = \frac{32}{4} = 8$$



در مثلث متساوی الساقین ارتفاع وارد بر قاعده، قاعده را نصف می‌کند. پس $BH' = H'C = 3$ (۱) (۲) (۳) (۴) (۶)

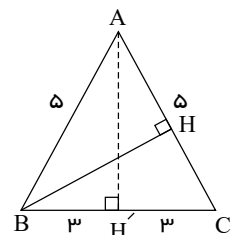
$$\triangle ABH' : \overline{AB}^2 = (\overline{AH'})^2 + (\overline{BH'})^2 \Rightarrow \overline{AH'}^2 = 25 - 9 = 16$$

$$\Rightarrow \overline{AH'} = 4$$

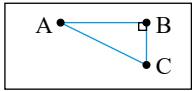
$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\overline{AH'} \times \overline{BC}}{2} = \frac{\overline{BH} \times \overline{AC}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4 \times 6}{2} = \frac{\overline{BH} \times 5}{2}$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{5 \times \overline{BH}}{2} \Rightarrow \overline{BH} = \frac{24}{5} = 4,8$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۷



فرض کنید کل سطح یک قابیچه است که لبه آن به اندازه یک نیم‌استوانه بالا آمده و آن را از دو طرف می‌کشیم تا سطح صاف شود و مسیر مستقیم مورچه به دست آید.

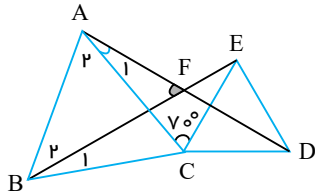
از طول AB یک قطر کم می‌شود محیط یک نیم‌دایره اضافه می‌شود: $(R = 1)$

$$AB = (10 - \pi) + \frac{2\pi}{2} - 2 = 8$$

$$BC = 6 \Rightarrow AC^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow AC = 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\begin{cases} EC = CD \\ BC = AC \\ \widehat{ECB} = \widehat{ACD} = 60^\circ + 70^\circ = 130^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{EBC} \cong \widehat{ACD} \text{ ض ز ض}$$



توجه کنید مثلث EBC و ACD هم‌نهشتند، پس: $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$

از طرفی: در مثلث FAB :

$$\widehat{AFB} = 180^\circ - (\widehat{A}_1 + \widehat{A}_r + \widehat{B}_r)$$

$$\widehat{A}_1 + \widehat{A}_r + \widehat{B}_r = \widehat{B}_1 + \widehat{A}_r + \widehat{B}_r = \widehat{A}_r + \widehat{B} = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow \widehat{AFB} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

گزینه ۱: با حالت وتر و یک زاویه تند هم‌نهشتند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$\widehat{BCE} \cong \widehat{ADF}$$

$$\widehat{ABD} \cong \widehat{BCD}$$

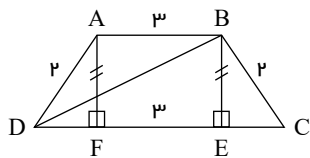
$$\widehat{ABF} \cong \widehat{CDE}$$

گزینه ۲: با حالت وتر و یک ضلع قائم هم‌نهشتند.

گزینه ۴: با حالت وتر و یک زاویه تند هم‌نهشتند.

۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰ از رأس‌های A و B بر ضلع DC عمود می‌کنیم. چون دو قاعده AB و CD موازی هستند، پس چهارضلعی $ABEF$ مستطیل است. بنابراین:

$$AF = BE, EF = 3$$



با توجه به این که این شکل، دوزنقه متساوی‌الساقین است و هم‌چنین به دلیل تقارن شکل داریم:

$$DF = CE = \frac{4 - 3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$BEC \text{ برای مثلث } BE^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + BE^2 \Rightarrow BE^2 = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$$

$$BDE \text{ برای مثلث } BD^2 = BE^2 + DE^2 = \frac{15}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{15}{4} + \frac{9}{4} = \frac{24}{4} = 6 \Rightarrow BD = \sqrt{6} = 2.45$$

بررسی گزینه‌ها: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

گزینه ۱: به حالت «ز ض ز» قطعاً هم‌نهشت‌اند.

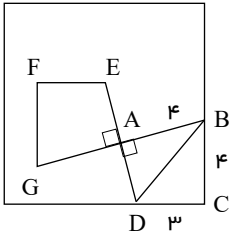
گزینه ۲: به حالت «ز ض ز» قطعاً هم‌نهشت‌اند. چون زاویه سوم نیز برابر خواهد بود.

گزینه ۳: به حالت «ض ض ز» قطعاً هم‌نهشت‌اند.

گزینه ۴: ممکن است هم‌نهشت نباشند.

۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲ دوران یک شکل هم‌نهشت با شکل اصلی است پس دو چهارضلعی یکسان هستند. بنابراین محیط شکل بریده شده ۲ برابر محیط هر کدام از چهارضلعی‌هاست.

حال در چهارضلعی $ABCD$ باید اندازه ضلع AD را به دست آوریم:



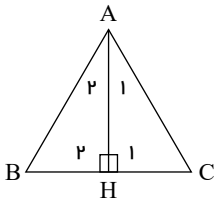
$\begin{cases} AB = BC = 4 \\ DB = DB \Rightarrow \text{دو مثلث } BCD, BAD \text{ بنا بر حالت برابری وتر و یک ضلع قائمه هم‌نهشت هستند} \\ \hat{B}AD = \hat{C}BD \end{cases}$
 $\rightarrow AD = DC = 3 \rightarrow \text{محيط } ABCD = 4 + 4 + 3 + 3 = 14$
 مجموع محیط‌های دو شکل بریده شده $= 2 \times 14 = 28$

حالات (ض ز ض)، (ز ض ز) و (ض ض ض) جزو حالات هم‌نهشتی هستند ولی (ز ز ز) نیست. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۳)

در شکل (ج) بنا به حالت (ز ض ز) دو مثلث هم‌نهشت هستند. یک ضلع و یک زاویه بنا به اطلاعات خود مسئله برابر هستند. هم‌چنین یک زاویه دیگر از دو مثلث با هم متقابل به رأس هستند. پس برابر هستند. تنها در این شکل دو مثلث حتماً هم‌نهشت هستند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۴)

مثلث ABC را در نظر بگیرید که ارتفاع و نیم‌ساز رسم شده از رأس A بر هم منطبق‌اند. پس $\hat{H}_1 = \hat{H}_2$ و $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۵)

$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \xrightarrow{\text{مشترک}} \xrightarrow{\text{ض ض ز}} \Delta ABH \cong \Delta ACH \rightarrow AB = AC$$



مثلث ABC متساوی‌الساقین است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۶)

$$-2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{x} = -5\vec{j} \Rightarrow 2\vec{x} = -3\vec{i} - 8\vec{j} \Rightarrow \vec{x} = \frac{1}{2} \times (-3\vec{i} - 8\vec{j}) = -\frac{3}{2}\vec{i} - 4\vec{j} = \begin{bmatrix} -1.5 \\ -4 \end{bmatrix}$$

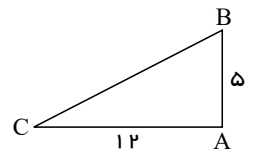
در دو مثلث اگر دو تا از زاویه‌ها دو به دو با هم برابر باشند، زاویه‌های سوم نیز با هم برابر خواهند بود ولی در مورد اضلاع آن‌ها نمی‌توان نظر داد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷)

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۸)

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ} \hat{A} + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

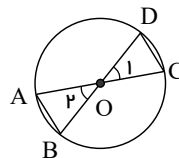
$$\rightarrow CB^2 = AC^2 + AB^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow CB = \sqrt{169} = 13$$

محيط مثلث $= 5 + 12 + 13 = 30$

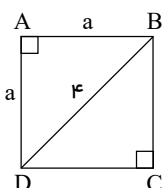


(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۹)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ متقابل به رأس} \\ OB = OD \text{ شعاع دایره} \\ OA = OC \text{ شعاع دایره} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{دو ضلع و زاویه بین}} \xrightarrow{\Delta} \Delta ODC \cong \Delta OAB \Rightarrow AB = DC = 4$$



محيط مثلث $ODC = OC + OD + DC = 5 + 5 + 4 = 14$



مربع $ABCD$ با ۴ ضلع برابر a را در نظر بگیرید، قطر BD را رسم می‌کنیم. در ΔABD طبق قضیه فیثاغورس داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰)

$$a^2 + a^2 = 4^2 \Rightarrow 2a^2 = 16 \Rightarrow a^2 = 8 \Rightarrow a = \sqrt{8}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴