



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی هشتم فصل نهم تستی

تاریخ آزمون:

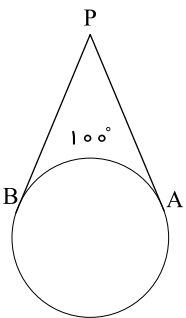
۱ اگر یک خط و دایره ..... نقطهٔ مشترک داشته باشند، خط بر دایره مماس است.

- بی‌شمار ۱)      ۲) ۲      ۳) یک      ۴) صفر

۲ از یک نقطهٔ خارج از دایره حداکثر ..... خط مماس می‌توان بر دایره رسم کرد.

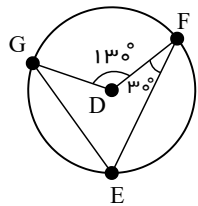
- ۲) ۳      ۳) ۳      ۴) بی‌شمار

۳ اگر در شکل زیر  $\overline{PA}$  و  $\overline{PB}$  دو مماس بر دایره باشند،  $\hat{P}$  چند درجه است؟



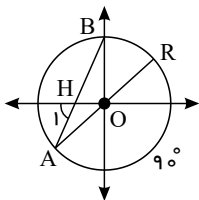
- ۱) ۸۰      ۲) ۴۵      ۳) ۱۰۰      ۴) ۹۰

۴ در شکل مقابل، عمود منصف‌های پاره‌خط  $EF$  و  $EG$  در نقطهٔ  $D$  همدیگر را قطع می‌کنند. زاویهٔ  $\hat{DGE}$  کدام است؟



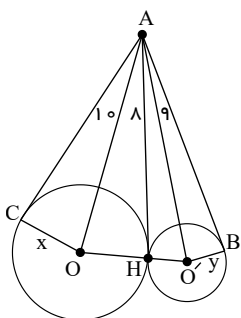
- ۱) ۳۵      ۲) ۷۰      ۳) ۱۱۰      ۴) ۱۲۰

۵ مختصات  $R = \begin{bmatrix} +۷ \\ +۷ \end{bmatrix}$  می‌باشد و  $O$  مرکز دایره می‌باشد. اندازهٔ زاویهٔ  $\hat{H}_1$  چند درجه است؟



- ۱) ۴۵      ۲) ۲۲٫۵      ۳) ۶۷٫۵      ۴) ۷۰

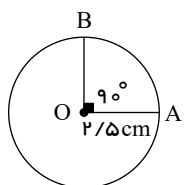
۶ در شکل مقابل پاره‌خط‌های  $AB$  و  $AC$  بر دایره مماس می‌باشند. طول پاره‌خط  $\overline{BO'}$  و  $\overline{CO'}$  به ترتیب کدام گزینه است؟



$(OA = 10, O'A = 9, AH = 8)$

- ۱)  $6\sqrt{17}$       ۲)  $\sqrt{13.5}$       ۳)  $5\sqrt{13}$       ۴)  $\sqrt{17.6}$

۷ در هر شکل طول کمان  $AB$  تقریباً چند سانتی‌متر است؟ ( $\pi \approx 3,14$ )



- ۱) ۱۵٫۷      ۲) ۳٫۹۲      ۳) ۱۲      ۴) ۱۵٫۱۵



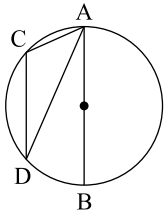
۸ بیشترین فاصله یک نقطه  $M$  از دایره  $\frac{19}{3}$  سانتی متر است و فاصله نقطه  $M$  تا مرکز دایره ۴ سانتی متر است. مماس آن دایره از نقطه چه قدر است؟

۱۰ (۴)

۱ (۳)

۳, ۱۲ (۲)

۷ (۱)



۹ در دایره‌ای به قطر  $AB$  وتر  $CD$  را موازی  $AB$  رسم کرده‌ایم، اندازه  $\widehat{ACD} - \widehat{ADC}$  برابر است با:

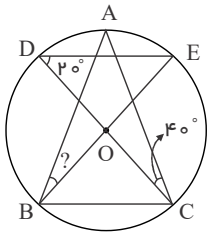
۴۵° (۲)

۶۰° (۱)

۹۰° (۴)

۳۰° (۳)

۱۰ در دایره مقابل اگر  $O$  مرکز دایره و  $BE$  و  $CD$  قطرهای دایره باشند و  $\widehat{ACD} = 40^\circ$  آنگاه زاویه  $\widehat{ABE}$  کدام است؟



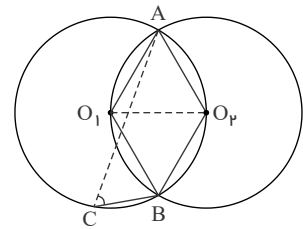
۳۰° (۲)

۶۰° (۱)

۸۰° (۴)

۴۰° (۳)

۱۱ در شکل زیر اندازه  $\widehat{C}$  چند درجه است؟ (شعاع هر دو دایره  $R$  است.)



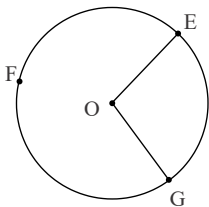
۶۰ (۱)

۴۵ (۲)

۳۰ (۳)

۲۷۰ (۴)

۱۲ در شکل روبه‌رو، اگر  $E$  و  $G$  را به  $F$  وصل کنیم،  $\widehat{EOG} = 100^\circ$  و زاویه به وجود آمده  $\widehat{FEO} = 30^\circ$  باشد،  $\widehat{FGO}$  چقدر است؟



۲۰ (۲)

۳۰ (۱)

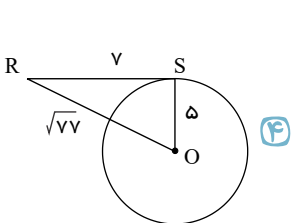
۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

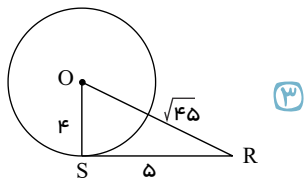
۱۳ دایره‌ای به قطر ۱۴ سانتی متر می‌باشد، نقطه  $D$  در ۸ سانتی متری مرکز دایره قرار دارد، وضعیت نقطه و دایره چگونه است؟

۱ نقطه  $D$  خارج دایره است. ۲ نقطه  $D$  داخل دایره است. ۳ نقطه  $D$  روی دایره است. ۴ نتیجه‌ای نمی‌توان گرفت.

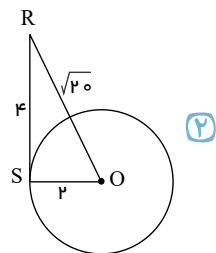
۱۴ در کدام گزینه پاره خط  $RS$  بر دایره مماس است؟



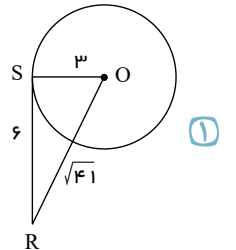
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

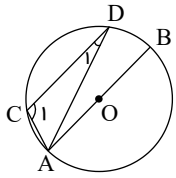
۱۵ طول یک کمان یک هشتم محیط دایره است. اندازه کمان متناظر چند درجه است؟

۴۵° (۴)

۹۰° (۳)

۶۰° (۲)

۳۶° (۱)



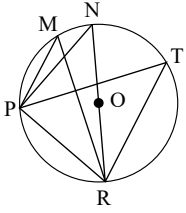
۱۶ اگر در دایره روبرو  $AB$  قطر دایره و با وتر  $DC$  موازی باشد مقدار  $D_1 + C_1$  بر حسب کمان  $\widehat{AC}$  کدام است؟

$\widehat{AC} + 90^\circ$  (۲)

$90^\circ$  (۱)

$90^\circ + 2\widehat{AC}$  (۴)

$90^\circ - \widehat{AC}$  (۳)



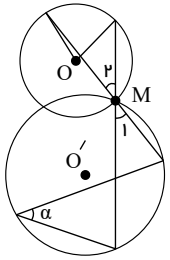
۱۷ در شکل مقابل کمان  $\widehat{PR}$ ،  $\frac{1}{5}$  دایره است. حاصل  $\widehat{M} + \widehat{N} + \widehat{T}$  چقدر است؟

۱۱۲ (۲)

۱۱۴ (۱)

۱۰۸ (۴)

۱۱۰ (۳)



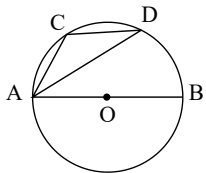
۱۸ در شکل مقابل مقدار  $\alpha$  چند درجه است؟  $\widehat{O} = 60^\circ$

$30^\circ$  (۲)

$60^\circ$  (۱)

$15^\circ$  (۴)

$45^\circ$  (۳)



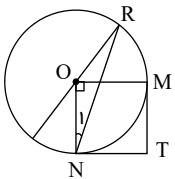
۱۹ در دایره‌ای به قطر  $\overline{AB}$ ، وتر  $\overline{CD}$  را موازی  $\overline{AB}$  رسم کرده‌ایم. به طوری که  $\widehat{CD} = 40^\circ$ ، انداز  $\widehat{ACD}$  برابر است با:

$100^\circ$  (۲)

$120^\circ$  (۱)

$135^\circ$  (۴)

$125^\circ$  (۳)



۲۰ در شکل مقابل چهارضلعی  $MNTN$  مربع و  $\widehat{RM} = 45^\circ$  می‌باشد. اندازه زاویه  $\widehat{N}$  چقدر است؟

$25^\circ$  (۲)

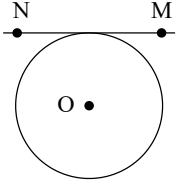
$40^\circ$  (۱)

$50^\circ$  (۴)

$22,5^\circ$  (۳)

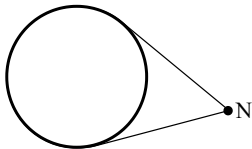
# پاسخنامه تشریحی

۱ اگر یک خط بر دایره مماس باشد دارای یک نقطه مشترک هستند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

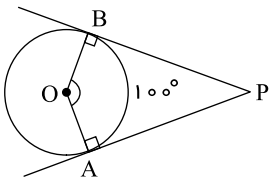


۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

از یک نقطه خارج از دایره حداکثر ۲ خط مماس مانند شکل زیر می توان بر دایره رسم کرد.



۳ نکته: هر گاه دو ضلع زاویه ای بر یک دایره مماس باشد در محل مماس بر شعاع عمود هستند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵



$\widehat{O} = \widehat{BC} = 90^\circ$  زاویه مرکزی است

مجموع زوایای داخلی چهارضلعی برابر  $360^\circ$  است پس داریم:

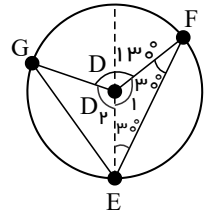
$$AOBP: \widehat{O} - \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{P} = 360^\circ \Rightarrow 100^\circ + 90^\circ + 90^\circ + \widehat{P} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{P} = 80^\circ$$

۴ نکته: نقطه برخورد عمود منصف های دو وتر دلخواه از هر دایره، مرکز آن دایره است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

D مرکز دایره است.

$$\triangle DFE: \widehat{F} = \widehat{DEF} = 30^\circ \quad \widehat{D}_1 = 180 - (2 \times 30^\circ) = 120^\circ$$

$$D_2 + \widehat{D}_1 + 130^\circ = 360^\circ \rightarrow D_2 = 360^\circ - 250^\circ = 110^\circ$$



$$GED: \widehat{E} = \widehat{G} \rightarrow \widehat{E} + \widehat{G} + \widehat{D}_2 - 180^\circ \Rightarrow \widehat{E} + \widehat{G} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ \rightarrow \widehat{E} = \widehat{G} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

$$DGE = 35^\circ$$

۵ نکته R روی نیمساز ناحیه اول قرار دارد، پس:  $\widehat{BOR} = 45^\circ$  هم چنین زاویه  $\widehat{HOA} = 45^\circ$  است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\widehat{BR} = 45^\circ \Rightarrow \text{محابی } A = \frac{\widehat{BR}}{2} = \frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ$$

$\Rightarrow \widehat{OHA}$  خارجی  $H_1$

$$H_1 = 22,5^\circ + 45^\circ = 67,5^\circ$$

۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

نکته: خط مماس در نقطه تماس با شعاع دایره در آن نقطه زاویه قائمه می سازد.

شعاع دایره  $O'H = O'B = y$

شعاع دایره  $OH = OC = x$

$$\triangle O'HA \xrightarrow[\text{رابطه فیثاغورس}]{\text{قائم الزاویه است}} AO'^2 = O'H^2 + AH^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 9^2 \rightarrow y^2 = 81 - 64 = 17 \rightarrow y = \overline{BO'} = \sqrt{17}$$



قلم الزاویه است  
رابطه فیثاغورس

$$\triangle OAH \rightarrow AO^2 = OH^2 + AH^2 \rightarrow 1^2 + x^2 = 10^2 \rightarrow x^2 = 100 - 64 = 36 \rightarrow x = \overline{CO} = \sqrt{36} = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

رابطه فوق برقرار است:

طول کمان = اندازه کمان

$$\frac{360}{360} = \frac{15,7}{\text{محیط دایره}}, \text{ محیط دایره: } 2\pi r = 2 \times 3,14 \times 2,5 = 15,7$$

کمان AB روبروی زاویه مرکزی ۹۰ درجه است پس اندازه آن ۹۰ درجه است. با توجه به رابطه فوق و مقدار محیط دایره:

$$\frac{90}{360} = \frac{x}{15,7} \rightarrow x = 3,92 \text{ cm}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

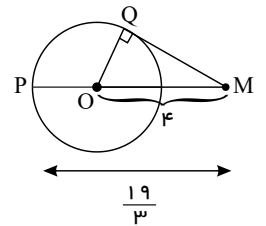
با توجه به شکل زیر داریم:

$$R = \overline{OP} = \overline{PM} - \overline{MO} = \frac{19}{3} - 4 = \frac{7}{3} = 2,5$$

$$\triangle OQM : OM^2 = OQ^2 + QM^2$$

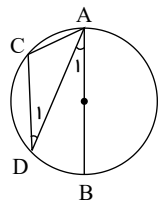
$$4^2 = (2,5)^2 + (QM)^2 \rightarrow (QM)^2 = 9,75$$

$$QM = 3,12$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$\text{مورب } AD \parallel \overline{CD} \parallel \overline{AB} \rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{A}_1 \rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$$



$$\widehat{ACD} = \frac{\widehat{ABD}}{2} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{BD}}{2} = \frac{180^\circ + \widehat{BD}}{2}$$

$$\widehat{ADC} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{\widehat{BD}}{2}$$

$$\rightarrow \widehat{ACD} - \widehat{ADC} = \frac{180^\circ + \widehat{BD}}{2} - \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\text{زاویه محاطی } \widehat{ACD} \Rightarrow \widehat{DA} = 40^\circ \times 2 = 80^\circ$$

$$\text{زاویه محاطی } \widehat{EDC} \Rightarrow \widehat{EC} = 20^\circ \times 2 = 40^\circ$$

$$\widehat{AD} + \widehat{AE} + \widehat{EC} = 180^\circ$$

$$80^\circ + \widehat{AE} + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AE} = 60^\circ$$

$$\text{زاویه محاطی } \widehat{ABE} \Rightarrow \widehat{AE} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱ پس چهارضلعی  $AO_1BO_2$  از دو مثلث متساوی الاضلاع به اضلاع R تشکیل شده است.

$$\widehat{AO_1B} = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ \xrightarrow{\text{زاویه مرکزی}} \widehat{AO_2B} = 120^\circ$$

$$\text{زاویه محاطی } \widehat{C} = \frac{\widehat{AO_2B}}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲ اگر از O به F خط وصل کنیم: زاویه مرکزی  $\widehat{EOG}$  و زاویه محاطی  $\widehat{EFG}$  است و روبروی یک کمان هستند پس داریم:

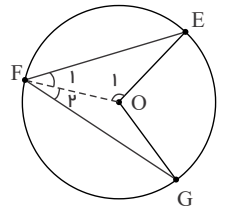


$$\triangle EOF : \hat{E} = \hat{F}_1 = 30^\circ$$

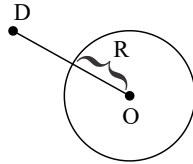
$$\text{زاویه مرکزی } \rightarrow \hat{EOG} = \hat{EG} = 100^\circ \rightarrow \text{زاویه محاطی } \hat{F} = \frac{\hat{EG}}{2} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

$$\hat{F} = \hat{F}_1 + \hat{F}_2 \rightarrow 50^\circ = 30^\circ + \hat{F}_2 \rightarrow \hat{F}_2 = 20^\circ$$

$$\triangle FOG : \hat{F}_2 = \hat{G} = 20^\circ$$

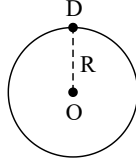


نکته: نقطه و دایره، دارای سه حالت می‌باشند که عبارت‌اند از: ( $O$  مرکز دایره است). 1 2 3 4 13



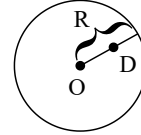
$$\overline{OD} > R$$

نقطه خارج دایره است.



$$\overline{OD} = R$$

نقطه روی دایره است.



$$\overline{OD} < R$$

نقطه داخل دایره است.

$$\text{قطر} = 2R \Rightarrow 14 = 2R \Rightarrow R = 7 \text{ cm}$$

$$\overline{OD} = 8 \text{ cm} \quad \overline{OD} = 8 > R = 7 \rightarrow \text{نقطه خارج دایره است}$$

زمانی که پاره خط  $RS$  بر دایره‌ای مماس باشد، در محل تماس (نقطه  $S$ ) شعاع زاویه  $90^\circ$  ایجاد می‌کند. مثلث ایجاد شده  $RSO$  قائم‌الزاویه خواهد بود و رابطه فیثاغورس در آن صدق خواهد کرد. بنابراین تنها در گزینه ۲ رابطه فیثاغورس برقرار است. 1 2 3 4 14

$$\overline{RS}^2 + \overline{SO}^2 = \overline{RO}^2 \Rightarrow 4^2 + 2^2 = (\sqrt{20})^2 \Rightarrow 16 + 4 = 20 \quad \checkmark$$

طول کمان یک هشتم محیط دایره است پس اندازه آن هم یک هشتم  $360^\circ$  است. 1 2 3 4 15

$$\frac{\text{طول کمان}}{\text{محیط دایره}} = \frac{\text{اندازه کمان}}{360^\circ}$$

$$\text{اندازه کمان} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

نکته: کمان‌های محصور بین دو خط موازی با هم برابرند. 1 2 3 4 16

$$\Rightarrow \widehat{DB} = \widehat{AC}$$

زاویه  $\hat{D}_1$  محاطی است پس داریم:

$$\hat{D}_1 = \frac{\widehat{AC}}{2}$$

هم‌چنین زاویه  $\hat{C}_1$  محاطی و روبروی کمان  $\widehat{ABD}$  است.

$$\hat{C}_1 = \frac{\widehat{DB} + 180^\circ}{2} \xrightarrow{\widehat{AC} = \widehat{BD}} \hat{C}_1 = \frac{\widehat{AC} + 180^\circ}{2}$$

$$\hat{D}_1 + \hat{C}_1 = \frac{\widehat{AC}}{2} + \frac{\widehat{AC} + 180^\circ}{2} = \frac{2\widehat{AC} + 180^\circ}{2} = \widehat{AC} + 90^\circ$$

1 2 3 4 17

$$\widehat{PR} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

$$\hat{T} = \hat{N} = \hat{M} = \frac{\widehat{PR}}{2} = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

هر سه زاویه  $\hat{M}$ ،  $\hat{N}$  و  $\hat{T}$  روبروی کمان  $\widehat{PR}$  است زوایای محاطی مقابل یک کمان مشترک با هم مساوی‌اند.

$$\hat{T} + \hat{N} + \hat{M} = 36^\circ + 36^\circ + 36^\circ = 108^\circ$$

ابتدا با استفاده از زاویه مرکزی  $O$ ، کمان  $\widehat{AB}$  را به دست می‌آوریم پس با استفاده از کمان  $\widehat{AB}$  زاویه  $\hat{M}_2$  و با توجه به مقابل به رأس بودن زاویه  $\hat{M}_1$  را به دست می‌آوریم. 1 2 3 4 18

$$\hat{O} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 60^\circ \rightarrow \hat{M}_2 = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 = 30^\circ \rightarrow \alpha = \widehat{M}_1 = 30^\circ$$

$\hat{M}_1 = \alpha$  چون هر دو زاویه محاطی مقابل یک کمان مشترک هستند.

کمان‌های بین دو خط موازی با هم برابرند هم‌چنین زاویه محاطی  $\widehat{ACD}$  روبروی کمان  $\widehat{ABD}$  است. 1 2 3 4 19



$$CD \parallel AB \rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD} \rightarrow \widehat{AC} + \widehat{CD} + \widehat{DB} = 180^\circ$$

$$\rightarrow \widehat{AC} + \widehat{DB} + 40^\circ = 180^\circ \xrightarrow{\widehat{AC} = \widehat{DB}} 2\widehat{AC} = 140^\circ \rightarrow \widehat{AC} = 70^\circ$$

$$\rightarrow \widehat{DB} = 70^\circ, \widehat{ACD} = \frac{\widehat{ABD}}{2} = \frac{180^\circ + 70^\circ}{2} = \frac{250^\circ}{2} = 125^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$\widehat{O}_1 = \widehat{RM} = 45^\circ, \widehat{RON} = \widehat{O}_1 + 90^\circ = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$$

چون  $\overline{OR} = \overline{NO}$  (شعاع دایره) پس مثلث  $ON_1R$  متساوی الساقین است پس:

$$\widehat{N}_1 = \widehat{R} \rightarrow \widehat{R} + \widehat{N}_1 + \widehat{RON}_1 = 180^\circ \rightarrow 2\widehat{N}_1 + 135^\circ = 180^\circ \rightarrow 2\widehat{N}_1 = 45^\circ \rightarrow \widehat{N}_1 = 22,5^\circ$$

# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴