

نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی نهم آزمون جامع تستی

تاریخ آزمون:

۱ عدد  $3 + \sqrt{10}$  بین کدام عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- ۱ ۶ و ۵  
 ۲ ۵ و ۴  
 ۳ ۷ و ۶  
 ۴ ۴ و ۳

۲ اگر  $x$  تقسیم بر  $y$  مساوی  $\frac{4}{5}$  و  $y$  تقسیم بر  $z$  مساوی  $\frac{3}{10}$  باشد،  $x$  تقسیم بر  $z$  برابر با کدام است؟

- ۱  $\frac{6}{25}$   
 ۲  $\frac{8}{3}$   
 ۳  $\frac{3}{8}$   
 ۴  $\frac{25}{6}$

۳ اگر  $A \subset B$  و  $C' \subset B'$  آنگاه:

- ۱  $A \subset C$   
 ۲  $C \subset A$   
 ۳  $C \subset B$   
 ۴  $B \subset A$

۴ مجموعه‌ای ۱۲۸ زیرمجموعه دارد. تعداد عضوهای این مجموعه چند تا است؟

- ۱ ۵  
 ۲ ۸  
 ۳ ۶  
 ۴ ۷

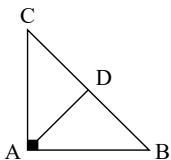
۵ باقی‌مانده تقسیم  $x^3 + x^2$  بر دو جمله‌ای  $x - 1$  کدام است؟

- ۱ -۲  
 ۲ -۱  
 ۳ ۱  
 ۴ ۲

۶ تعداد اعضای مجموعه  $A = \{5x^2 - 3 \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 - 1 < 18\}$  برابر است با:

- ۱ ۸  
 ۲ ۴  
 ۳ ۹  
 ۴ ۵

۷ در شکل مقابل، مثلث  $ABC$  در رأس  $A$  قائمه است و مثلث  $ABD$  متساوی‌الاضلاع است. اگر  $AC = 6$  باشد، طول وتر  $BC$  کدام است؟



- ۱  $4\sqrt{3}$   
 ۲  $5\sqrt{2}$   
 ۳  $4\sqrt{2}$   
 ۴  $5\sqrt{3}$

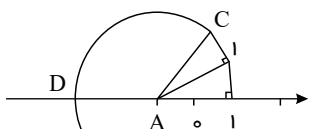
۸ ساده‌شده  $\frac{ab(a^{-2} + b^{-2} + 2a^{-1}b^{-1})}{a + b}$  برابر است با:

- ۱  $\frac{(a+b)^2}{a^2 b^2}$   
 ۲  $\frac{a^2 \times b^2}{(a+b)^2}$   
 ۳  $\frac{ab}{(a+b)}$   
 ۴  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

۹ کدام گزینه نمایش مجموعه اعداد طبیعی زوج دو رقمی و مضرب سه است؟

- ۱  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x = 2, 3\}$   
 ۲  $B = \{6x \mid x \in \mathbb{N}, 1 < x\}$   
 ۳  $C = \{2x \mid x \in \mathbb{Z}, 4 < x\}$   
 ۴  $D = \{6x \mid x \in \mathbb{Z}, 1 < x \leq 16\}$

۱۰ در شکل مقابل به مرکز  $A$  و شعاع  $AC$  کمان زده‌ایم تا محور را در نقطه  $D$  قطع کند، نقطه  $D$  کدام عدد را مشخص می‌کند؟



- ۱  $-2 - \sqrt{6}$   
 ۲  $-1 - \sqrt{6}$   
 ۳  $-\sqrt{6}$   
 ۴  $-1 + \sqrt{6}$

۱۱ اگر  $\{2 - y, 3x + 1\} = \{4\}$  باشد،  $x + y$  کدام است؟

- ۱ ۱  
 ۲ ۰  
 ۳ -۱  
 ۴ -۲



۱۲) شیب خط  $\frac{y+5}{4} = \frac{2x-3}{5}$  کدام است؟

- ①  $\frac{4}{5}$       ②  $\frac{5}{8}$       ③  $\frac{8}{5}$       ④  $-\frac{37}{5}$

۱۳) اگر  $3^x = 12$  باشد، مقدار  $\frac{2^{x+1} + 2^{x+2}}{6^x}$  کدام است؟

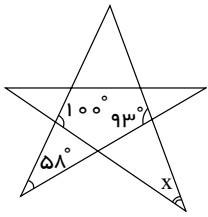
- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{13}{2}$       ③ ۲      ④  $\frac{8}{6}$

۱۴) اندازه زاویه‌های مثلثی به نسبت ۲ و ۳ و ۵ است. کوچک‌ترین زاویه این مثلث چند درجه است؟

- ① ۱۸      ② ۳۶      ③ ۵۴      ④ ۷۲

۱۵) در شکل مقابل  $x$  کدام است؟

- ① ۳۵      ② ۴۲      ③ ۶۵      ④ ۵۱



۱۶) اگر  $C$  و  $D$  دو مجموعه باشند، کدام گزینه همواره صحیح است؟

- ① اگر  $a \in (C \cup D)$  آنگاه  $a \in C$       ② اگر  $a \in (C \cap D)$  آنگاه  $a \in C$       ③  $C \subseteq (C \cup D)$       ④  $(C \cup D) \subseteq (C \cap D)$

۱۷) حاصل  $(1,0001)^2 + (0,9999)^2$  کدام است؟

- ① ۲      ② ۲,۰۰۲      ③ ۲,۰۰۲۰۰۲      ④ ۲,۰۰۰۰۰۲

۱۸) مستطیلی به طول  $a$  و عرض  $b$  را یک بار حول طول و بار دیگر حول عرض آن دوران می‌دهیم. حجم شکل اول چند برابر حجم شکل دوم است؟

- ①  $\frac{a}{b}$       ②  $\frac{b}{a}$       ③  $\frac{1}{a}$       ④  $\frac{1}{b}$

۱۹) ساده‌شده عبارت  $\frac{x^4 y^3 - x^3 y^4}{y^4 x^3 - y^3 x^4}$  برابر کدام گزینه است؟

- ① ۱      ② -۱      ③  $xy^2$       ④  $x^2 y$

۲۰) اگر نقطه  $\left[ \begin{matrix} 2p \\ 3p - 4 \end{matrix} \right]$  روی خط  $2x - 4y = 8$  باشد مقدار  $p$  کدام است؟

- ① +۱      ② -۱      ③ +۳      ④ -۳



# پاسخنامه تشریحی

روش اول:  $\sqrt{10}$  تقریباً برابر  $3.1$  است و  $3 + \sqrt{10}$  برابر  $6.1$  برابر گزینه ۳ است.  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

روش دوم:

$$\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16} \Rightarrow 3 < \sqrt{10} < 4$$

$$\xrightarrow{+3} 3 + 3 < 3 + \sqrt{10} < 3 + 4$$

$$6 < 3 + \sqrt{10} < 7$$

۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{y} = \frac{4}{5} \\ \frac{y}{z} = \frac{3}{10} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{y} \times \frac{y}{z} = \frac{x}{z} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{10} = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$$

چون  $C' \subset B'$  است، پس  $B \subset C$  است و چون  $A \subset B$  است، بنابراین  $A \subset C$  خواهد شد.  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

یادآوری: اگر تعداد عضوهای یک مجموعه برابر  $n$  باشد، تعداد زیرمجموعه‌های آن برابر است با:  $2^n$ .  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$2^n = 128 \rightarrow 2^n = 2^7 \rightarrow n = 7$$

به این ترتیب خواهیم داشت:

۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \Rightarrow x^x + x^{x-1} \xrightarrow{x=1} 1^1 + 1^0 = 2$$

۱  ۲  ۳  ۴  ۵

مجموعه  $A$  را با اعضایش مشخص می‌کنیم:

$$x^x - 1 < 18 \Rightarrow x^x < 19$$

$$\Rightarrow x = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4\}$$

$$\Rightarrow x^x = \{0, 1, 16, 81, 256\} \Rightarrow 5x^x - 3 = \{-3, 2, 77, 402, 1277\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 5$$

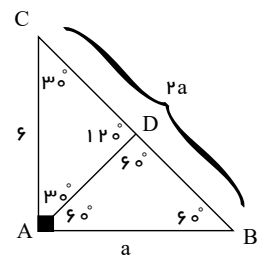
نکته: در مثلث قائم‌الزاویه ضلع روبه‌روی زاویه  $30^\circ$  درجه نصف وتر است. پس در  $ABC$  داریم  $BC$  دو برابر  $AB$  است. (برای سادگی کار مقدار  $AB$  را  $a$  در  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

نظر می‌گیریم، در این صورت  $BC = 2a$  است)

$$\text{فیناگورس: } (2a)^2 = a^2 + 6^2 \rightarrow 4a^2 = a^2 + 36 \rightarrow 4a^2 - a^2 = 36$$

$$\rightarrow 3a^2 = 36 \rightarrow a^2 = 12 \rightarrow a = \sqrt{12}$$

$$BC = 2a \rightarrow BC = 2\sqrt{12} = 2\sqrt{4 \times 3} = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$



۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$\frac{ab(a^{-2} + b^{-2} + 2a^{-1}b^{-1})}{a+b} = \frac{ab((a^{-1})^2 + (b^{-1})^2 + 2(a^{-1})(b^{-1}))}{a+b} = \frac{ab(a^{-1} + b^{-1})^2}{a+b}$$

$$= \frac{ab(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})^2}{a+b} = \frac{ab(\frac{a+b}{ab})^2}{a+b} = \frac{ab \times \frac{(a+b)^2}{a^2 b^2}}{a+b} = \frac{(a+b)^2}{ab(a+b)} = \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$A = \{2, 3\}$$

$$B = \{12, 18, \dots, 96, 102, \dots\}$$

$$C = \{10, 12, 14, 14, \dots\}$$

$$D = \{12, 18, \dots, 96\}$$

۱  ۲  ۳  ۴  ۵

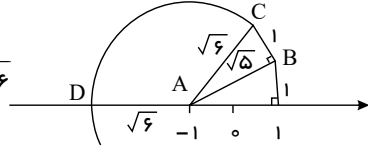
به مرکز  $(-1)$  و به شعاع  $AC$  به سمت چپ کمانی زده شده است تا نقطه  $D$  به دست آید پس داریم:  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$AB^2 = 2^2 + 1^2 \rightarrow AB^2 = 4 + 1 = 5 \rightarrow AB = \sqrt{5}$$



$$AC^2 = 1^2 + (\sqrt{5})^2 \rightarrow AC^2 = 1 + 5 = 6 \rightarrow AC = \sqrt{6}$$

$$AC = AD = \sqrt{6} \text{ شعاع‌ها برابرند } D = -1 - \sqrt{6}$$



چون مجموعه‌ها با هم برابرند. پس هر دو عضو مجموعه  $\{2 - y, 3x + 1\}$  برابر ۴ هستند. در نتیجه:

$$2 - y = 4 \Rightarrow y = -2$$

$$3x + 1 = 4 \Rightarrow 3x = 4 - 1 = 3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow x + y = 1 + (-2) = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$\frac{y + 5}{4} = \frac{2x - 3}{5}$$

$$5y + 25 = 8x - 12 \Rightarrow 5y = 8x - 37$$

$$\Rightarrow y = \frac{8}{5}x - \frac{37}{5}$$

$$\Rightarrow \text{شیب} = \frac{8}{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

در صورت کسر داده شده از  $2^x$  فاکتور می‌گیریم:

$$\frac{2^{x+1} + 2^{x+2}}{6^x} = \frac{2^x(2 + 4)}{6^x} = \frac{2^x \times 6}{6^x} = \frac{6}{3^x} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

اگر زاویه‌ها را بر حسب  $\alpha$  بنویسیم، زاویه‌های مثلث عبارتند از:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$2\alpha, 3\alpha, 5\alpha$$

$$3\alpha + 5\alpha + 2\alpha = 180 \rightarrow \alpha = 18$$

زاویه‌های مثلث،  $36^\circ$ ،  $54^\circ$  و  $90^\circ$  هستند که کوچک‌ترین آنها  $36^\circ$  است.

با توجه به اینکه مجموع زوایای داخلی مثلث برابر  $180^\circ$  است داریم،

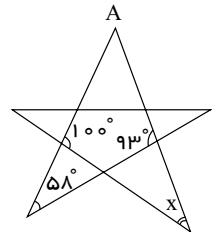
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$180^\circ - (58^\circ + 93^\circ) = 29^\circ$$

زاویه‌ی رأس  $A$  برابر است با:

پس  $x$  برابر است با:

$$x = 180^\circ - (100^\circ + 29^\circ) = 51^\circ$$



برای دو مجموعه  $C$  و  $D$  همواره:  $D \subseteq (C \cup D)$ ,  $C \subseteq (C \cup D)$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: اگر  $a \in (C \cup D)$  باشد، می‌تواند عضو  $C$  یا  $D$  باشد.

گزینه ۲: اگر  $a \in C$  باشد، می‌تواند عضو  $C \cap D$  باشد یا نباشد و لزوماً این گزاره صحیح نیست.

گزینه ۴:  $C \cap D$  زیرمجموعه  $C \cup D$  است و برعکس آن صادق نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$\left(1 + \frac{1}{1000}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{1000}\right)^2 = 1 + \frac{1}{1000000} + 2 \times 1 \times \frac{1}{1000} + 1 + \frac{1}{1000000} - 2 \times 1 \times \frac{1}{1000} = 2,000002$$

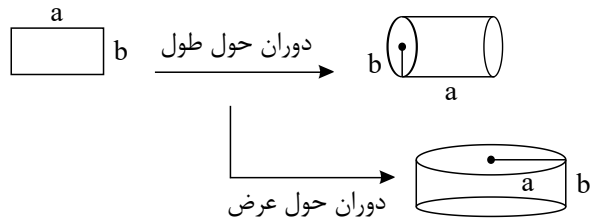


۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$V_1 = \pi b^2 a \text{ استوانه}$$

$$V_2 = \pi a^2 b \text{ استوانه}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi b^2 a}{\pi a^2 b} = \frac{b}{a}$$



به کمک فاکتورگیری داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

$$\frac{x^5 y^3 - x^3 y^5}{y^4 x^3 - y^3 x^4} = \frac{x^3 y^3 (x - y)}{x^3 y^3 (y - x)} = \frac{x - y}{-(x - y)} = -1$$

دو عبارت صورت و مخرج قرینه هم هستند؛ در نتیجه بدون فاکتورگیری نیز می‌توانیم پاسخ را به دست آوریم.

چون نقطه مورد نظر باید روی خط  $2x - 4y = 8$  قرار داشته باشد، پس باید در معادله آن صدق کند: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$\left. \begin{array}{l} x = 2p \\ y = 3p - 4 \end{array} \right\} \Rightarrow 2(2p) - 4(3p - 4) = 8 \Rightarrow 4p - 12p + 16 = 8 \Rightarrow -8p = -8 \Rightarrow p = +1$$

# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴