



زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

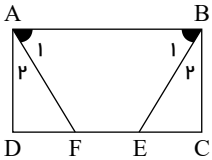
نام آزمون: ریاضی نهم آزمون جامع تشریحی

تاریخ آزمون:

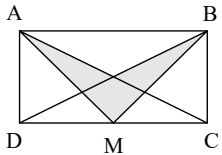


۱ در اثبات زیر، جاهای خالی را کامل کنید.

«در مستطیل  $ABCD$ ، پاره‌های  $BE$  و  $AF$  طوری رسم شده که دو زاویه  $A_1$  و  $B_1$  برابرند. ثابت کنید  $BE$  و  $AF$  مساوی هستند.»



اثبات: چون  $\hat{A}_1 + \hat{A}_p = 90^\circ$  و  $\hat{B}_1 + \hat{B}_p = 90^\circ$  بنابراین  $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$  و  $\hat{A}_p = \hat{B}_p$  بنا به حالت (.....)  $\Delta ADF \cong \Delta BCE \Rightarrow \dots = \dots$



۲ نقطه وسط ضلع  $DC$  در مستطیل  $ABCD$  است. چه کسری از مستطیل هاشور خورده است؟

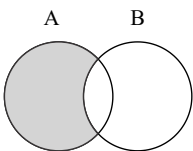
۳ در پرسش‌های زیر گزینه درست را انتخاب کنید.

الف) نماد علمی  $۳۵۷۹ \times ۱۰^{-۴}$  کدام گزینه است.

الف)  $۳۵۷۹ \times ۱۰^۰$  ب)  $۳۵۷۹ \times ۱۰^{-۱}$  ج)  $۳۵۷۹ \times ۱۰^۴$  د)  $۳۵۷۹ \times ۱۰^{-۴}$

ب) قسمت رنگی با کدام گزینه زیر نشان داده شده است؟

الف)  $A \cup B$  ب)  $A \cap B$  ج)  $A - B$  د)  $B - A$



۴ با توجه به اینکه  $A = \{۴, ۷, ۱۱, ۱۹\}$  و  $B = \{۷, ۱۱, ۳\}$ ،  $C = \{۴, ۷, ۳, ۱۱\}$  پاسخ هر قسمت را بنویسید.

الف)  $(A \cap B) - (B \cap C) = ?$

ب)  $A \cap B \cap C = ?$

۵ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $(۳)^{-۲}$  ب)  $۵^{-۳}$  ج)  $(\frac{۷}{۲})^{-۴}$  د)  $(-\frac{۴}{۵})^{-۳}$

۶ حاصل تفریق زیر را به ساده‌ترین حالت ممکن به دست آورید. (مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است.)

$$\frac{۲x^۲ - ۱۶}{x^۲ - ۴} - \frac{x + ۴}{x + ۲}$$

۷ عبارت گویا، کسری است که صورت و مخرج آن چند جمله‌ای باشد.

درست  نادرست

۸ دستگاه زیر را حل کنید.

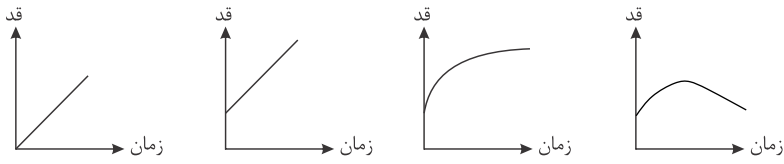
$$\begin{cases} ۳x - ۵y = -۱ \\ ۲x - ۳y = -۱ \end{cases}$$

۹ دستگاه زیر را به روش جایگزینی حل کنید.

$$\begin{cases} x + y = -۷ \\ ۲x - y = -۲ \end{cases}$$



۱۰ کدام یک از نمودارهای زیر رابطه رشد قد انسان از هنگام تولد تا بزرگسالی را نشان می‌دهد؟ با توجه به وضعیت‌های مختلف، نمودار آن را توصیف کنید؛ برای مثال بگویید محل برخورد نمودار با محور  $y$  به چه معنی است؟



۱۱ دو نفر با وزن‌های ۸۵ و ۶۵ کیلوگرم به جنگلی رفتند که به منابع غذایی دسترسی ندارند. آنها همراه خود مواد غذایی برده‌اند که ۴۵۰۰ کیلو کالری انرژی دارند. اگر فرض کنیم هر انسان هر روز حداقل به اندازه سه برابر وزن خود کیلوکالری انرژی نیاز دارد آنها حداکثر چند روز می‌توانند با مواد غذایی خود در جنگل دوام بیاورند؟

۱۲ دو مجموعه زیر با هم برابرند. مقادیر مجهول را به دست آورید.

$$\{4, m - 10, 7\} = \{1, n + 4, 4\}$$

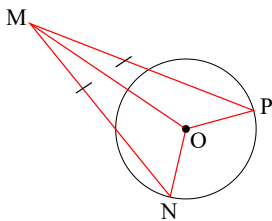
$$4,3 \times 10^3 = 4300 \quad (13)$$

درست

نادرست

۱۴ در یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع  $a$ ، نسبت ضلع مثلث به ارتفاع آن را به دست آورید.

۱۵ دلیل هم‌نهشتی دو مثلث  $MPO$  و  $MNO$  چیست؟



۱۶ در یک نمودار ون، مجموعه‌های زیر را نمایش دهید و اعضای مجموعه خواسته شده را بنویسید.

$$A = \{1, 2, 7, 8, 5\}, B = \{7, 3, 5\}, C = \{1, 2\}$$

$$(A \cap B) \cup C = ?$$

۱۷ در پرتاب دو تاس آبی و قرمز احتمال اینکه حاصل ضرب عدد روی دو تاس ۱۲ باشد چقدر است؟

۱۸ اگر آب موجود در یک مخروط به شعاع قاعده و ارتفاع  $R$  را در یک استوانه به شعاع قاعده  $R$  خالی کنیم ارتفاع آب در استوانه برحسب  $R$  چقدر خواهد بود؟

۱۹ در یک خانواده دو فرزندی احتمال‌های زیر را به دست آورید.

الف) احتمال این که هر دو فرزند پسر باشند.

ب) احتمال این که حداقل یک فرزند دختر باشد.

پ) احتمال این که دو فرزند هم‌جنس باشند.

۲۰ به سوالات زیر پاسخ دهید:

الف

$$\frac{x}{3x - 1}$$

ب

$$a) \frac{5 + 3x}{x^2 - 4} - \frac{3}{x - 2} =$$

$$b) \frac{a^2 - 36}{a + 1} \div \frac{a^2 - 5a - 6}{(a + 1)^2} =$$

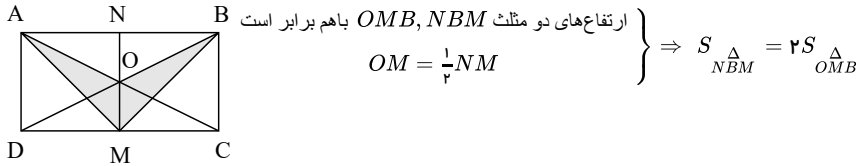
عبارت مقابل به‌ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف نشده است؟

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

# پاسخنامه تشریحی

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_r = \hat{B}_r \\ AD = BC \text{ عرض مستطیل} \\ \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \triangle ADF \cong \triangle BCE \xrightarrow{\text{ض ز}} BE = AF$$

1  $ON = OM \leftarrow$  نقطه تقاطع قطرهای مستطیل است



$$S_{\triangle NMB} = \frac{1}{2}S_{\square NBCM} \Rightarrow S_{\square NBCM} = \frac{1}{2}S_{\square ABCD}$$

2 در نتیجه مساحت قسمت هاشورزده  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$  مساحت مستطیل است.

الف

$$0,3579 = 3,579 \times 10^{-1}$$

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{7, 11\} \\ B \cap C &= \{3, 7, 11\} \end{aligned} \Rightarrow (A \cap B) - (B \cap C) = \emptyset$$

$$A \cap B \cap C = \{7, 11\}$$

$$\text{الف) } (3)^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\text{ج) } \left(\frac{7}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{2}{7}\right)^4 = \frac{16}{2401}$$

$$\text{ب) } 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

$$\text{د) } \left(-\frac{4}{5}\right)^{-3} = \left(-\frac{5}{4}\right)^3 = -\frac{125}{64}$$

$$\frac{2x^2 - 16 - (x-2)(x+4)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x^2 - 16 - x^2 - 2x + 8}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 - 2x - 8}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{(x+2)(x-4)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-4}{x-2}$$

3 درست

4 طرفین تساوی اول را در  $(-3)$  و طرفین تساوی دوم را در 5 ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases} -9x + 15y = 3 \\ 10x - 15y = -5 \end{cases}$$

$$x = -2$$

$$3x - 5y = -1 \Rightarrow 3(-2) - 5y = -1 \Rightarrow y = -1$$

5 طرفین تساوی‌ها را باهم جمع می‌کنیم

$$\begin{cases} x + y = -7 \Rightarrow y = -7 - x \\ 2x - y = -2 \Rightarrow 2x + 7 + x = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3x = -9 \Rightarrow \begin{aligned} x &= -3 \\ y &= -4 \end{aligned}$$

6 از معادله اول  $y$  را به دست آورده و در معادله دوم جایگزین می‌کنیم:



۱۰) نمودار دوم از راست محل برخورد این نمودار با محور  $y$  بیانگر قد نوزاد در بدو تولد است. همچنین طبق این نمودار رشد قد انسان در سال‌های اولیه زندگی سرعت زیادی دارد. اما پس از مدتی این رشد متوقف می‌شود.

۱۱)

$$\left. \begin{array}{l} 85 \times 3 = 255 \\ 65 \times 3 = 195 \end{array} \right\} \Rightarrow 255 + 195 = 450$$

این دو نفر حداقل ۴۵۰ کیلوکالری انرژی نیاز دارند.

کمتر از ۱۰ روز یعنی حداکثر ۹ روز دوام می‌آورند.

۱۲)

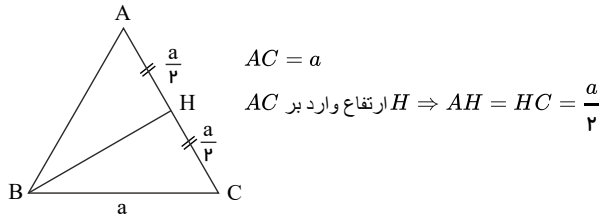
$$m - 10 = 1 \Rightarrow m = 11$$

$$n + 4 = 7 \Rightarrow n = 3$$

۱۳) درست

۱۴)

فرض:  $AB = BC = AC = a$  حکم:  $\frac{a}{BH} = ?$



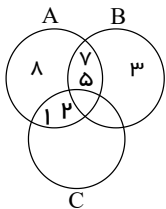
$$BH^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow BH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\frac{\text{ضلع مثلث}}{\text{ارتفاع}} = \frac{a}{BH} = \frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}a} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{MN = MP, \quad ON = OP}{\triangle MOP \cong \triangle MNO} \quad \left. \begin{array}{l} \text{فرض} \\ \text{حکم} \end{array} \right\} \quad 15$$

شعاع دایره :  $ON = OP$   
 فرض مسئله :  $MN = MP$   
 ضلع مشترک :  $OM = OM$   
 حکم ثابت شد.  $\triangle MOP \cong \triangle MNO$

۱۶)



$$(A \cap B) \cup C = \{5, 7\} \cup \{1, 2\} = \{1, 2, 5, 7\}$$

۱۷)

در پرتاب دو تاس داریم:

حالت‌هایی که حاصل ضرب عدد روی دو تاس ۱۲ می‌شود:

در نتیجه احتمال آن برابر است با:

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

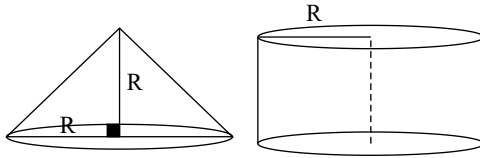
$$A = \{(2, 6), (6, 2), (3, 4), (4, 3)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

۱۸)



$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \times \pi R^2 \times R = \frac{\pi R^3}{3} \quad \text{و} \quad V_{\text{استوانه}} = \pi R^2 \times h$$



$$V_{\text{مخروط}} = V_{\text{استوانه}} \rightarrow \frac{\pi R^3}{3} = \pi R^2 h \rightarrow h = \frac{R}{3}$$

19

**الف**

$$S = \{(پ, پ) \text{ و } (پ, د) \text{ و } (د, پ) \text{ و } (د, د)\}$$

$$A = \{(پ, پ)\} \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$

**ب**

$$S = \{(پ, پ) \text{ و } (پ, د) \text{ و } (د, پ) \text{ و } (د, د)\}$$

$$B = \{(پ, د) \text{ و } (د, پ) \text{ و } (د, د)\} \rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{4}$$

**پ**

$$S = \{(پ, پ) \text{ و } (پ, د) \text{ و } (د, پ) \text{ و } (د, د)\}$$

$$C = \{(پ, پ) \text{ و } (د, د)\} \rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

20

**الف**

$$3x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

**ب**

$$a) \frac{5+3x}{x^2-4} - \frac{3}{x-2} = \frac{5+3x}{(x-2)(x+2)} - \frac{3}{(x-2)} = \frac{(5+3x) - 3(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{5+3x-3x-6}{(x-2)(x+2)} = \frac{-1}{x^2-4}$$

$$b) \frac{a^2-36}{a+1} \div \frac{a^2-5a-6}{(a+1)^2} = \frac{(a+6)(\cancel{a-6})}{a+1} \times \frac{(a+1)^2}{(a+1)(\cancel{a-6})} = a+6$$