



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی یازدهم فصل اول تشریحی

تاریخ آزمون:

۱) اگر p درست، q نادرست و r دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید.

الف) $(p \vee \sim r) \Rightarrow q \wedge r$ ب) $(r \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \wedge q)$

پ) $(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim (p \vee q)$ ت) $(\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge r$

۲) با استفاده از جدول ارزش درستی نشان دهید استدلال به روش مغالطه معتبر نیست.

$$((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p$$

۳) اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش هر یک از گزاره‌های مرکب زیر را در صورت امکان، مشخص کنید:

۱) $(q \Rightarrow p) \wedge r$

۲) $(p \vee q) \vee r$

۳) $(p \Rightarrow q) \wedge r$

۴) $(r \Rightarrow p) \vee q$

۵) $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$

۶) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

۷) $(p \wedge q) \Rightarrow r$

۴) در هریک از حالت‌های زیر نقیض گزاره را بیان کنید؛ سپس، ارزش هریک از گزاره‌های نقیض را مشخص کنید.

الف) عدد ۵ زوج است.

ب) تساوی $۲ \times ۲ = ۴$ ، برقرار است.

پ) عدد ۱۲ از ۱۵ کوچک‌تر است.

ت) ارسطو شاگرد افلاطون است.

ث) ایران در منطقه غرب آسیا قرار دارد.

ج) $(۳ \times ۷) > (۵ \times ۴)$

۵) با دو گزاره زیر گزاره‌های ترکیبی خواسته شده را بنویسید.

عدد ۲، عددی اول است - $\sqrt{۵}$ عددی گویا است

الف) ترکیب عطفی

ب) ترکیب فصلی

۶) با توجه به گزاره‌های p, q, r گزاره‌های مرکب زیر را با عبارت کلامی بنویسید.

$\sqrt{۸}$ عددی گنگ است: p ، ۱۴ عددی فرد است: q ، ۲۴ مضرب ۳ است: r

الف) $(p \wedge q) \Rightarrow r$

ب) $(p \wedge q) \vee (\sim r)$

۷) در گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ اگر p باشد، آنگاه ارزش گزاره شرطی به انتفای مقدم درست است.

۸) $p \vee q$ را ترکیب دو گزاره p و q می‌نامند.





۹ در گزاره‌های مرکب زیر در صورت امکان به جای p گزاره‌ای بنویسید، تا ارزش ترکیب گزاره‌ها درست باشد.

الف) عدد ۲ زوج است و p یا p یا ۲ $\not\leq 1$

پ) p و $2 \notin \mathbb{W}$ (ت) عدد ۷ اول است یا p

۱۰ ثابت کنید اگر k عددی صحیح و $k^2 + 1$ عددی زوج باشد، آن‌گاه k فرد است.

۱۱ خطای استدلال زیر را مشخص کنید.

۱) $9 = 9$

۲) $25 + 4 - 20 = 16 + 49 - 56$

۳) $5^2 + 2^2 - 2(5)(2) = 4^2 + 7^2 - 2(4)(7)$

۴) $(5 - 2)^2 = (4 - 7)^2$

۵) $5 - 2 = 4 - 7$

۶) $3 = -3$

۱۲ عبارتهای زیر را با عبارتهای توصیفی (به زبان فارسی) بیان کنید.

الف) $(a > 1), \sqrt{a} > \sqrt[3]{a}$

ب) $a > 0 \Rightarrow a^2 > 0$

پ) $(x > 0), \sqrt{x} + x^2 = \frac{x}{2} + 1$

ت) $(0 < x < 1), x^2 > x^3$

۱۳ گزاره‌های زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

الف) دو برابر جذر عددی برابر خودش است.

ب) مکعب یک عدد، بزرگ‌تر از هفت برابر آن عدد، به علاوه پنج است.

پ) مجموع معکوس‌های دو عدد مثبت، بزرگتر یا مساوی مجموع آن دو عدد است.

ت) مکعب مجموع دو عدد بزرگتر یا مساوی مجموع مکعب آن دو عدد است.

ث) قرینه قرینه یک عدد، برابر خود آن عدد است.

۱۴ عبارت «۱۵ درصد قیمت فروش کالایی مساوی ۲ برابر سود آن است» را به صورت نماد ریاضی بیان کنید.

۱۵ درستی هر یک از هم‌ارزی‌های زیر را با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید:

الف

$\sim(p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

ب

ب) $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

پ

پ) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

ت

ت) $(p \Rightarrow p) \equiv T$

هم‌ارزی زیر را به کمک جدول ارزشی ثابت کنید.

هم‌ارزی زیر را به کمک جدول ارزشی ثابت کنید.



ث

$$(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv p$$

ج

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$$

۱۶ ابتدا ارزش گزاره‌های زیر را مشخص نموده، سپس نقیض گزاره‌ها و ارزش آن‌ها را نیز بنویسید.

الف تابع سود، تفاضل هزینه از درآمد است.

ب ۹۹ بزرگ‌ترین عدد سه رقمی طبیعی است.

پ $(2^2 + 3) \times 5 < 2 \times 3^2$

ت مربع، چهار زاویه قائمه دارد.

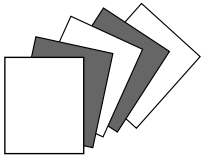
۱۷ ایراد استدلال زیر را یافته، راه حل درست آن را بنویسید.

اگر میانگین نمرات یک کلاس ده نفره ۱۵ و میانگین نمرات یک کلاس پانزده نفره ۱۸ باشد، در این صورت میانگین نمرات این دو کلاس جمعاً

$$\bar{x} = \frac{15 + 18}{2} = 16,5 \text{ است.}$$

۱۸ پنج کارت یکسان که یک طرف آن‌ها سفید و طرف دیگرشان مشکی است، همانند شکل زیر در نظر بگیرید. اگر مجاز باشیم تا هر بار دو کارت

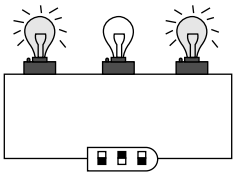
را پشت و رو کنیم، به چند حالت می‌توان همه آن‌ها را در حالتی قرار داد که مشکی رو قرار گیرد؟ چرا؟



۱۹ سه لامپ، همانند شکل زیر داریم که یکی از آن‌ها خاموش است. می‌خواهیم همه آن‌ها را توسط کلیدی روشن کنیم، ولی مجاز هستیم تا هر بار

دقیقاً دو کلید را تغییر وضعیت دهیم.

با استدلال ریاضی نشان دهید که این کار امکان‌پذیر نیست.



۲۰ اگر p را گزاره «۲ تنها عدد اول زوج است» و q را گزاره «هر مستطیلی یک مربع است» در نظر بگیریم، ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

الف $p \wedge q$

ب $\sim (q \vee p)$

پ $\sim p \vee \sim q$



پاسخنامه تشریحی

۱
الف

$$\begin{aligned} (p \vee \sim r) &\Rightarrow q \wedge r \\ (\underbrace{d \vee \sim r}) &\Rightarrow \underbrace{n \wedge r} \\ d &\Rightarrow n \quad \equiv \text{نادرست} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (r \Rightarrow p) &\Leftrightarrow (p \wedge q) \\ (r \Rightarrow d) &\Leftrightarrow (d \wedge n) \\ d &\Leftrightarrow n \quad \equiv \text{نادرست} \end{aligned}$$

ب) در گزاره شرطی اگر تالی درست باشد، مقدم هر چه باشد، ارزش گزاره مرکب درست است. در گزاره دو شرطی اگر گزاره‌های دو طرف هم‌ارزش باشند، گزاره درست است. در غیر اینصورت نادرست است.

$$\begin{aligned} (\sim p \vee \sim q) &\Leftrightarrow \sim (p \vee q) \\ (n \vee d) &\Leftrightarrow \sim (d \vee n) \\ d &\Leftrightarrow \sim (d) \quad \equiv d \Leftrightarrow n \equiv \text{نادرست} \end{aligned}$$

پ) در گزاره دو شرطی اگر گزاره‌های دو طرف هم‌ارزش باشند، گزاره درست است.

$$\begin{aligned} (\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge r & \\ (\underbrace{n \Rightarrow d}) \wedge r &\equiv (d \wedge r) \end{aligned}$$

ت)

$$\begin{aligned} d \wedge d \equiv d \Rightarrow r \equiv d \text{ اگر} \\ d \wedge n \equiv n \Rightarrow r \equiv n \text{ اگر} \end{aligned}$$

بنابراین ارزش گزاره مرکب به r بستگی دارد.

۲

$$((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p$$

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge q$	$((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	د	ن
ن	ن	د	ن	د

با توجه به اینکه ستون آخر که مربوط به مغالطه است در تمامی حالت‌ها درست نیست پس استدلال به روش مغالطه معتبر نیست.

۳ درست p نادرست q دلخواه r

-۱

$$(q \Rightarrow p) \wedge r$$

ارزش گزاره $q \Rightarrow p$ به انتقای مقدم درست پس ارزش گزاره $(q \Rightarrow p) \wedge r$ به ارزش گزاره r بستگی دارد.

-۲

$$(p \vee q) \vee r$$

چون گزاره‌های درست و q نادرست در نتیجه ترکیب فصلی $(p \vee q)$ درست است و در نتیجه گزاره $(p \vee q) \vee r$ درست است.

-۳

$$(p \Rightarrow q) \wedge r$$

p درست و q نادرست است، پس ترکیب شرطی $(p \Rightarrow q)$ نادرست و در نتیجه $(p \Rightarrow q) \wedge r$ با توجه به نادرست بودن $p \Rightarrow q$ نادرست است.

-۴

$$(r \Rightarrow p) \vee q$$

چون گزاره‌های درست است در نتیجه $(r \Rightarrow p)$ نیز درست است، پس گزاره $(r \Rightarrow p) \vee q$ نیز درست است.

-۵

$$(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$$

گزاره $r \Rightarrow p$ با توجه به درست بودن p گزاره‌های درست است و چون q نادرست است، گزاره $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$ نادرست است.

-۶

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$$

p درست و q نادرست در نتیجه ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ نادرست است و در نتیجه گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ به انتقای مقدم درست است.

-۷



$$(p \wedge q) \Rightarrow r$$

q نادرست در نتیجه $(p \wedge q)$ نادرست است و گزاره r به انتهای مقدم درست است.

۴ الف) عدد ۵ زوج نیست. و دارای ارزش درست است.

ب) تساوی $4 = 2 \times 2$ ، برقرار نیست. دارای ارزش نادرست است.

پ) عدد ۱۲ از ۱۵ کوچک تر نیست. دارای ارزش گزاره نادرست است.

ت) ارسطو شاگرد افلاطون نیست. دارای ارزش نادرست است.

ث) ایران در منطقه غرب آسیا قرار ندارد. دارای ارزش نادرست است.

ج) $(3 \times 7) \neq (5 \times 4)$ یا $(5 \times 4) \leq (3 \times 7)$ دارای ارزش درست است.

۵ الف) عدد ۲، عددی اول است و $\sqrt{5}$ عددی گویا است.

ب) عدد ۲، عددی اول است یا $\sqrt{5}$ عددی گویا است.

۶ الف) اگر $\sqrt{8}$ عددی گنگ و ۱۴ عددی فرد باشد، آنگاه ۲۴ مضرب ۳ است.

ب) عددی گنگ است و ۱۴ عددی فرد است یا ۲۴ مضرب ۳ نیست.

۷ نادرست

۸ فصلی

۹ الف) عدد ۲ زوج است، درست است، پس برای آن که ترکیب عطفی درست باشد باید p هم، باید گزاره‌ای درست باشد. پس می‌توان گفت: عدد ۱ نه اول است و نه مرکب: p

ب) $2 \neq 1$ نادرست است. پس باید p درست باشد تا ترکیب فصلی درست باشد. پس می‌توان گفت:

p : عددی گنگ است $\sqrt{2}$

پ) $2 \notin \mathbb{W}$ نادرست است و ترکیب عطفی آن با هر گزاره چه درست و چه نادرست، نادرست است پس امکان ندارد، گزاره‌ای به جای p جایگزین نماییم که ارزش گزاره ترکیبی درست شود.

ت) عدد ۷ اول است، درست است، پس ترکیب فصلی آن با هر گزاره‌ای چه درست و چه نادرست، درست است. به طور مثال:

p : گزاره درست) عدد ۷ فرد است

یا

p : گزاره نادرست) عدد ۷ مربع کامل است

۱۰

$(k^2 + 1)$ عددی فرد است $p \rightarrow \sim p$ عددی زوج است $(k^2 + 1)$

k عددی زوج است $q \rightarrow \sim q$ عددی فرد است k

$k^2 + 1$ عددی فرد است $\Rightarrow k$ زوج باشد

فرد است $\xrightarrow{(2n^2)=n'} 2n' + 1$
 $k = 2n \rightarrow k^2 = (2n)^2 = 4n^2 \rightarrow k^2 + 1 = 4n^2 + 1 = 2(2n^2) + 1$

چون عکس نقیض گزاره شرطی اثبات شد؛ پس گزاره شرطی درست است.

۱۱ مرحله پنجم توان ۲ از طرفین تساوی مرحله چهارم حذف شده؛ که این کار نادرست است، زیرا اگر توان دوم دو عدد برابر باشند، ممکن است آن دو عدد برابر یا قرینه هم باشند.

$$x^2 = y^2 \Rightarrow x = \pm y$$

۱۲ الف) جذر یک عدد بزرگتر از واحد از ریشه سوم آن بزرگتر است.

ب) اگر عددی مثبت باشد، آنگاه توان دوم آن عدد هم مثبت خواهد بود.

پ) مجموع مجذور یک عدد مثبت و جذر آن عدد با نصف عدد، به علاوه یک برابر است.

ت) مربع عددی بین صفر و یک از مکعب آن بزرگتر است.

۱۳

الف) x را عدد مورد نظر در نظر می‌گیریم.

ب) x را عدد مورد نظر در نظر می‌گیریم.

پ) x و y را دو عدد مثبت مورد نظر در نظر می‌گیریم.

ت) x و y را دو عدد مورد نظر در نظر می‌گیریم.

ث) x را عدد مورد نظر در نظر می‌گیریم.

۱۴

$$2\sqrt{x} = x$$

$$x^2 > 7x + 5$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq x + y \quad x, y > 0$$

$$(x + y)^3 \geq x^3 + y^3$$

$$-(-x) = x$$

سود کالا $= x - y$ \Rightarrow قیمت فروش کالا: x ، قیمت خرید کالا: y

$$\frac{15}{100}x = 2(x - y)$$

الف

p	q	~p	~q	p ∧ q	~(p ∧ q)	~p ∨ ~q
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	د

الف) با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

ب

p	q	r	q ∨ r	p ∧ q	p ∧ r	p ∧ (q ∨ r)	(p ∧ q) ∨ (p ∧ r)
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

ب) با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

پ

p	q	p ∨ q	p ∧ (p ∨ q)
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن

پ) با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

ت

p	p	p ⇒ p
د	د	د
ن	ن	د

ت) با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

ث

p	q	~q	p ∨ ~q	p ∨ q	(p ∨ ~q) ∧ (p ∨ q)
د	د	ن	د	د	د
د	ن	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	د	ن
ن	ن	د	د	ن	ن

ث) با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

ج

p	q	~q	p ∧ ~q	p ⇒ q	(p ∧ ~q) ∨ (p ⇒ q)
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د

ج) با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

الف

این گزاره درست است و نقیض آن یعنی «تابع سود، تفاضل هزینه از درآمد نیست» نادرست است.

ب

این گزاره نادرست است و نقیض آن یعنی «۹۹ بزرگ‌ترین عدد سه رقمی طبیعی نیست» درست است.

پ

این گزاره نادرست است و نقیض آن یعنی « $۲ \times ۳^۲ = ۱۸$, $۲ \times ۳^۲ = ۳۵$, $(۲^۲ + ۳) \times ۵ \neq ۲ \times ۳^۲$ » درست است.

ت

این گزاره درست است و نقیض آن یعنی «مربع چهار زاویه قائمه ندارد» نادرست است.

با توجه به یکسان نبودن تعداد دانش‌آموزان دو کلاس، این روش صحیح نیست.

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_1 &= \frac{\text{مجموع نمرات کلاس ۱}}{۱۰} = ۱۵ \Rightarrow \text{مجموع نمرات کلاس ۱} = ۱۵ \times ۱۰ = ۱۵۰ \\ \bar{x}_2 &= \frac{\text{مجموع نمرات کلاس ۲}}{۱۵} = ۱۸ \Rightarrow \text{مجموع نمرات کلاس ۲} = ۱۸ \times ۱۵ = ۲۷۰ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bar{x} = \frac{۱۵۰ + ۲۷۰}{۱۰ + ۱۵} = ۱۶,۸$$



۱۹) اگر n را تعداد لامپ‌های خاموش در نظر بگیریم، به‌طور کلی ۳ حالت برای تغییر وضعیت کلیدها وجود دارد:

۱- یکی را خاموش و یکی را روشن کنیم: که در این صورت تعداد لامپ‌های خاموش تغییری نخواهد کرد.

یعنی $n + ۰$ لامپ خواهیم داشت.

۲- هر دو را خاموش کنیم، که در این صورت تعداد لامپ‌های خاموش دو تا بیشتر می‌شود، یعنی $n + ۲$ لامپ خاموش خواهیم داشت.

۳- هر دو را روشن کنیم، که در این صورت تعداد لامپ‌های خاموش دو تا کمتر می‌شود، یعنی $n - ۲$ لامپ خاموش خواهیم داشت.

بنابراین n همیشه به اندازه عددی زوج ($n + ۲$ یا $n - ۲$) تغییر می‌کند و لذا تعداد لامپ‌های روشن هرگز از ۲ به ۳ افزایش نمی‌یابد.

۲۰)

الف p درست و q نادرست است، در نتیجه $p \wedge q$ نادرست است.

ب p درست و q نادرست است، پس $q \vee p$ درست و $(q \vee p) \sim$ نادرست است.

پ $q \sim$ درست و $p \sim$ نادرست است. بنابراین $p \vee q \sim$ درست است.