



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه

نام آزمون: ریاضی یازدهم فصل سوم تشریحی

تاریخ آزمون:

۱ در یک مرکز خرید، تعداد مشتری‌ها در ساعت‌های مختلف یک روز در جدول زیر مشخص شده است.

ساعت	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
تعداد سفارش	۲۶۰	۵۰۰	۳۰۰	۶۵۰	۸۰۰	۸۰۰	۷۵۰

نمودار سری زمانی این داده‌ها را رسم کنید.

ب تعداد مشتری‌ها در ساعت ۱۶ را تخمین بزنید.

۲ افزایش شاخص بهای کالا و خدمات نشان‌دهنده هزینه کالاهای مصرفی است.

۳ تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را می‌نامند.

۴ قدرمطلق تفاضل مقدار واقعی هر نقطه و نقطه به دست آمده از درون‌یابی، نام دارد.

۵ داده‌های جمع‌آوری شده در کدام قسمت سری زمانی است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

الف) تعداد ماشین‌هایی که در برخی از ساعت‌های مختلف یک روز از یک خیابان خاص تردد دارند.

ب) تعداد مراجعین در هر ساعت از روز به یک شرکت خدماتی

۶ تعداد گل‌های زده شده در لیگ برتر فوتبال جام خلیج فارس در هفته‌های زوج و پایانی در جدول زیر آمده است.

هفته	۲۸	۲۶	۲۴	۲۲	۲۰
تعداد گل‌ها	۳۵	۳۵	۳۲	۲۷	۳۰

سری زمانی مربوط به آن را رسم کنید. تعداد گل‌های هفته ۳۰ام را برون‌یابی خطی کنید.

۷ خانواده‌ای شش نفره در یکی از کشورهای در حال توسعه زندگی می‌کنند. با توجه به تعریف خط فقر بین‌المللی درآمد ماهیانه این خانواده باید چند دلار باشد تا زیر خط فقر نباشند؟

۸ شاخص پوسیدگی دندان در سال ۱۳۹۵ برابر ۶ بوده است. این شاخص را تفسیر کنید.

۹ خط فقر را تعریف کنید و نحوه محاسبه آن را توضیح دهید.

۱۰ شاخص پایه آموزش برای کتابی با میانگین جملات ۷ کلمه‌ای و ۱۲ درصد کلمه سخت را محاسبه کنید. این کتاب، مناسب دانش‌آموزان چه پایه‌ای است؟

۱۱ در یک شهر با ۲ میلیون نفر جمعیت فعال و ۴۰۰۰۰۰ نفر جمعیت بیکار، حداقل چند شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری در این شهر برابر ۷٪ باشد؟

۱۲ خط فقر بین‌المللی را تعریف کنید.

۱۳ در موقع خرید کتاب‌های داستان معمولاً به سطح کتاب برای رده سنی مشخص شده، توجه می‌کنیم. به نظر شما چگونه این کار را انجام می‌دهند؟ آیا نظر افراد با تجربه برای تعیین سطح یک متن به خصوص همیشه یکسان است؟ ارزیابی آنها کیفی است یا کمی؟ یکی از شاخص‌های خوانایی که سال‌های تحصیل خواننده متون انگلیسی را تخمین می‌زند، به صورت زیر تعریف شده است:

$$\text{شاخص پایه آموزش} = [۴۰ \times (\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات «دشوار»})]$$

که منظور از کلمات «دشوار»، کلمات دوهجا بدون در نظر گرفتن اسامی و کلمات ترکیبی آسان است. این شاخص، عددی بین ۱ تا ۱۲ است که نشان‌دهنده پایه تحصیلی است.

الف) برای کتابی با متوسط طول جملات ۸ کلمه‌ای و ۲۰ درصد کلمه سخت، شاخص پایه آموزش را محاسبه کنید. این کتاب، مناسب دانش‌آموزان چه پایه‌ای است؟

پاسخ: این کتاب مناسب دانش‌آموزانی است که پایه را به پایان رسانده‌اند.



ب) مزایا و محدودیت‌های این شاخص چیست؟

پ) همان‌گونه که متوجه شده‌اید، این شاخص بر اساس دو آمار از دو متغیر تعریف شده است. آنها را نام ببرید.

۱۴) میزان بارندگی در شش ماه دوم سال دو شهر «آ و ب» برحسب میلی‌متر در جدول زیر آمده است:

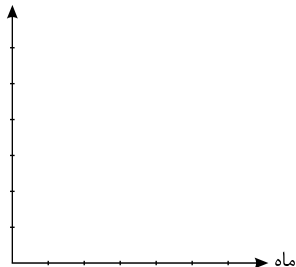
	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند	مجموع	میانگین	انحراف معیار
شهر آ	۱۵	۲۰	۳۰	۳۵	۳۰	۳۰			
شهر ب	۲۳۰	۱۷۰	۱۵۰	۱۳۰	۱۱۰	۱۱۰			

الف) جدول را کامل کنید.

ب) میانگین و انحراف معیار بارندگی در شهرها را مقایسه کنید.

پ) نمودار پراکنش نداشت هر دو شهر را برحسب ماه‌های سال با یک مقیاس بر روی یک محور رسم کنید. نقاط را به هم وصل کنید. برای مشخص شدن هر شهر از یک رنگ متفاوت استفاده کنید.

میزان بارندگی



ت) کدام شهر میزان بارندگی بیشتری در پاییز نسبت به زمستان دارد؟

۱۵) اگر از بین فارغ‌التحصیلان گروه علوم انسانی ۸۰۰ هزار نفر شاغل و ۵ هزار نفر جویای کار باشند، نرخ بیکاری این گروه از فارغ‌التحصیلان را بیابید. آیا این شاخص برای رشته‌هایی مثل حقوق یا حسابداری یکسان است؟ چرا؟

۱۶) با توجه به نتایج نمونه‌گیری از متوسط هزینه زندگی روزانه افراد دو شهر A و B، خط فقر هر کدام از شهرها را ابتدا جداگانه به کمک میانه و سپس باهم به کمک میانگین محاسبه کنید و در هر حالت مشخص کنید که چه تعداد از افراد مشمول دریافت یارانه می‌شوند؟
شهر A: ۱۰۰ نفر با درآمد ۳۰۰۰ تومان، ۲۰۰ نفر با درآمد ۷۰۰۰ تومان، ۵۰۰ نفر با درآمد ۸۰۰۰ تومان، ۴۰۰ نفر با درآمد ۱۰۰۰۰ تومان، ۲۰۰ نفر با درآمد ۱۵۰۰۰ تومان، ۱۰۰ نفر با درآمد ۳۰۰۰۰ تومان.

شهر B: ۱۰۰ نفر با درآمد ۴۰۰۰ تومان، ۲۰۰ نفر با درآمد ۹۰۰۰ تومان، ۹۰۰ نفر با درآمد ۲۰۰۰۰ تومان، ۸۰۰ نفر با درآمد ۲۵۰۰۰ تومان.
۱۷) با توجه به جدول زیر، مقدار $3a + 2b$ را حساب کنید. (مقدار a را به کمک درون‌یابی خطی و مقدار b را به کمک برون‌یابی خطی به دست آورید.)

زمان	۱	۲	۳	۴	۵	۶
داده	۶	۴	a	۱۰	۱۳	b

۱۸) با توجه به داده‌های جدول زیر، شاخص توده بدنی را محاسبه کرده و مشخص کنید کدام یک از آنها از وزن مطلوبی برخوردار هستند؟

افراد	سن (سال)	وزن (کیلوگرم)	قد (سانتی‌متر)
آرمین	۲۱	۵۰	۱۸۰
فرزاد	۴۵	۷۶	۱۶۵
مهران	۳۰	۷۰	۱۷۰

۱۹) با فرض یکسان بودن تعداد افراد جویای کار برای رشته‌های ریاضی، تجربی و انسانی و اینکه ۴۰۰ هزار نفر در رشته ریاضی و ۲۰۰ هزار نفر در رشته تجربی و ۳۰۰ هزار نفر در رشته انسانی مشغول به کار می‌باشند آیا می‌توان نتیجه گرفت که نرخ بیکاری برای هر سه رشته یکسان است؟ چرا؟

۲۰ بر اساس اعلام بانک مرکزی، میزان نرخ تورم کشور در سال‌های ۸۸ تا ۹۴ به صورت جدول زیر است:

سال	۱۳۸۸	۱۳۸۹	۱۳۹۰	۱۳۹۱	۱۳۹۲	۱۳۹۳	۱۳۹۴
نرخ تورم	۱۰٫۸	۱۲٫۴	؟	۳۰٫۵	۳۴٫۷	۱۵٫۶	۱۱٫۹

الف) اگر نرخ تورم به صورت یکنواخت تغییر کرده باشد، نرخ تورم را در سال ۱۳۹۰ تخمین بزنید.

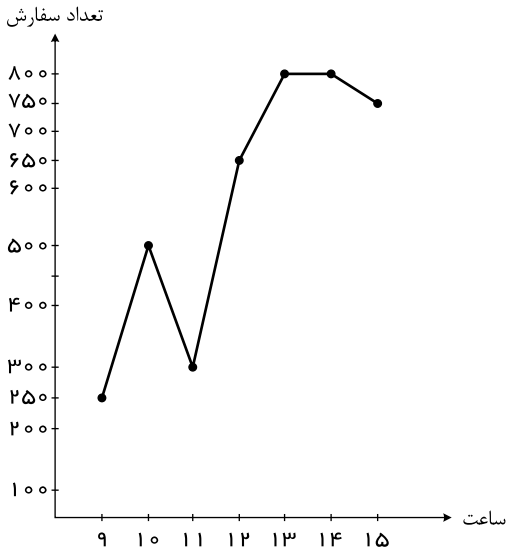
ب) طبق اعلام بانک مرکزی، نرخ تورم در سال ۱۳۹۰ برابر ۲۱٫۵ بوده است. میزان خطای درون‌یابی را حساب کنید.

پاسخنامه تشریحی

۱

نقاط را روی صفحه محورها زیر مشخص کرده و به هم وصل می‌کنیم:

الف



ب

ابتدا نقطه میانگین نقاط را مشخص می‌کنیم.

$$\bar{x} = \frac{9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15}{7} = 12$$

$$\bar{y} = \frac{250 + 500 + 300 + 650 + 800 + 800 + 750}{7} = \frac{4060}{7} = 580$$

حال معادله خط گذرنده از نقطه میانگین و نقطه آخرین داده را مشخص می‌کنیم.

(12 و 580) و (15 و 750)

$$\text{شیب خط: } \frac{750 - 580}{15 - 12} = \frac{170}{3}$$

$$y = ax + b \xrightarrow{\text{شیب} = \frac{170}{3}} y = \frac{170}{3}x + b \Rightarrow 750 = \frac{170}{3} \times 15 + b$$

$$\Rightarrow b = -100 \Rightarrow y = \frac{170}{3}x - 100$$

حال با قرار دادن $x = 16$ تعداد مراجعین در ساعت 16 را برون‌یابی می‌کنیم.

$$y = \frac{170}{3} \times 16 - 100 \approx 806$$

۲ اضافه شدن

۳ تورم

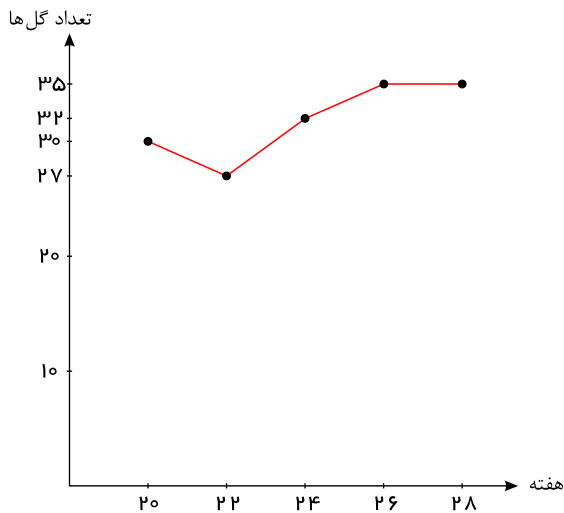
۴ خطای درون‌یابی

۵ قسمت «ب»

سری زمانی، مجموعه داده‌هایی است که در طی زمان با فواصل منظم گردآوری می‌شوند.

در قسمت «ب» داده‌ها به صورت منظم (هر ساعت) گردآوری می‌شوند اما در قسمت (الف) مشخص نشده که ساعات به طور منظم است یا نه.

۶



معادله خط گذرنده از نقطه میانگین و آخرین داده را مشخص می‌کنیم.

$$\bar{x} = \frac{20 + 22 + 24 + 26 + 28}{5} = \frac{120}{5} = 24$$

$$\bar{y} = \frac{30 + 27 + 32 + 35 + 35}{5} = \frac{159}{5} = 31,8$$

$$\text{شیب خط: } \frac{35 - 31,8}{28 - 24} = \frac{3,2}{4} = 0,8$$

$$y = ax + b \xrightarrow{\text{شیب} = 0,8} y = 0,8x + b \xrightarrow{(28, 35)} 35 = 0,8 \times 28 + b$$

$$\Rightarrow 35 = 22,4 + b \Rightarrow b = 12,6 \Rightarrow y = 0,8x + 12,6$$

$$\xrightarrow{x=30} y = 0,8 \times 30 + 12,6 = 24 + 12,6 = 36,6$$

با توجه به آنکه تعداد گل عددی طبیعی است، می‌توان گفت تقریباً ۳۶ یا ۳۷ گل در هفته ۳۰ تخمین زده می‌شود.

۷ طبق تعریف خط فقر بین‌المللی، حداقل درآمد روزانه هر فرد باید برابر ۱,۲۵ دلار باشد تا زیر خط فقر نباشد. (یک ماه را ۳۰ روز در نظر می‌گیریم)

$$\text{دلار } 225 = 1,25 \times 30 \times 6$$

حداقل درآمد یک خانواده ۶ نفره باید ۲۲۵ دلار در ماه باشد تا زیر خط فقر بین‌المللی نباشد.

۸ شاخص پوسیدگی دندان برابر ۶ است، یعنی به‌طور متوسط هر فرد دارای ۲ دندان کشیده‌شده، دو دندان پوسیده و دو دندان پر شده است.

۹ خط فقر، حداقل درآمدی است که برای زندگی یک نفر در یک ماه مورد نیاز است. خط فقر برابر است با نصف میانگین یا نصف میانه درآمد ماهیانه افراد جامعه.

۱۰ شاخص پایه آموزش از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$[0,4 \times (\text{میانگین تعداد کلمه در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار})] = \text{شاخص پایه آموزش}$$

$$7 = [0,4 \times 19] = [7,6] = 7$$

این کتاب، مناسب دانش‌آموزان پایه هفتم است.

۱۱ نرخ بیکاری برابر نسبت جمعیت بیکار به جمعیت فعال جامعه است.

ابتدا با نرخ بیکاری ۷ درصد و ۲۰۰۰۰۰۰ نفر جمعیت فعال تعداد بیکاران را در این حالت مشخص می‌کنیم:

$$\frac{7}{100} = \frac{x}{2000000} \Rightarrow 100x = 7 \times 2000000 \Rightarrow x = 7 \times 20000 \Rightarrow x = 140000$$

حال برای مشخص کردن تعداد شغل ایجادشده داریم:

$$400000 - 140000 = 260000$$

۱۲ خط فقر بین‌المللی توسط بانک جهانی در سال جاری حدود چهار هزار تومان (۱,۲۵ دلار آمریکا) برای هر نفر در روز تعیین شده است.

۱۳

الف

$$11 = [11/2] = [0,4 \times 28] = [0,4 \times (8 + 20)] = [11/2] = 11$$

این کتاب، مناسب دانش‌آموزان پایه یازدهم است.

این کتاب، مناسب دانش‌آموزانی است که پایه یازدهم را به پایان رسانده‌اند.

ب

استفاده از این شاخص ساده است. با این حال، فرض می‌کند که کلمات بزرگ‌تر و جملات طولانی‌تر باعث سخت‌تر شدن متن می‌شوند اما یک نویسندهٔ چیره‌دست می‌تواند با کلمات و جملات دیگری باعث ساده‌تر شدن متن شود.

پ

۱- تعداد کلمات در هر جمله ۲- درصد کلمات دشوار

۱۴

الف

	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند	مجموع	میانگین	انحراف معیار
شهر آ	۱۵	۲۰	۳۰	۳۵	۳۰	۳۰	۱۶۰	۲۶٫۷	۶٫۸۷
شهر ب	۲۳۰	۱۷۰	۱۵۰	۱۳۰	۱۱۰	۱۱۰	۹۰۰	۱۵۰	۴۱٫۶۳

شهر آ:

ب

مجموع: $۱۵ + ۲۰ + ۳۰ + ۳۵ + ۳۰ + ۳۰ = ۱۶۰$

$$(\bar{x}) \text{ میانگین} = \frac{۱۶۰}{۶} \approx ۲۶٫۷$$

انحراف معیار (σ) برابر است با:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{(۱۵ - ۲۶٫۷)^2 + (۲۰ - ۲۶٫۷)^2 + (۳۰ - ۲۶٫۷)^2 + (۳۵ - ۲۶٫۷)^2 + (۳۰ - ۲۶٫۷)^2 + (۳۰ - ۲۶٫۷)^2}{۶}} \\ &= \sqrt{\frac{۱۳۶٫۸۹ + ۴۴٫۸۹ + ۱۰٫۸۹ + ۶۸٫۸۹ + ۱۰٫۸۹ + ۱۰٫۸۹}{۶}} \\ &= \sqrt{\frac{۲۸۳٫۳۴}{۶}} \approx \sqrt{۴۷٫۲۲} \approx ۶٫۸۷ \end{aligned}$$

شهر ب:

مجموع: $۲۳۰ + ۱۷۰ + ۱۵۰ + ۱۳۰ + ۱۱۰ + ۱۱۰ = ۹۰۰$

$$(\bar{x}) \text{ میانگین} = \frac{۹۰۰}{۶} \approx ۱۵۰$$

انحراف معیار (δ) برابر است با:

$$\begin{aligned} &\sqrt{\frac{(۲۳۰ - ۱۵۰)^2 + (۱۷۰ - ۱۵۰)^2 + (۱۵۰ - ۱۵۰)^2 + (۱۳۰ - ۱۵۰)^2 + (۱۱۰ - ۱۵۰)^2 + (۱۱۰ - ۱۵۰)^2}{۶}} \\ &= \sqrt{\frac{۶۴۰۰ + ۴۰۰ + ۰ + ۴۰۰ + ۱۶۰۰ + ۱۶۰۰}{۶}} \\ &= \sqrt{\frac{۱۰۴۰۰}{۶}} \approx \sqrt{۱۷۳۳٫۳۳} \approx ۴۱٫۶۳ \end{aligned}$$

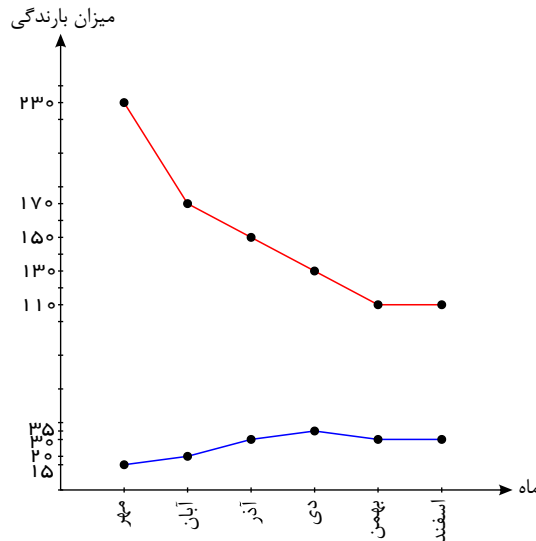
در شهر (ب) میانگین بارندگی بیشتر و همچنین پراکندگی داده‌ها بیشتر است.

ب

نمودار پراکنش نگاشت دو شهر «آ» و «ب»:

نمودار آبی: شهر «آ»

نمودار قرمز: شهر «ب»



شهر آ:

ت

میزان بارندگی در پاییز: $۱۵ + ۲۰ + ۳۰ = ۶۵$

میزان بارندگی در زمستان: $۳۵ + ۳۰ + ۳۰ = ۹۵$

میزان بارندگی در پاییز به زمستان: $\frac{۶۵}{۹۵} = \frac{۱۳}{۱۹}$

شهر ب:

میزان بارندگی در پاییز: $۲۳۰ + ۱۷۰ + ۱۵۰ = ۵۵۰$

میزان بارندگی در زمستان: $۱۳۰ + ۱۱۰ + ۱۱۰ = ۳۵۰$

میزان بارندگی در پاییز به زمستان: $\frac{۵۵۰}{۳۵۰} = \frac{۱۱}{۷}$

در شهر «ب»، نسبت میزان بارندگی در پاییز به زمستان بیشتر است.

۱۵

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{۵۰۰۰}{۸۰۵۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۰,۶\%$$

با توجه به اینکه مشخص نیست که در هر رشته تعداد افراد جویای کار چقدر است و این تعداد یکسان نیست، بدیهی است که نرخ بیکاری نیز برای رشته‌های مختلف متفاوت باشد.

۱۶ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. برای محاسبه خط فقر از روش نصف میانه استفاده می‌کنیم. از آنجا که در شهر A، ۱۵۰۰ داده وجود دارد، میانه آنها پس از مرتب کردن، میانگین دو داده ۷۵۰ و ۷۵۱ است که برابر ۸۰۰۰ است و در شهر B، ۲۰۰۰ داده وجود دارد، میانه برابر میانگین دو داده ۱۰۰۰ و ۱۰۰۱ است که ۲۰۰۰ است. در نتیجه:

$$\text{خط فقر روزانه شهر A} = \frac{۸۰۰۰}{۲} = ۴۰۰۰$$

$$\text{خط فقر روزانه شهر B} = \frac{۲۰۰۰۰}{۲} = ۱۰۰۰۰$$

حال اگر نمونه‌گیری دو شهر را با هم در نظر بگیریم، از روش نصف میانه استفاده می‌کنیم.

$$\bar{x} = \frac{۳۰۰۰ \times ۱۰۰ + ۴۰۰۰ \times ۱۰۰ + ۷۰۰۰ \times ۲۰۰ + \dots + ۳۰۰۰ \times ۱۰۰}{۳۵۰۰} = \frac{۵۵۹۰۰۰۰۰}{۳۵۰۰} \approx ۱۵۹۷۱$$

و در هیچ‌کدام از حالت‌ها نمی‌توان مشخص کرد که چه تعداد از افراد مشمول دریافت یارانه می‌شوند، چون به اطلاعات همه اعضای جامعه دسترسی نداریم.

۱۷ معادله درونیابی بین نقاط (۲, ۴) و (۴, ۱۰):

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{۱۰ - ۴}{۴ - ۲} = \frac{۶}{۲} = ۳ \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - ۱۰ = ۳(x - ۴) \Rightarrow y = ۳x - ۱۲ + ۱۰ \Rightarrow y = ۳x - ۲$$

$$\text{مقدار } a \rightarrow y = ۳(۳) - ۲ = ۷ \Rightarrow a = ۷$$

برای به دست آوردن b، ابتدا نقطه میانگین را به دست می‌آوریم:

$$\text{میانگین زمان‌ها} = ۳$$

$$\text{میانگین داده‌ها} = \frac{۶ + ۴ + ۷ + ۱۰ + ۱۳}{۵} = \frac{۴۰}{۵} = ۸$$

معادله برون‌یابی بین نقطه میانگین (۳, ۸) و نقطه انتهایی (۵, ۱۳) را می‌نویسیم:

$$m = \frac{۱۳ - ۸}{۵ - ۳} = \frac{۵}{۲} \Rightarrow y - ۱۳ = \frac{۵}{۲}(x - ۵) \Rightarrow y = \frac{۵}{۲}x - \frac{۲۵}{۲} + ۱۳ \Rightarrow y = \frac{۵}{۲}x + \frac{۱}{۲}$$

$$b \xrightarrow{x=6} b = \frac{5}{2}(6) + \frac{1}{2} = \frac{31}{2} \Rightarrow b = \frac{31}{2}$$

$$3a + 2b = 3(7) + 2\left(\frac{31}{2}\right) = 21 + 31 = 52$$

$$\text{آرمین: } \frac{50}{(1,8)^2} \approx 15,4 \text{ (کمبود وزن شدید)}$$

$$\text{فرزاد: } \frac{76}{(1,65)^2} \approx 28 \text{ (اضافه وزن)}$$

$$\text{مهران: } \frac{70}{(1,7)^2} \approx 24,2 \text{ (عادی)}$$

۱۸

۱۹

$$\text{نرخ بیکاری ریاضی} = \frac{x}{400 + x} \times 100$$

$$\text{نرخ بیکاری تجربی} = \frac{x}{200 + x} \times 100$$

$$\text{نرخ بیکاری انسانی} = \frac{x}{300 + x} \times 100$$

خیر، زیرا با توجه به ثابت بودن صورت کسرها، هرچه قدر مخرج کسر عددی بزرگ‌تر شود، حاصل کسر کوچک‌تر می‌شود. یعنی نرخ بیکاری در رشته ریاضی از همه کمتر و در رشته تجربی از همه بیشتر است.

۲۰

معادله خطی که از دو نقطه (۸۹، ۱۲،۴) و (۹۱، ۳۰،۵) می‌گذرد را می‌نویسیم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{30,5 - 12,4}{91 - 89} = \frac{18,1}{2} = 9,05$$

$$\text{معادله درونیابی: } y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 30,5 = 9,05(x - 91) \Rightarrow y = 9,05x - 823,55 + 30,5 \Rightarrow y = 9,05x - 793,05$$

$$\text{نرخ تورم در سال ۹۰: } \xrightarrow{x=90} y = 9,05 \times (90) - 793,05 = 21,45$$

ب

$$E = |\text{مقدار واقعی} - \text{مقدار درونیابی}| = |21,45 - 21,5| = 0,05$$