



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه



سید بهروز پرتوی

نام آزمون: آمار (تستی)

تاریخ آزمون:

۱ در کدام مورد، عمل سرشماری انجام نشده است؟

- ① تمام افراد جامعه مورد مطالعه قرار گیرد.
- ② اندازهی نمونه برابر اندازهی جامعه
- ③ نمونه برابر جامعهی آماری
- ④ نمونه برابر جامعهی آماری

۲ انحراف معیار ۵ داده آماری صفر است. اگر ۵ داده ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ را به داده‌ها اضافه کنیم، میانگین ۱۰ داده جدید برابر ۷ می‌شود. واریانس ۱۰ داده جدید کدام است؟

- ① ۴
- ② ۶
- ③ ۷
- ④ ۵

۳ اگر واریانس داده‌های $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ برابر صفر باشد واریانس داده‌های $x_1 + 10, x_2 + 10, \dots, x_9 + 10$ کدام است؟

- ① ۹
- ② صفر
- ③ ۱
- ④ ۳

۴ مراحل تحصیلی، متغیر تصادفی است. نوع آن کدام است؟

- ① کمی گسسته
- ② کمی پیوسته
- ③ کیفی اسمی
- ④ کیفی ترتیبی

۵ ضریب تغییرات داده‌های آماری به صورت جدول زیر، کدام است؟

داده	
	۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴

- ① ۰٫۱۲
- ② ۰٫۱۵
- ③ ۰٫۱۷
- ④ ۰٫۱۸

۶ واریانس داده‌های بین چارک اول و سوم داده‌های زیر کدام است؟

۳, ۷, ۱۸, ۵, ۱۹, ۱۰, ۱۴, ۲۴, ۳, ۲۵, ۳۱, ۱, ۴

- ① ۳۲
- ② ۳۰
- ③ ۳۱
- ④ ۳۳

۷ میانگین و واریانس ۲۵ داده آماری به ترتیب از راست به چپ ۸ و ۶ می‌باشد. ۱۰ داده را که با میانگین برابرند از بین داده‌ها حذف می‌کنیم. ضریب تغییرات چند برابر می‌شود؟

- ① $\sqrt{\frac{10}{3}}$
- ② $\sqrt{\frac{5}{3}}$
- ③ $\sqrt{\frac{5}{4}}$
- ④ $\sqrt{\frac{5}{8}}$

۸ در همه گزینه‌ها، نوع متغیرها دوه‌دو باهم متفاوت است به جز ...

- ① شاخص توده بدن - غذای موردعلاقه - تعداد شهرهای یک کشور
- ② مراحل رشد انسان - دمای هوا - قد افراد
- ③ فشار هوا - نوع بارندگی (باران یا برف) - تعداد پاسخ‌های صحیح شما در این آزمون
- ④ میزان بارندگی - گروه خونی - جمعیت افراد یک شهر

۹ اگر σ^2 واریانس داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n باشد، واریانس داده‌های $2x_1 - 3, 2x_2 - 3, \dots, 2x_n - 3$ کدام است؟

- ① σ^2
- ② $2\sigma^2$
- ③ $\sigma^2 - 3$
- ④ $4\sigma^2$



۱۰) اگر میانگین داده‌های $x_1, x_2 + 1, x_3 + 2, \dots, x_{10} + 9$ برابر با میانگین $x_1, x_2 - 1, \dots, x_{10} - 9$ باشد، در این صورت میانگین x_1, x_2, \dots, x_{10} کدام است؟

- ۱) $\frac{9}{2}$ ۲) ۹ ۳) ۴۵ ۴) صفر

۱۱) کدام یک از متغیرهای زیر، متغیر کمی پیوسته است؟

- ۱) تعداد مکالمات تلفنی ۲) جنسیت افراد ۳) گنجایش آب یک تانکر ۴) تعداد صفحه‌های یک کتاب

۱۲) تعداد داده‌های آماری برابر کدام باشد تا مطمئن شویم که چارک‌های اول، دوم و سوم با سه تا از داده‌های موجود برابرند؟ (داده‌ها متمایزاند.)

- ۱) ۱۳ ۲) ۱۸ ۳) ۲۳ ۴) ۲۵

۱۳) واریانس داده‌های ۱, ۱, ۱, ۲, ۳, ۳, ۳, ۳, ۳, ۳ است؟

- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۹

۱۴) میانگین ۸ داده‌ی آماری ۱۵ است. اگر میانگین چهار داده‌ی اول ۱۲ باشد، مجموع چهار داده‌ی دیگر کدام است؟

- ۱) ۶۰ ۲) ۶۴ ۳) ۷۲ ۴) ۸۰

۱۵) «ارتفاع کوه‌های ایران از سطح دریا» چه نوع متغیری است؟

- ۱) کمی گسسته ۲) کمی پیوسته ۳) کیفی اسمی ۴) کیفی ترتیبی

۱۶) کدام جمله غلط است؟

- ۱) اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانه، میانگین دو داده‌ی وسط است. ۲) اگر همه‌ی داده‌ها را در عدد ثابت a ضرب کنیم، میانه هم در a ضرب می‌شود.
۳) میانه تحت تأثیر داده‌های دورافتاده قرار نمی‌گیرد. ۴) اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانه با هیچ‌یک از داده‌ها برابر نیست.

۱۷) کارخانه‌ای دو نوع لاستیک تولید می‌کند. میانگین طول عمر دو نوع A و B به ترتیب ۱۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ کیلومتر و انحراف معیار آن‌ها ۲۰۰۰ و ۱۰۰۰ کیلومتر است. کدام نوع لاستیک بهتر است؟

- ۱) A ۲) B ۳) یکسان ۴) نیاز به اطلاعات بیشتر

۱۸) اگر میانگین داده‌های $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ برابر ۱۲ باشد، میانگین داده‌های $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}, 16, 8$ چقدر از میانگین قبلی بیش‌تر است؟

- ۱) ۱,۴۴ ۲) ۲,۴ ۳) ۲ ۴) ۰

۱۹) واریانس ۱۱ داده‌ی آماری صفر است. اگر داده‌های ۲,۴, ۱۶ و ۲۶ به آن‌ها اضافه شود، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند، انحراف معیار ۱۴ داده‌ی حاصل کدام است؟

- ۱) ۰,۷۵ ۲) ۱,۲۵ ۳) ۴ ۴) ۲

۲۰) مجموع مجزورات ۱۰ داده‌ی آماری ۵۰۰ و میانگین داده‌ها ۷ می‌باشد. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{5}$ ۲) $\frac{1}{7}$ ۳) $\frac{2}{7}$ ۴) $\frac{1}{7}$

پاسخنامه تشریحی

وقتی می‌خواهیم تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم عمل سرشماری انجام می‌دهیم. در این حالت نمونه دیگر زیرمجموعه‌ای از جامعه‌ی آماری نیست، بلکه برابر با خود جامعه است و در نتیجه اندازه‌ی نمونه و جامعه با هم برابر است.

اگر انحراف معیار چند داده‌ی آماری برابر صفر باشد، تمام داده‌ها با هم برابر هستند. عدد مورد نظر را x در نظر می‌گیریم. پس داده‌ها به صورت زیر هستند:
 $x, x, x, x, x, x, 3, 4, 5, 6, 7$

$$\bar{x} = 7 = \frac{5x + 3 + 4 + 5 + 6 + 7}{10} \Rightarrow 5x + 25 = 70 \Rightarrow 5x = 45 \Rightarrow x = 9$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \left((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \right)$$

$$\sigma^2 = \frac{5 \times (9 - 7)^2 + (7 - 7)^2 + (7 - 6)^2 + (7 - 5)^2 + (7 - 4)^2 + (7 - 3)^2}{10} = \frac{20 + 0 + 1 + 4 + 9 + 16}{10} = 5$$

چون واریانس داده‌ها برابر صفر است پس $x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_9$ است. حال باید واریانس داده‌های $x_1, x_1, \dots, x_1, x_1 + 10$ را حساب کنیم.

$$\bar{x} = \frac{\overbrace{x_1 + x_1 + \dots + x_1}^{9 \text{ تا}} + x_1 + 10}{10} = \frac{10x_1 + 10}{10} = \frac{10(x_1 + 1)}{10} = x_1 + 1$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \left((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \right) = \frac{1}{10} \left(9(x_1 - (x_1 + 1))^2 + ((x_1 + 10) - (x_1 + 1))^2 \right)$$

$$= \frac{1}{10} (9 + 81) = \frac{90}{10} = 9$$

مراحل تحصیلی، متغیر کیفی ترتیبی می‌باشد.

۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\bar{x} = \frac{5(10) + 4(11) + 7(14)}{16} = \frac{192}{16} = 12$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \left((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \right) = \frac{1}{16} (5(10 - 12)^2 + 4(11 - 12)^2 + 7(14 - 12)^2) = \frac{1}{16} (20 + 4 + 28) = \frac{52}{16}$$

$$= \frac{13}{4} \rightarrow \sigma = \frac{\sqrt{13}}{2} \sim 1,8$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,8}{12} = 0,15$$

داده‌ها را مرتب می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$1, 3, \boxed{3, 4}, 5, 7, \boxed{10}, 14, 18, \boxed{19, 24}, 25, 31$$

$$Q_1 = \frac{3+4}{2} = 3,5 \quad Q_2 = 10 \quad Q_3 = \frac{19+24}{2} = 21,5$$

داده‌های بین چارک اول و سوم: 4, 5, 7, 10, 14, 18, 19

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{4 + 5 + 7 + 10 + 14 + 18 + 19}{7} = 11$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \left((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \right)$$

$$\sigma^2 = \frac{(-7)^2 + (-6)^2 + (-4)^2 + (-1)^2 + 3^2 + 7^2 + 8^2}{7} = \frac{224}{7} = 32$$



$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_p - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N} \text{ می دانیم که } \textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \textcircled{4} \textcircled{7}$$

چون ۱۰ داده حذف شده با میانگین برابرند، بنابراین مجموع مجذور اختلاف داده‌ها از میانگین و همچنین خود میانگین در حالت اول و دوم برابر خواهد بود، پس:

$$\sigma_1^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2}{25} = 6 \Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2 = 150$$

$$\Rightarrow \sigma_p^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2}{15} = \frac{150}{15} = 10 \Rightarrow \sigma_p = \sqrt{10}$$

$$\sigma_1^2 = 6 \Rightarrow \sigma_1 = \sqrt{6}$$

حال باتوجه به رابطه $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} CV_p = \frac{\sigma_p}{\bar{x}_p} = \frac{\sqrt{10}}{8} \\ CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = \frac{\sqrt{6}}{8} \end{cases} \Rightarrow \frac{CV_p}{CV_1} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{8}}{\frac{\sqrt{6}}{8}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

بررسی گزینه‌ها: $\textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \textcircled{4} \textcircled{8}$

گزینه ۱: کمی پیوسته - کیفی اسمی - کمی گسسته

گزینه ۲: کیفی ترتیبی - کمی پیوسته - کمی پیوسته

گزینه ۳: کمی پیوسته - کیفی اسمی - کمی گسسته

گزینه ۴: کمی پیوسته - کیفی اسمی - کمی گسسته

بنابراین گزینه ۲، صحیح است.

داده‌ها دو برابر شده‌اند و از آن‌ها ۳ واحد کم شده است بنابراین واریانس ۴ برابر می‌شود. $\textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \textcircled{4} \textcircled{9}$

توجه کنید اگر تمام داده‌های آماری را k برابر کنیم واریانس k^2 برابر می‌شود و اگر به تمام داده‌های آماری مقداری ثابت اضافه کنیم واریانس تغییر نمی‌کند.

$\textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \textcircled{4} \textcircled{10}$

$$x_1, x_p + 1, x_p + 2, \dots, x_{10} + 9 \rightarrow \bar{x}_1 = \frac{x_1 + x_p + \dots + x_{10} + 45}{10}$$

$$2x_1, 2x_p - 1, 2x_p - 2, \dots, 2x_{10} - 9 \rightarrow \bar{x}_p = \frac{2(x_1 + x_p + \dots + x_{10}) - 45}{10}$$

$$\bar{x}_1 = \bar{x}_p \rightarrow \frac{x_1 + x_p + \dots + x_{10} + 45}{10} = \frac{2(x_1 + x_p + \dots + x_{10}) - 45}{10}$$

$$\rightarrow x_1 + x_p + \dots + x_{10} + 45 = 2(x_1 + x_p + \dots + x_{10}) - 45$$

$$\rightarrow x_1 + x_p + \dots + x_{10} = 90 \rightarrow \text{میانگین} = \frac{90}{10} = 9$$

توجه کنید که $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ است براساس این فرمول $1 + 2 + \dots + 9 = \frac{9 \times 10}{2} = 45$ است.

تعداد مکالمات تلفنی قابل شمارش است و کمی گسسته است. $\textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \textcircled{4} \textcircled{11}$

جنسیت افراد قابل اندازه‌گیری نیست و در آن ترتیب خاصی وجود ندارد، پس کیفی اسمی است.

گنجایش آب یک تانکر قابل اندازه‌گیری بوده و هر مقداری را بین دو مقدار اندازه‌گیری شده می‌تواند اختیار کند، پس کمی پیوسته است.

تعداد صفحه‌های یک کتاب قابل اندازه‌گیری است و متغیر کمی گسسته است.

چارک‌ها باید از خود داده‌ها باشند پس فرض می‌کنیم که a چارک اول، b چارک دوم و c چارک سوم است. $\textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \textcircled{4} \textcircled{12}$

$$\underbrace{\dots}_{\text{داده } x}, \underbrace{\dots}_{\text{داده } a}, \underbrace{\dots}_{\text{داده } b}, \underbrace{\dots}_{\text{داده } c}, \underbrace{\dots}_{\text{داده } x}$$

$$\text{تعداد کل داده‌ها} = x + 1 + x + 1 + x + 1 + x = 4x + 3$$

$$\text{نادرست: } 4x + 3 = 13 \rightarrow 4x = 10 \rightarrow x = \frac{5}{4} \notin \mathbb{N}$$

$$\text{نادرست: } 4x + 3 = 18 \rightarrow 4x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{4} \notin \mathbb{N}$$

$$\text{درست: } 4x + 3 = 23 \rightarrow 4x = 20 \rightarrow x = 5 \in \mathbb{N}$$



ندارست : $\frac{11}{2} \notin \mathbb{N} \rightarrow 4x = 22 \rightarrow x = \frac{11}{2}$: گزینه چهارم

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\begin{aligned} \text{داده های اول : } \bar{x} &= \frac{1+1+1+2+2}{5} = \frac{8}{5} \\ \sigma^2 &= \frac{1}{N} \left((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \right) = \frac{1}{5} \left(\frac{9}{25} + \frac{9}{25} + \frac{9}{25} + \frac{4}{25} + \frac{4}{25} \right) = \frac{80}{125} \\ \text{داده های دوم : } \bar{x} &= \frac{1+2+3+3+3}{5} = \frac{12}{5} \\ \sigma^2 &= \frac{1}{N} \left((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \right) = \frac{1}{5} \left(\frac{49}{25} + \frac{4}{25} + \frac{9}{25} + \frac{9}{25} + \frac{9}{25} \right) = \frac{80}{125} \end{aligned}$$

پس نسبت واریانس ها برابر یک می باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

مجموع کل ۸ داده $8 \times 15 = 120$

مجموع ۴ داده ی اول $4 \times 12 = 48$

$120 - 48 = 72$ = مجموع ۴ داده ی دوم \Rightarrow مجموع ۴ داده ی اول = مجموع ۸ داده

۱۵ ارتفاع یک متغیر کمی است که می تواند بین دو مقدار a و b هر مقدار دیگری را اختیار کند. پس از نوع کمی پیوسته است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

۱۶ اگر تعداد داده ها زوج باشد و هر دو داده وسط برابر باشند، میانه با هر دو آن ها برابر است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

۱۷ ضریب تغییرات آن ها را با هم مقایسه می کنیم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$CV_A = \frac{2000}{11000} = \frac{2}{11}, \quad CV_B = \frac{1000}{10000} = \frac{1}{10}$$

چون ضریب تغییرات لاستیک نوع B کمتر است، لاستیک بهتری است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10}}{10} = 12 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} = 120$$

$$\bar{y} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} + 8 + 16}{10 + 2} = \frac{120 + 24}{12} = \frac{144}{12} = 12 \Rightarrow \bar{y} - \bar{x} = 0$$

۱۹ چون واریانس ۱۱ داده آماری برابر صفر است پس همه داده ها با هم برابرند و اگر ۱۱ داده را a در نظر بگیریم میانگین آن ها نیز a است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

$$\underbrace{a, a, \dots, a}_{\text{یازده}} \rightarrow \bar{x} = \frac{11a + 66}{14} = a \rightarrow 11a + 66 = 14a \rightarrow 3a = 66 \rightarrow a = 22$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{N} \left((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \right) \\ &= \frac{1}{14} \left(\underbrace{(x_1 - 22)^2 + (x_2 - 22)^2 + \dots + (x_{11} - 22)^2}_0 + (24 - 22)^2 + (16 - 22)^2 + (26 - 22)^2 \right) \\ &= \frac{1}{14} (0 + 4 + 36 + 16) = \frac{56}{14} = 4 \rightarrow \sigma = 2 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$\sigma = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} - \bar{x}^2} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{500}{10} - 7^2} = \sqrt{50 - 49} = \sqrt{1} = 1$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1}{7}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴