



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۹۰ دقیقه



نام آزمون: آمار و احتمال ۱۱ ریاضی فصل ۱

تشریحی
تاریخ آزمون:

۱ با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها را ثابت کنید.

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

۲ با کمک جدول ارزشی، درستی رابطه $p \wedge \sim(p \vee q) \equiv \sim p$ را نشان دهید. (قانون دمورگان)

۳ درستی هریک از گزاره‌های زیر را بررسی کنید.

الف) $(A \subseteq X) \wedge (A' \subseteq X) \Rightarrow X = U$

ب) $(A - B) \cup (A \cap B) = A$

پ) $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$

ت) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

ث) $(A \cup B) \cap (A' \cap B') = \emptyset$

ج) $(A \cup B) = (A \cup C) \wedge (A \cap B) = (A \cap C) \Rightarrow B = C$

۴ در جاهای خالی عدد یا علامت مناسب قرار دهید. به طوری که گزاره‌های حاصل دارای ارزش درست شوند.

ب) $5 + \square \notin \mathbb{Z}$

الف) $-7 \times \square = -7$

ت) $\frac{10 \times 9}{3} \square 5 \times 3$

پ) $\frac{8 \times \square}{4} \in \left\{ 2, \frac{1}{3} \right\}$

ج) $1 \square \{1\}$

ث) $\square \times \sqrt{2} = 0$

ح) $7(\square - 3) = 35$

چ) $5(\square - 3) = 20$

۵ ثابت کنید برای مجموعه‌های A و B با مجموعه مرجع U داریم $A - B \subseteq A$

۶ گزاره‌های زیر را با استفاده از نمادهای \forall, \exists بنویسید و ارزش هر کدام را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) هر عدد طبیعی زوج یا فرد است.

ب) برای بعضی از مقادیر a در مجموعه اعداد حسابی داریم: $a^2 < 0$

پ) همه عددهای اول فردند.

ت) عدد صحیح مثبتی وجود دارد مانند x به طوری که $1 - 2x > 5$

ث) حاصل جمع هر عدد حقیقی ناصفر با معکوسش بزرگ‌تر یا مساوی ۲ است.

ج) به ازای بعضی از مقادیر حقیقی داریم: $x^3 = x$

۷ با فرض $A \cup B = B \cup A$ ثابت کنید $A \cap B = B \cap A$

۸ درستی یا نادرستی تساوی‌های زیر را با کمک نمودار ون مشخص کنید.

۱) $A - B = A \cap B'$

۲) $A - B = B' - A'$

۳) $A - B = A - (A \cup B)$

۴) $A - B = A - (A \cap B)$

۹ تساوی‌های زیر را به کمک روش عضوگیری ثابت کنید.

۱) $A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B$

۲) $A - B = B' - A'$



۱۰ اگر $U = \{x \in Z, |x + 2| \leq 4\}$ و $A = \{x \in U, 2x + 4 < 7\}$ و $B = \{x \in U, x - 1 \geq 1\}$ و $C = \{x \in U, -1 \leq x < 2\}$ باشند. درستی تساوی‌های زیر را بررسی کنید.

۱) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

۲) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

۱۱ درستی یا نادرستی تساوی‌های زیر را معلوم کنید.

۱) $\emptyset \in \{\emptyset\}$

۵) $\{a\} \in \{\{a, b\}, c\}$

۲) $\emptyset \not\subset \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

۶) $\{\emptyset\} \notin \{\emptyset, \{\emptyset, 1\}\}$

۳) $x \in \{\{x\}, -1\}$

۷) $\{2, -1\} \in \{1, 2, \{-1, 2\}\}$

۴) $\{a, b\} \subseteq \{b, a, \{a\}\}$

۸) $\{1, 2, y\} \subseteq \{y, 2, 1\}$

۱۲ مجموعه‌های A و B و C را به گونه‌ای تعریف کنید که: $A \in B$ $B \in C$ $A \subset C$

۱۳ اگر p و q دو گزاره باشند ثابت کنید $p \wedge \sim q \equiv \sim (p \vee q)$ (جدول ارزش‌های هر یک از گزاره‌ها را رسم کنید).

۱۴ نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف) عدد x فرد یا اول است.

ب) عدد صفر زوج و نامنفی است.

۱۵ دامنه متغیر گزاره $\frac{2}{x-2} = 3$ را بیان کنید.

۱۶ اگر مجموعه $A \times A$ دارای ۲۵ عضو باشد و $(1, -1)$ ، $(2, 0)$ ، $(4, 0)$ سه عضو $A \times A$ باشند مجموعه A را بیابید. سپس مجموعه توانی A را بنویسید.

۱۷ اگر $A_n = \left[\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n} \right]$ باشد، $A_1 \times A_2$ را با رسم نمودار نشان دهید.

۱۸ گزاره (مربع هر عدد حقیقی، نامنفی است) را با نماد ریاضی بیان کرده و ارزش آن را تعیین کنید.

۱۹ دامنه متغیر گزاره $\frac{5}{x-1} = 1$ را بیان کنید.

۱۹ درستی تساوی‌های زیر را ثابت کنید.

الف

$$(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$$

ب

$$A - B = B' - A'$$

۲۰ اگر دو عضو از مجموعه A حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۳۸۴ واحد کم می‌شود، مجموعه A چند زیرمجموعه دارد؟