



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه



نام آزمون: آمار و احتمال ۱۱ ریاضی فصل ۳

تشریحی
تاریخ آزمون:

۱ ضرب تغییرات داده‌های زیر را بدست آورید.

۲۶, ۲۱, ۲۰, ۲۵, ۲۴, ۲۲, ۲۳, ۱۹, ۱۸, ۲۲

۲ اگر n داده را c برابر کنیم ضرب تغییرات داده‌ها چند برابر می‌شود؟

۳ نمودار مستطیلی داده‌های زیر را رسم کنید.

فرآوانی	حدود دسته
۴	۷۲ - ۷۵
۶	۷۵ - ۷۸
۱۰	۷۸ - ۸۱
۷	۸۱ - ۸۴
۳	۸۴ - ۸۷

۴ در دوازده داده آماری مجموع تمام داده‌ها ۷۲ و مجموع مجزورات آن‌ها ۴۸۰ می‌باشد. ضرب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

۵ نمرات ریاضی دو دانش آموز A و B در پنج آزمون داخلی به صورت روبه‌رو است. عملکرد کدام بهتر است؟

$A: 18, 16, 18, 19, 19$

$B: 18, 20, 19, 16, 17$

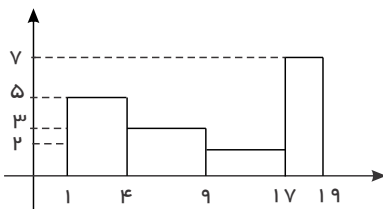
۶ میانگین ۵۰ داده دسته‌بندی شده با روش سریع را بدست آورید.

x	۱۱۰	۱۱۶	۱۲۲	۱۲۸	۱۳۴
f	۵	۸	۱۵	۱۲	۱۰

۷ اگر میانگین داده‌های a, a, a, a, a برابر $a + 1$ باشد. میانگین داده‌های $a, a + 1, a + 2, a + 3$ و $a + 4$ چند است؟

۸ اگر در جامعه‌ای $\sum x_i = 15$ و $\sum (x_i)^2 = 55$ و $n = 5$ باشد. واریانس x کدام است؟

۹ در نمودار مستطیلی مقابل، فرآوانی در کدام دسته بیشتر است؟



۱۰ در جدول مقابل مقادیر انحراف از میانگین داده‌های آماری دسته‌بندی شده را مشخص می‌کند. فرآوانی دسته ششم چقدر است؟

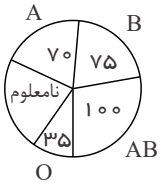
انحراف از میانگین	-۴	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳
فرآوانی	۵	۱۱	۹	۴	۸	x	۳

۱۱ در ۳۰ داده آماری مجموع تمام داده‌ها برابر ۲۴۰ و مجموع مربعات این داده‌ها ۲۱۹۰ می‌باشد. ضرب تغییرات کدام است؟

۱۲ داده‌های آماری ۱۸, ۱۷, ۷, ۲۰, ۱۶, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۷, ۲۱, ۱۲, ۱۳ را با نمودار جعبه‌ای نشان می‌دهیم. واریانس داده‌های داخل جعبه تقریباً چقدر است؟



۱۳) نمودار دایره‌ای روبه‌رو، متناسب با تعداد کارکنان سازمانی با گروه خونی متمایز است. گروه خونی ۳۲ نفر از آنان تعیین نشده است. چند نفر از آن‌ها گروه خونی B دارند؟



۱۴) در داده‌های آماری ۱۵, ۱۱, ۱۳, ۱۲, ۸, ۹, ۱۱, ۱۱, ۹, ۱۱, ۱۵ تفاضل مد و میانه کدام است؟

۱۵) در جدول داده‌های زیر اگر درصد فراوانی نسبی دسته وسط برابر ۳۰ باشد فراوانی دسته (۱۲, ۱۰) کدام است؟

مرکز دسته	۷	۹	۱۱	۱۳	۱۵
فراوانی دسته	۹	۱۵	x	۱۰	۸

۱۶) در جدول مقابل واریانس را بدست آورید.

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴
فراوانی	۴	۳	۹	۷	۲

۱۷) جملات زیر را کامل کنید:

(الف) برای متغیرهای پیوسته از نمودار استفاده می‌شود.

(ب) برای متغیرهای گسسته از نمودارهای و استفاده می‌شود.

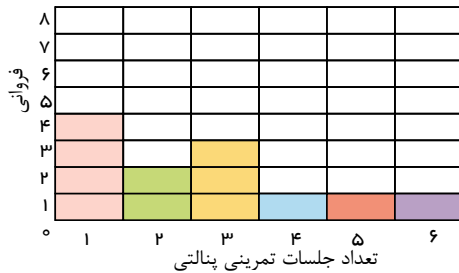
(پ) برای متغیرهای کیفی از نمودارهای و استفاده می‌شود.

۱۸) جدول فراوانی و نمودارهای مناسب مربوط به تعداد حروف بیت شعر زیر را به دست آورید.

کیست این پنهان مرا در جان و تن کز زبان من همی گوید سخن

۱۹) بالاترین دما در هریک از روزهای هفته گذشته اندازه‌گیری شده و نتایج زیر به دست آمده است. معدل یا میانگین دما در هفته گذشته چه عددی است؟

۲۰) نمودار زیر، نمودار میله‌ای مربوط به تعداد ضربات پنالتی گل شده یک بازیکن در شش جلسه تمرین پنالتی است. با توجه به نمودار، میانگین، میانه و مد تعداد ضربات گل شده را به دست آورید؟



پاسخنامه تشریحی

۱

$$\bar{x} = \frac{۲۶ + ۲۱ + ۲۰ + ۲۰ + ۲۵ + ۲۴ + ۲۲ + ۲۳ + ۱۹ + ۱۸ + ۲۲}{۱۰} = ۲۲$$

$$\sigma^2 = \frac{(۲۶ - ۲۲)^2 + (۲۱ - ۲۲)^2 + (۲۰ - ۲۲)^2 + (۲۵ - ۲۲)^2 + (۲۴ - ۲۲)^2}{۱۰}$$

$$+ \frac{(۲۲ - ۲۲)^2 + (۲۳ - ۲۲)^2 + (۱۹ - ۲۲)^2 + (۱۸ - ۲۲)^2 + (۲۲ - ۲۲)^2}{۱۰}$$

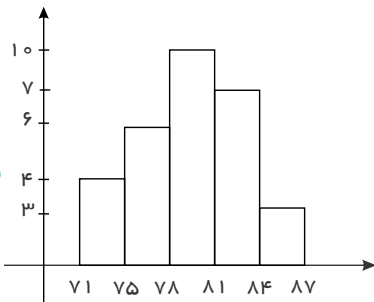
$$\sigma^2 = \frac{۶۰}{۱۰} = ۶ \rightarrow \sigma = \sqrt{۶} \rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۶}}{۲۲}$$

۲ اگر داده‌ها c برابر شوند میانگین c برابر شده و انحراف معیار $|c|$ برابر می‌شود.

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma_{\text{جدید}}}{\bar{x}_{\text{جدید}}} = \frac{|c| \sigma_{\text{قدیم}}}{c \bar{x}_{\text{قدیم}}} = \frac{|c|}{c} \cdot CV_{\text{قدیم}}$$

پس ضریب تغییرات $\frac{|c|}{c}$ برابر می‌شود اگر c مثبت باشد، حاصل این مقدار برابر می‌شود ۱ و اگر c منفی باشد حاصل این مقدار ۱- است.

۳



۴

$$\text{میانگین داده‌ها} = \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{12}}{12} = \frac{۷۲}{12} = ۶$$

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{12}^2}{12} - \bar{x}^2 = \frac{۴۸۰}{12} - ۶^2 = ۴ \rightarrow \sigma = ۲$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

۵

$$\bar{x}_A = \frac{۱۸ + ۱۶ + ۱۸ + ۱۹ + ۱۹}{۵} = \frac{۹۰}{۵} = ۱۸$$

$$\bar{x}_B = \frac{۱۸ + ۲۰ + ۱۹ + ۱۶ + ۱۷}{۵} = \frac{۹۰}{۵} = ۱۸$$

میانگین نمرات دو دانش‌آموز با هم برابر است. حال به سراغ واریانس یا ضریب تغییرات داده‌ها می‌رویم.

$$\sigma_A^2 = \frac{(۱۸ - ۱۸)^2 + (۱۶ - ۱۸)^2 + (۱۸ - ۱۸)^2 + (۱۹ - ۱۸)^2 + (۱۹ - ۱۸)^2}{۵} = \frac{۶}{۵}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(۱۸ - ۱۸)^2 + (۲۰ - ۱۸)^2 + (۱۹ - ۱۸)^2 + (۱۶ - ۱۸)^2 + (۱۷ - ۱۸)^2}{۵} = ۲$$

چون $\sigma_A^2 < \sigma_B^2$ پس عملکرد دانش‌آموز A بهتر است.

۶ میانگین فرضی را $y = ۱۲۳$ در نظر می‌گیریم و $x - ۱۲۳$ را بدست می‌آوریم.

$x - ۱۲۳$	f
-۱۳	۵
-۷	۸
-۱	۱۵
۵	۱۲
۱۱	۱۰

$$A = \frac{۵(-۱۳) + ۸(-۷) + ۱۵(-۱) + ۱۲(۵) + ۱۰(۱۱)}{۵ + ۸ + ۱۵ + ۱۲ + ۱۰} = \frac{۳۴}{۵۰} = \frac{۶۸}{۱۰۰}$$

میانگین داده‌ها را با توجه به جدول اخیر بدست می‌آوریم:

$$\bar{x} = y + A = 123 + 0,68 = 123,68$$

۷ حاصل تقسیم مجموع ۵ داده $a, a, a, a, a + 1$ بر ۵ برابر $\frac{3a}{2}$ است بنابراین:

$$\frac{3a}{2} = \frac{a + a + a + a + a + 1}{5} \Rightarrow 3(5a + 1) = 15a \Rightarrow 5a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{5} (*)$$

بنابراین میانگین ۵ داده $a + 1$ و $a + 2$ و $a + 3$ و $a + 4$ برابر:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{a + (a + 1) + (a + 2) + (a + 3) + (a + 4)}{5} = \frac{5a + 10}{5} \\ &= \frac{5(a + 2)}{5} = a + 2 \stackrel{(*)}{=} \frac{2}{5} + 2 = \frac{12}{5} \end{aligned}$$

۸

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i)^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{55}{5} - \left(\frac{15}{5}\right)^2 = 11 - 9 = 2$$

۹

[17, 19]

۱۰ مجموع انحراف از میانگین تمام داده‌ها برابر صفر است.

$$f_1(x_1 - \bar{x}) + f_2(x_2 - \bar{x}) + \dots + f_k(x_k - \bar{x}) = 0$$

$$5(-4) + 11(-2) + 9(-1) + 4(0) + 8(1) + x(2) + 3(3) = 0$$

$$= -20 - 22 - 9 + 8 + 2x + 9 = 0 \Rightarrow x = 17$$

بنابراین فراوانی مطلق دسته ۱۷ است.

۱۱ مجموع مربعات تمام داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n به ترتیب ۲۴۰ و ۲۱۹۰ می‌باشد. پس:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{30} = \frac{240}{30} = 8, \quad x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 2190$$

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{30} - (\bar{x})^2 = \frac{2190}{30} - 8^2 = 73 - 64 = 9 \Rightarrow \sigma = 3$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{8} = 0,375$$

۱۲ تعداد داده‌ها برابر ۱۳ است چون $13 = 3 \times 4 + 1$ می‌باشد پس اگر داده‌ها را مرتب کنیم آنگاه سه داده اول و سه داده آخر خارج جعبه قرار دارند و ۷ داده میانی درون جعبه قرار می‌گیرند.

$$7, 9, 10, \underbrace{11, 12, 12, 13, 16, 17, 17, 18, 20, 21}_{\text{داده میانی}}$$

میانگین و واریانس ۷ داده میانی بصورت زیر می‌باشند:

$$\bar{x} = \frac{11 + 12 + 12 + 13 + 16 + 17 + 17}{7} = 14$$

$$\sigma^2 = \frac{(11 - 14)^2 + 2(12 - 14)^2 + (13 - 14)^2 + (16 - 14)^2 + 2(17 - 14)^2}{7} = \frac{40}{7} = 5,7$$

۱۳ اگر اندازه زاویه مرکزی متناظر با نامعلوم a باشد، آنگاه:

$$a + 70 + 75 + 100 + 35 = 360 \Rightarrow a = 80$$

از 360° کل، 80° مربوط به نامعلوم است. بنابراین تعداد کل کارکنان شرکت برابر است با:

$$32 = \frac{80}{360} \times n \Rightarrow n = \frac{9 \times 32}{2} = 144$$

بنابراین تعداد کارکنان با گروه خونی B برابر است با:

$$\frac{75}{360} \times 144 = 30$$

۱۴ مد داده‌ها ۱۱ و میانه ۱۱ است.

$$8, 9, 11, \underbrace{11}_{\text{میانه}}, 12, 13, 15$$

۱۵ فراوانی دسته $(10, 12)$ با مرکز ۱۱ $\frac{10 + 12}{2} = 11$ برابر x است، از تعریف فراوانی نسبی مقدار x را بدست می‌آوریم:

$$\text{فراوانی نسبی دسته وسط} = \frac{f_f}{n} = \frac{x}{9 + 15 + x + 8 + 10} = \frac{x}{x + 42} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$



$$\Rightarrow 10x = 3(42 + x) = 3 \times 42 + 3x \Rightarrow 7x = 3 \times 42 \Rightarrow x = \frac{3 \times 42}{7} = 18$$

۱۶) $x - 18$ را بدست می آوریم واریانس داده‌های جدید با واریانس داده‌های اولیه برابر می‌باشد.

$x - 18$	-۶	-۳	۰	۳	۶
f	۴	۳	۹	۷	۲

$$\bar{x} = \frac{4(-6) + 3(-3) + 9(0) + 7(3) + 2(6)}{4 + 3 + 9 + 7 + 2} = \frac{0}{25} = 0$$

$$\sigma^2 = \frac{4(-6-0)^2 + 3(-3-0)^2 + 9(0-0)^2 + 7(3-0)^2 + 2(6-0)^2}{25} = 12,24$$

۱۷) الف) نمودار بافت نگاشت

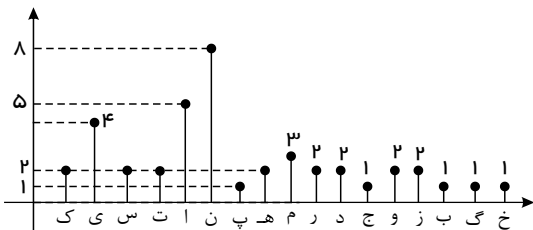
ب) میله‌ای و دایره‌ای

پ) میله‌ای و دایره‌ای

۱۸) جدول فراوانی حروف را رسم می‌کنیم.

حروف	فراوانی
ک	۲
ی	۴
س	۲
ت	۲
ا	۵
ن	۸
پ	۱
ه	۲
م	۳
ر	۲
د	۲
ج	۱
و	۲
ز	۲
ب	۱
گ	۱
خ	۱

نمودار میله‌ای



۱۹) البته در صورت سؤال باید میانگین بالاترین دما خواسته می‌شود.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i}{n} = \frac{55 + 27 + 29 + 32 + 28 + 31 + 29}{7} = \frac{231}{7} = 33$$

$$\text{میانگین تعداد گل در هر جلسه تمرینی} = \frac{4 + 2 + 3 + 1 + 1 + 5}{6} = \frac{16}{6} \approx 2,66$$

۱ گل = مد داده‌ها

$$\text{میانة داده‌های } 1, 1, 2, 3, 4, 5 = \frac{2 + 3}{2} = 2,5$$