نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه

نام آزمون: امار و احتمال ۱۱ ریاضی فصل ۲ (تستی)

تاریخ آزمون:

۱ میزی دارای ۳ کشو است. یکی از کشوها محتوی یک سکهٔ طلا و یک سکهٔ نقره می‌باشد، کشوی دیگر محتوی ۲ سکهٔ نقره و کشوی سوم محتوی ۲ سکهٔ طلا باشد. یکی از کشوها را به‌تصادف باز کرده و سکه‌ای از آن خارج می‌کنیم. اگر این سکه نقره باشد مطلوبست احتمال آنکه سکهٔ دیگر طلا باشد؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۲ تاسی را ۳ بار پرتاب می کنیم. با چه احتمالی اعداد رو شده تشکیل دنبالهٔ اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی نمی‌دهند؟

۱) $\frac{۷}{۹}$ ۲) $\frac{۲۲}{۲۷}$ ۳) $\frac{۲۳}{۲۷}$ ۴) $\frac{۸}{۹}$

۳ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به‌طوری که $A \subset B$ و $P(A) = \frac{۱}{۳}$ و $P(B) = \frac{۳}{۴}$، آنگاه $P(B|A')$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۷}{۱۲}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

۴ در خانواده‌ای با سه فرزند کدام پیشامد جنسیت فرزند هرگز رخ نمی‌دهد؟

۱) سه فرزند هم‌جنس نباشند. ۲) حداکثر دو فرزند هم‌جنس باشند. ۳) حداقل ۲ فرزند هم‌جنس باشند. ۴) هیچ دو فرزندی هم‌جنس نباشند.

۵ در جعبه‌ای ۶ مهرهٔ سفید، ۴ مهرهٔ سیاه است. دو مهره به‌صورت پی‌درپی و بدون جایگذاری از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، مهرهٔ دوم، سفید است؟

۱) ۰٫۵ ۲) ۰٫۶ ۳) ۰٫۶۴ ۴) ۰٫۷۲

۶ از میان ۶ نفر به نام‌های a و b و c و d و e و f چهارنفر به‌تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه a و b انتخاب شوند چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۷ در پرتاب دو تاس اگر مجموع دو تاس بزرگ‌تر از ۵ ظاهر شود چقدر احتمال دارد هر دو تاس مساوی باشند؟

۱) $\frac{۴}{۲۶}$ ۲) $\frac{۴}{۲۸}$ ۳) $\frac{۴}{۳۶}$ ۴) $\frac{۴}{۳۰}$

۸ عددی به تصادف از مجموعه $\{۱, ۲, ۰۰۰, ۱۰۰\}$ انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این عدد حداقل بر یکی از اعداد ۳ یا ۵ بخش‌پذیر نیست؟

۱) ۰٫۴۱ ۲) ۰٫۴۷ ۳) ۰٫۵۳ ۴) ۰٫۹۴

۹ سه سکه و دو تاس را به‌طور هم‌زمان پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه فقط یکی از سکه‌ها رو بیایید و مجموع دو تاس، عددی دو رقمی باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

۱۰ دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم با کدام احتمال هریک از اعداد روشده مضرب ۳ نیست؟

۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۱۲}$ ۴) $\frac{۷}{۱۸}$

۱۱ از میان ۴ کارت به شماره‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ کارتی به‌تصادف انتخاب می‌کنیم و سپس سکه‌ای را به تعداد عدد روی کارت انتخاب‌شده پرتاب می‌کنیم. اگر سکه دو بار رو بیاید احتمال آنکه کارت شمارهٔ ۳ انتخاب شده باشد چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۱۶}$

۱۲ روی هر کارت یکی از اعداد ۱ تا ۱۲ را نوشته، سپس در یک کیسه قرار می‌دهیم. سپس به دلخواه یک کارت از کیسه بیرون می‌آوریم. اگر عدد زوج باشد، یک عدد دیگر از کیسه بیرون می‌آوریم و در سمت راست عدد اول قرار می‌دهیم. اگر عدد فرد باشد یک تاس پرتاب کرده و عدد روشده را در سمت راست عدد اول قرار می‌دهیم. سپس از اعداد ساخته‌شده، در همهٔ حالت‌های ممکن، مجموعهٔ A را تشکیل می‌دهیم. یک عدد از مجموعهٔ A انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال، عدد انتخابی بر ۴ بخش‌پذیر است؟

۱) $\frac{۹}{۳۴}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۹}{۴۰}$ ۴) $\frac{۲}{۹}$

۱۳ تیم فوتسال یک کلاس، ۸ بازیکن با قدهای مختلف دارد. دو بازیکن از این تیم به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر بازیکن اول بلندتر از بازیکن دوم باشد، احتمال اینکه بازیکن اول بلندقدترین بازیکن تیم باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۷}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

۱۴ اگر $S=\{a,b,c,d,e\}$ فضای نمونهٔ یک آزمایش تصادفی، $A=\{a,b\}$، $B=\{a,c\}$ و $C=\{a,d,e\}$ پیشامدهایی از این فضای نمونه و $P(A)=\frac{۱}{۳}$، $P(B)=\frac{۲}{۵}$ و $P(C)=\frac{۳}{۵}$ باشد، آن‌گاه $P(A'\cap B')$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۳}{۳۰}$ ۲) $\frac{۴}{۱۵}$ ۳) $\frac{۱۱}{۳۰}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۵ از بین اعداد سه‌رقمی عددی را به‌تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر این عدد مضرب ۷ نباشد چقدر احتمال دارد مضرب ۵ باشد؟

۱) $\frac{۷۷}{۳۸۶}$ ۲) $\frac{۱۳}{۶۴}$ ۳) $\frac{۱}{۷}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

۱۶ دو سبد داریم که در سبد اول ۴ توپ قرمز و ۶ توپ سبز و در سبد دوم ۶ توپ قرمز و ۴ توپ سبز وجود دارد. یک سکهٔ سالم را پرتاب می‌کنیم. اگر رو آمد، توپی به‌تصادف از سبد اول انتخاب می‌کنیم و اگر پشت آمد، به تصادف توپی از سبد دوم انتخاب می‌کنیم. احتمال انتخاب یک توپ قرمز چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۷ دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال، حداقل یکی از اعداد روشده، مقسوم‌علیه ۶ است؟

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۶}$ ۳) $\frac{۸}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۸ اگر $P(A')=\frac{۳}{۸}$ باشد، حاصل $P(B-A)-P(A\cup B)$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۸}$ ۲) $-\frac{۵}{۸}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $-\frac{۳}{۸}$

۱۹ ۴۰ درصد دانش‌آموزان پایهٔ یازدهم دبیرستانی رشتهٔ ریاضی و بقیه رشتهٔ تجربی هستند. ۲۵ درصد دانش‌آموزان رشتهٔ ریاضی و ۳۰ درصد دانش‌آموزان رشتهٔ تجربی در درس فیزیک نمرهٔ بالای ۱۸ گرفته‌اند. یکی از دانش‌آموزان پایهٔ یازدهم این دبیرستان را به‌تصادف انتخاب کرده و مشاهده می‌کنیم که نمرهٔ فیزیک او بالای ۱۸ است. با چه احتمالی این فرد دانش‌آموز رشتهٔ ریاضی است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۱۴}$ ۳) $\frac{۲}{۷}$ ۴) $\frac{۳}{۷}$

۲۰ از میان جایگشت‌های حروف a، b، c، d و e، یکی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم این جایگشت با حرف a آغاز نمی‌شود، احتمال این‌که حرف دوم آن b باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۱۶}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴

F_i پیشامد آنکه سکه متعلق به کشو iام باشد: $i = ۱, ۲, ۳$

E پیشامد آنکه سکه نقره باشد:

طبق صورت سؤال: $P(F_۱) = \frac{۱}{۳}$ ، $P(F_۲) = \frac{۱}{۳}$ ، $P(F_۳) = \frac{۱}{۳}$

$P(E|F_۱) = \frac{۱}{۲}$ ، $P(E|F_۲) = ۱$ ، $P(E|F_۳) = ۰$

$$P(F_۱|E) = \frac{P(E|F_۱) \times P(F_۱)}{P(E|F_۱) \times P(F_۱) + P(E|F_۲) \times P(F_۲) + P(E|F_۳) \times P(F_۳)}$$

$$= \frac{\frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} \times ۱ + \frac{۱}{۳} \times ۰} = \frac{۱}{۳}$$

۲ ۱ ۲ ۳ ۴ بازای انتخاب هر ۳ عدد متمایز از ارقام یک تاس، یک دنبالهٔ اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی می‌توانیم داشته باشیم داریم:

$P(A:$ پیشامد تشکیل دنبالهٔ اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی $) = P($تشکیل دنبالهٔ صعودی$) + P($تشکیل دنبالهٔ نزولی$)$

$$= \frac{\binom{۶}{۳}}{۶^۳} + \frac{\binom{۶}{۳}}{۶^۳} = \frac{۲۰ + ۲۰}{۲۱۶} = \frac{۴۰}{۲۱۶}$$

$P($اعداد روشده تشکیل دنباله اکیداً صعودی یا نزولی ندهند$) = ۱ - P(A) = ۱ - \frac{۴۰}{۲۱۶} = \frac{۲۲}{۲۷}$

۳ ۱ ۲ ۳ ۴ طبق قانون تفاضل و رابطهٔ احتمال شرطی داریم:

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B - A)}{۱ - P(A)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{۱ - P(A)}$$

$$\xrightarrow[A \cap B = A]{A \subset B} \frac{P(B) - P(A)}{۱ - P(A)} = \frac{\frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۳}}{۱ - \frac{۱}{۳}} = \frac{\frac{۵}{۱۲}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۱۵}{۲۴} = \frac{۵}{۸}$$

۴ ۱ ۲ ۳ ۴ واضح است که هر فرزند، دختر یا پسر است. اگر فرزند اول و دوم متفاوت باشند؛ فرزند سوم حتماً با یکی از آن دو مشابه است. پس نمی‌شود هیچ دو فرزندی هم‌جنس نباشند.

۵ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول:

$P($مهرهٔ دوم سفید$) = P($مهرهٔ اول سیاه و مهرهٔ دوم سفید$) + P($مهرهٔ اول سفید و مهرهٔ دوم سفید$)$

$$= \frac{۶}{۱۰} \times \frac{۵}{۹} + \frac{۴}{۱۰} \times \frac{۶}{۹} = \frac{۳۰ + ۲۴}{۹۰} = \frac{۵۴}{۹۰} = \frac{۶}{۱۰}$$

روش دوم:

چون در مورد رنگ مهرهٔ اول اطلاعی نداریم می‌توانیم از آن صرف‌نظر کنیم یعنی انگار می‌خواهیم برای اولین بار مهره خارج کنیم و احتمال سفید بودن آن را می‌خواهیم.

۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا تعداد اعضای فضای نمونه را مشخص می‌کنیم.

$$n(S) = \binom{۶}{۴} = ۱۵$$

چون a و b انتخاب شده‌اند دو نفر باقی‌مانده باید از بین c و d و e و f انتخاب شوند بنابراین a, b را کنار می‌گذاریم. می‌ماند ۴ عضو که به $\binom{۴}{۲}$ حالت دو عضو را میان آنها انتخاب می‌کنیم.

$$n(A) = \binom{۴}{۲} = ۶$$

$$P(A) = \frac{۶}{۱۵} = \frac{۲}{۵}$$

۷ ۱ ۲ ۳ ۴ از متمم برای حل سؤال کمک می‌گیریم. تعداد کل حالات پرتاب دو تاس، ۳۶ حالت است.

تعداد حالات غیرقابل‌قبول:

جمع دو تاس:	۲	۳	۴	۵
	↓	↓	↓	↓
تعداد حالات:	۱	۲	۳	۴

$\Rightarrow ۱ + ۲ + ۳ + ۴ = ۱۰$

$$P = \frac{۴}{۳۶ - (۱ + ۲ + ۳ + ۴)} = \frac{۴}{۲۶}$$

دقت: مثلاً در حالات غیرقابل‌قبول که مجموع دو تاس ۴ باشد اعداد روی تاس‌ها اینگونه است: $(۲,۲),(۳,۱),(۱,۳)$

۸ ۱ ۲ ۳ **۴**

پیشامد آنکه عدد انتخابی مضرب ۳ باشد: A

پیشامد آنکه عدد انتخابی مضرب ۵ باشد: B

متمم این پیشامد آن است که عدد انتخاب شده هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش‌پذیر باشد، یعنی مضرب ۱۵ باشد.

$$P(A' \cup B') = ۱ - P(A \cap B) = ۱ - \frac{\left[\frac{۱۰۰}{۱۵}\right]}{۱۰۰} = ۱ - ۰/۰۶ = ۰/۹۴$$

۹ ۱ ۲ ۳ ۴ فرض کنید A پیشامد آن باشد که در پرتاب سه سکه، فقط یکی رو بیایید.

در این صورت داریم:

$$P(A) = \frac{\binom{۳}{۱}}{۲^۳} = \frac{۳}{۸}$$

همچنین فرض کنید B پیشامد آن باشد که در پرتاب دو تاس، مجموع اعداد روشده، عددی دو رقمی یعنی ۱۰ یا ۱۱ یا ۱۲ باشد. در این‌صورت داریم:

$$B = \{(۴,۶),(۵,۵),(۵,۶),(۶,۴),(۶,۵),(۶,۶)\} \to n \subset (B) = ۶$$

$$P(B) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$$

دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{۳}{۸} \times \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۱۶}$$

۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴ با استفاده از قاعدهٔ ضرب حل می کنیم احتمال اینکه هر تاس مضرب ۳ نباشد برابر $\frac{۲}{۳} = \frac{۴}{۶}$ است. (یعنی از ۶ حالت روی تاس اعداد ۱، ۲ ، ۴ ، ۵ قابل‌قبول است.)

حالت مطلوب حالتی است که اولی مضرب ۳ نباشد و دومی مضرب ۳ نباشد.

$$\frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} = \frac{۴}{۹}$$

۱۱ ۱ ۲ **۳** ۴ طبق فرمول احتمال شرطی داریم:

$$P(\text{کارت شمارهٔ ۳} \mid \text{دو بار رو بیاید}) = \frac{P(\text{کارت شمارهٔ ۳ و دو بار رو بیاید})}{P(\text{دو بار رو بیاید})} = \frac{\frac{۱}{۴} \times \frac{۳}{۸}}{(\frac{۱}{۴} \times ۰) + (\frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۴}) + (\frac{۱}{۴} \times \frac{۳}{۸}) + (\frac{۱}{۴} \times \frac{۶}{۱۶})} = \frac{\frac{۳}{۸}}{\frac{۴+۶+۶}{۱۶}} = \frac{\frac{۳}{۸}}{۱} = \frac{۳}{۸}$$

۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴ تعداد اعضای فضای نمونه برابر است با:

$$n(S) = \underset{\text{کارت اول زوج}}{۶} \times ۱۱ + \underset{\text{کارت اول فرد}}{۶} \times ۶ = ۱۰۲$$

به‌ازای هر یک از اعداد رو شدهٔ زوج در کارت اول، اعداد ۴، ۸ و ۱۲ برای کارت دوم قابل‌قبول است، ولی حالت‌های $(۴,۴)$، $(۸,۸)$ و $(۱۲,۱۲)$ امکان‌پذیر نیست.

به‌ازای هریک از اعداد روشدهٔ فرد در کارت اول، اعداد ۲ و ۶ در کارت دوم قابل‌قبول است، بنابراین تعداد اعضای پیشامد تصادفی برابر است با:

$$n(A) = (۶ \times ۳) - ۳ + (۲ \times ۶) = ۲۷$$

بنابراین احتمال برابر است با:

$$P(A) = \frac{۲۷}{۱۰۲} = \frac{۹}{۳۴}$$

۱۳ ۱ ۲ **۳** ۴ فرض کنید پیشامدهای A و B به‌ترتیب به‌صورت «بازیکن اول بلندتر از بازیکن دوم باشد.» و «بازیکن اول بلندقدترین بازیکن تیم باشد.» تعریف شوند. در این صورت طبق فرمول احتمال شرطی داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{\frac{۱}{۸}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۴}$$

تذکر: $P(A) = \frac{۱}{۲}$ است، چون بین دو بازیکن اول و دوم، احتمال بلندقدتر بودن یک بازیکن برابر دیگری است. همچنین پیشامد B، زیرمجموعهٔ پیشامد A است. بنابراین $A \cap B = B$ است.

۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$A \cup B = \{a,b,c\} \Rightarrow A' \cap B' = (A \cup B)' = \{d,e\}$$

$$P(A) + P(B) + P(C) = \frac{۱}{۳} + \frac{۲}{۵} + \frac{۳}{۵} = \frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow ۳P(a) + P(b) + P(c) + P(d) + P(e) = \frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow ۲P(a) + \underbrace{P(\{a,b,c,d,e\})}_{۱} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow ۲P(a) = \frac{۱}{۳} \Rightarrow P(a) = \frac{۱}{۶} \quad (۱)$$

در نتیجه:

$$P(A' \cap B') = P(\{d,e\}) \overset{(۱)}{=\!=} P(\{a,d,e\}) - P(a) = \frac{۳}{۵} - \frac{۱}{۶} = \frac{۱۳}{۳۰}$$

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴

طبق رابطهٔ احتمال شرطی داریم: $P(\text{۵ مضرب} \mid \text{نامضرب ۷}) = \frac{P(\text{۵ مضرب} \cap \text{نامضرب ۷})}{P(\text{نامضرب ۷})} = \frac{P(\text{۵ مضرب}) - P(\text{۷ مضرب})}{۱ - P(\text{۷ مضرب})}$

$$= \frac{P(\text{۵ مضرب}) - P(\text{۵ مضرب} \cap \text{۷ مضرب})}{۱ - P(\text{۷ مضرب})}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{تعداد مضارب ۵} = \left\lfloor \frac{۹۹۹}{۵} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{۹۹}{۵} \right\rfloor = ۱۹۹ - ۱۹ = ۱۸۰ \\ \text{تعداد مضارب ۷} = \left\lfloor \frac{۹۹۹}{۷} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{۹۹}{۷} \right\rfloor = ۱۴۲ - ۱۴ = ۱۲۸ \\ \text{تعداد مضارب ۷} \times ۵ = \left\lfloor \frac{۹۹۹}{۳۵} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{۹۹}{۳۵} \right\rfloor = ۲۸ - ۲ = ۲۶ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{جواب} = \frac{\frac{۱۸۰}{۹۰۰} - \frac{۲۶}{۹۰۰}}{۱ - \frac{۱۲۸}{۹۰۰}} = \frac{۷۷}{۳۸۶}$$

۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴ فرض کنیم R پیشامد انتخاب توپ قرمز، H پیشامد رو آمدن سکه و T پیشامد پشت آمدن سکه باشد. در این صورت:

$P(R) = P$(سکه رو بیاید و از سبد اول مهرهٔ قرمز برداریم) $+ P$(سکه پشت بیاید و از سبد دوم مهرهٔ قرمز برداریم)

$$P(R) = P$$

$$= P(R \cap H) + P(R \cap T) \Rightarrow P(R) = P(R|H) \times P(H) + P(R|T) \times P(T)$$

$$= \frac{۴}{۱۰} \times \frac{۱}{۲} + \frac{۶}{۱۰} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲}(\frac{۴}{۱۰} + \frac{۶}{۱۰}) = \frac{۱}{۲}$$

۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ اعداد ۱ ، ۲ ،۳ و ۶ مقسوم‌علیه‌های عدد ۶ هستند، بنابراین در پرتاب یک تاس به احتمال $\frac{۱}{۳}$، عددی مقسوم‌علیه ۶ رو نمی‌شود. اگر A پیشامد رو شدن حداقل یک عدد مقسوم‌علیه ۶ در پرتاب دو تاس باشد، آنگاه داریم:

$$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - (\frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۳}) = ۱ - \frac{۱}{۹} = \frac{۸}{۹}$$

۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴ طبق قوانین احتمال داریم:

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۳}{۸} = \frac{۵}{۸}$$

$$P(B - A) - P(A \cup B) = \cancel{P(B)} - \cancel{P(A \cap B)} - P(A) - \cancel{P(B)} + \cancel{P(A \cap B)} = -P(A) = -\frac{۵}{۸}$$

۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴ فرض کنید پیشامدهای $B_۱$ و $B_۲$ به‌ترتیب تعلق داشتن فرد انتخاب‌شده به رشتهٔ ریاضی و رشتهٔ تجربی و پیشامد A داشتن نمرهٔ بالای ۱۸ باشد. در این صورت طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(A) = P(B_۱)P(A|B_۱) + P(B_۲)P(A|B_۲)$$

$$= \frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۲۵}{۱۰۰} + \frac{۶۰}{۱۰۰} \times \frac{۳۰}{۱۰۰} = \frac{۲۸}{۱۰۰}$$

حال طبق قانون بیز داریم:

$$P(B_۱|A) = \frac{P(B_۱)P(A|B_۱)}{P(A)} = \frac{\frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۲۵}{۱۰۰}}{\frac{۲۸}{۱۰۰}} = \frac{۱۰}{۲۸} = \frac{۵}{۱۴}$$

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم تعداد جایگشت‌های یک مجموعهٔ n عضوی برابر با $n!$ است. فضای نمونهٔ اولیه شامل جایگشت‌های حروف a، b، c، d و e است، اما چون می‌دانیم که جایگشت انتخاب شده با حرف a آغاز نمی‌شود، تعداد حالت‌های فضای نمونه از $۵!$ به $۴ \times ۴!$ کاهش می‌یابد. فرض کنید در این فضای نمونه، A پیشامد آن باشد که حرف دوم در جایگشت این حروف، حرف b باشد، با توجه به این‌که حرف اول جایگشت نمی‌تواند a باشد، داریم:

$$n(A) = \overset{\bigcirc}{۳} \times \overset{\bigcirc}{۱} \times \overset{\bigcirc}{۳} \times \overset{\bigcirc}{۲} \times \overset{\bigcirc}{۱} = ۳ \times ۳!$$

در نتیجه:

$$\text{احتمال مطلوب}: P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳ \times ۳!}{۴ \times ۴!} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۱۶}$$

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۲	۶	۲	۱۱	۳	۱۶	۱
۲	۲	۷	۱	۱۲	۱	۱۷	۳
۳	۴	۸	۴	۱۳	۲	۱۸	۲
۴	۴	۹	۱	۱۴	۱	۱۹	۲
۵	۲	۱۰	۱	۱۵	۱	۲۰	۲