

نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه



نام آزمون: هندسه دوازدهم آزمون جامع تستی

تاریخ آزمون:

۱) اگر $AB - BA = I$ باشد، حاصل $AB^2 - B^2A$ کدام است؟

- ۱A ۲B ۳A ۴B

۲) در بیضی با دو کانون F و F' دایره به قطر $FF' = 2c$ ، دایره کانونی بیضی نام دارد. در کدام حالت، دایره کانونی درون بیضی قرار می‌گیرد؟

- ۱ $0 < e < \frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲ $0 < e < \frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳ $0 < e < \frac{4}{5}$ ۴ $0 < e < \frac{\sqrt{6}}{3}$

۳) اگر داشته باشیم $AB^{-1} = 3I$ و $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$ ، ماتریس $B(CA)^{-1}$ کدام است؟

- ۱ $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{9} \\ -\frac{1}{9} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ ۲ $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{2}{9} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ ۳ $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{2}{9} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{9} \end{bmatrix}$ ۴ $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{9} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \end{bmatrix}$

۴) خط $y = ax + 2$ دایره $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ را در نقاط A و B قطع می‌کند. کمترین اندازه AB کدام است؟

- ۱ $3\sqrt{2}$ ۲ ۳ ۳ $\sqrt{3}$ ۴ $2\sqrt{3}$

۵) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد مجموع درایه‌های سطر دوم در ماتریس A^{1000} کدام است؟

- ۱ ۱۰۰۱ ۲ ۲۰۰۱ ۳ ۱۰۰۰ ۴ ۲۰۰۰

۶) به‌ازای کدام مقدار a ، خط هادی سهمی $x^2 - 12y + ax + 8 = 0$ ، به معادله $x = \frac{21}{8}$ است؟

- ۱ ۳ و ۱۲ ۲ ۳ و ۱۶ ۳ ۵ و ۱۲ ۴ ۵ و ۱۶

۷) اگر $\vec{a} = (1, -2, 3)$ و $\vec{b} = (2, 0, 1)$ ، مساحت متوازی‌الاضلاع تولیدشده توسط دو بردار $\vec{a} + 3\vec{b}$ و $2\vec{a} + 5\vec{b}$ ، کدام است؟

- ۱ $2\sqrt{3}$ ۲ $3\sqrt{2}$ ۳ $3\sqrt{5}$ ۴ $5\sqrt{3}$

۸) اگر یکی از جواب‌های معادله $O = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ ، برابر $x = 0$ باشد، آنگاه جواب دیگر معادله کدام است؟

- ۱ $-\frac{3}{2}$ ۲ $-\frac{5}{2}$ ۳ $-\frac{7}{2}$ ۴ $-\frac{9}{2}$

۹) اگر $\vec{c} = \vec{0}$ و $3\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ و $|\vec{a} \times \vec{b}| = 4$ باشند، آنگاه $|\vec{b} \times \vec{c}|$ کدام است؟

- ۱ ۴ ۲ ۶ ۳ ۸ ۴ ۱۲

۱۰) $A(1, 2, -1)$ و $B(0, 1, 1)$ دو رأس متوالی یک متوازی‌الاضلاع هستند. اگر محل تلاقی قطرهای متوازی‌الاضلاع نقطه $O(2, 1, 1)$ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- ۱ $6\sqrt{5}$ ۲ $2\sqrt{5}$ ۳ $4\sqrt{5}$ ۴ $8\sqrt{5}$



۱۱) نقاط $(0, -1)$ ، $(0, 3)$ و $(-2, 1)$ روی یک سهمی واقع هستند. از کانون سهمی، خطی موازی با خط هادی آن رسم می‌کنیم تا سهمی را در نقاط M و N قطع کند. اندازه MN چقدر است؟

- ۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۱۲) حاصل عبارت $(i - j + k) \cdot ((3j + k) \times (k - i))$ برابر کدام است؟ (i, j, k) بردارهای یک‌ه‌ی محورهای مختصات‌اند.

- ۱) -2 ۲) -1 ۳) ۵ ۴) ۷

۱۳) اگر برای بردارهای واحد \vec{a} ، \vec{b} ، \vec{c} داشته باشیم $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ ، حاصل $|2\vec{a} - 4\vec{b} + 2\vec{c}|$ چقدر است؟

- ۱) ۶ ۲) $2\sqrt{3}$ ۳) $3\sqrt{2}$ ۴) ۲

۱۴) تصویر قائم بردار $(0, -3, 6)$ روی امتداد بردار $(2, -1, -2)$ کدام بردار است؟

- ۱) $(2, -1, -2)$ ۲) $(-2, 1, 2)$ ۳) $(4, -2, -4)$ ۴) $(2, 3, -1)$

۱۵) اگر ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} a & 4 \\ b & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 9 & -5 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$ تعویض‌پذیر باشند، حاصل $a - b$ کدام است؟

- ۱) -3 ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) -6

۱۶) بردار $v = (-1, -2, 2)$ مفروض است. مجموع مؤلفه‌های مختصات بردار u به طول ۱۵ که موازی و هم‌جهت با v باشد، کدام است؟

- ۱) -1 ۲) -3 ۳) -5 ۴) -6

۱۷) کدام نقطه از سهمی $y^2 = 4x$ از کانون و رأس آن به یک فاصله است؟

- ۱) $(1, 2)$ ۲) $(2, 2\sqrt{2})$ ۳) $(\frac{1}{2}, \sqrt{2})$ ۴) $(\frac{1}{2}, 1)$

۱۸) اگر A ماتریس مربعی مرتبه ۳ و وارون‌پذیر بوده طوری که $|BA - I| = 2$ ، آنگاه حاصل $|AB - I|$ کدام است؟

- ۱) -2 ۲) ۲ ۳) ۸ ۴) -8

۱۹) دو شعاع نور موازی با محور x ها به بدنه سهمی به معادله $y^2 + 8y + 12x - 8 = 0$ می‌تابند. بازتاب این دو شعاع در کدام نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟

- ۱) $(-1, -4)$ ۲) $(5, -4)$ ۳) $(2, -1)$ ۴) $(2, -7)$

۲۰) به‌ازای چند مقدار طبیعی k ، معادله $x^2 + y^2 + 2x + 3y + k = 0$ معادله یک دایره است؟

- ۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳