نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه

نام آزمون: هندسه دوازدهم فصل دوم تستی

تاریخ آزمون:

۱ در یک بیضی دو سر کوتاه‌ترین وتر کانونی و کانون دیگر تشکیل یک مثلث متساوی‌الاضلاع می‌دهند. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

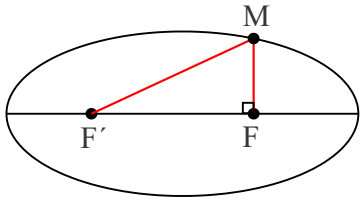
۲ طول کوتاه‌ترین وتر کانونی سهمی به معادلهٔ $y^۲ = ۳y - ۵x - \frac{۴۹}{۴}$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۴}$ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) ۵ ۴) ۱۰

۳ رأس یک سهمی مبدأ مختصات، $F(۰, -۳)$ کانون و $A(-۲\sqrt{۶}, -۲)$ نقطه‌ای از آن است. فاصلهٔ نقطهٔ A تا خط هادی سهمی کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۱۰

۴ در بیضی مقابل با کانون‌های F و F'، مساحت مثلث قائم‌الزاویهٔ MFF' چند برابر خروج از مرکز بیضی است؟



۱) $a^۲$
۲) $b^۲$
۳) $c^۲$
۴) bc

۵ دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۴x + ۲y + n = ۰$ بر دو خط $y = x - m$ و $y = x + ۱$ مماس است. $m - n$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۴ ۳) ۷ ۴) ۱۰

۶ مستطیلی به طول اضلاع ۱۱ و ۵ و سکه‌ای به شعاع R مفروض‌اند. سکه را روی سطح مستطیل پرتاب می‌کنیم. اگر مرکز سکه درون مستطیل باشد، مساحت مکان هندسی مرکز سکه به شرط آنکه بخشی از سکه داخل مستطیل و بخشی از آن خارج مستطیل قرار داشته باشد، ۲۸ واحد مربع است. R کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱٫۲۵ ۳) ۱٫۵ ۴) ۱٫۷۵

۷ معادلهٔ سهمی با رأس $S(-۴, -۲)$ و کانون $F(-۲, -۲)$ کدام است؟

۱) $(y+۲)^۲ = ۴(x+۴)$ ۲) $(y+۲)^۲ = ۸(x+۴)$ ۳) $(y-۲)^۲ = -۴(x+۴)$ ۴) $(y-۲)^۲ = -۸(x+۴)$

۸ در بیضی با خروج از مرکز $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$، نسبت طول قطر بزرگ به طول قطر کوچک، چند برابر $\sqrt{۵}$ است؟

۱) ۰٫۴ ۲) ۰٫۵ ۳) ۰٫۶ ۴) ۰٫۸

۹ دهانهٔ سهمی به معادلهٔ $x^۲ - ۴x - ۲by - a = ۰$ رو به بالا بوده و کانون آن روی محور xها است. اگر سهمی از مبدأ مختصات بگذرد، b کدام است؟

۱) -۲ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) -۴

۱۰ حاصل‌ضرب فاصله‌ی رأس کانونی یک بیضی از دو کانون بیضی کدام است؟

۱) $\sqrt{۲b}$ ۲) $۲b$ ۳) $۲b^۲$ ۴) $b^۲$

۱۱ در مثلث ABC، ضلع BC و طول میانهٔ وارد بر این ضلع ثابت هستند. مکان هندسی نقطهٔ همرسی میانه های مثلث ABC کدام است؟

۱) دو خط موازی با BC ۲) خطی عمود بر BC ۳) دایره ای مماس بر BC ۴) دایره ای به مرکز وسط ضلع BC

۱۲ کمترین فاصله‌ی مبدأ مختصات از نقاط دایره $x^۲ - ۸x + y^۲ + ۱۵ = ۰$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۱۶

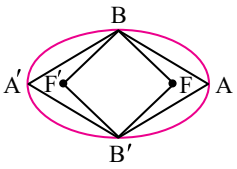
۱۳ خط قائم بر دایره‌ی $x^۲ + y^۲ + ay + b = ۰$ در نقطه‌ی $A(\sqrt{۳}, ۲)$، محور xها را در نقطه‌ای به طول $-\sqrt{۳}$ قطع می‌کند. $a - b$ کدام است؟

۱) -۵ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۵

۱۴ تمام دایره‌های به مرکز $M(x\ ,\ y)$ واقع بر سهمی $۳y = x^۲ - ۲x - ۲$ گذرنده بر کانون آن بر کدام خط ثابت همواره مماس‌اند؟

۱) $x = \frac{۵}{۴}$ ۲) $x = \frac{۳}{۴}$ ۳) $y = -\frac{۱}{۴}$ ۴) $y = -\frac{۷}{۴}$

۱۵ در بیضی شکل مقابل، نسبت مساحت چهارضلعی $BFB'F'$ به مساحت چهارضلعی $ABA'B'$ کدام است؟



۱) e ۲) $\frac{۱}{e}$ ۳) $e^۲$ ۴) $\frac{۱}{e^۲}$

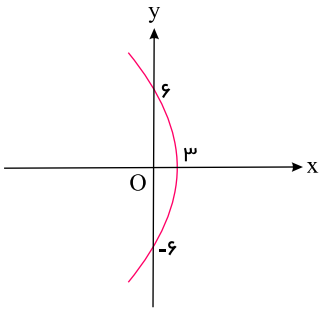
۱۶ اگر فاصلهٔ کانون تا خط هادی سهمی به معادلهٔ $x^۲ + ۴x + my - ۶ = ۰$ برابر ۴ واحد و $m < ۰$ باشد، آن‌گاه معادلهٔ خط هادی سهمی کدام است؟

۱) $y = \frac{۱۳}{۴}$ ۲) $y = \frac{۹}{۴}$ ۳) $y = -\frac{۹}{۴}$ ۴) $y = -\frac{۱۳}{۴}$

۱۷ دو دایره $C_۱ : x^۲ + y^۲ - ۲x - ۷ = ۰$ و $C_۲ : x^۲ + y^۲ - ۲y - ۱ = ۰$ نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

۱) مماس داخل ۲) مماس خارج ۳) متداخل ۴) متقاطع

۱۸ نمودار مقابل مربوط به یک سهمی با محور تقارن موازی محور xهاست. کانون آن کدام نقطه است؟



۱) $(۱, ۱)$
۲) $(۱, ۰)$
۳) $(۰, ۰)$
۴) $(۲, ۰)$

۱۹ کدام‌یک از نقاط زیر درون سهمی به معادلهٔ $y^۲ = ۲x + ۳$ قرار دارد؟ (درون سهمی ناحیه‌ای است که کانون سهمی در آن قرار دارد).

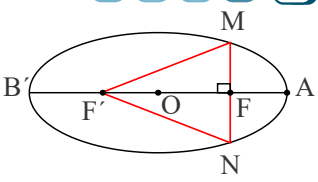
۱) $(۲, ۳)$ ۲) $(۲, -۴)$ ۳) $(۰, ۱)$ ۴) $(-۲, ۳)$

۲۰ بیضی با طول قطر بزرگ ۶ و طول قطر کوچک ۲ را درنظر بگیرید. بیشترین مساحت از بین مثلث‌هایی که یک راس آن روی بیضی و دو راس دیگر آن کانون‌های این بیضی باشند، کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ **۴** مطابق شکل، مثلث $F'MN$ متساوی‌الاضلاع است. برای ارتفاع $F'F$ در این مثلث داریم:



$$\left.\begin{array}{l} FF' = ۲c \\ FF' = \frac{\sqrt{۳}}{۲}MN \end{array}\right\} \to \frac{\sqrt{۳}}{۲}MN = ۲c \to MN = \frac{۲b^۲}{a}$$

$$\to \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{۲b^۲}{a} = ۲c \to \sqrt{۳}b^۲ = ۲ac \left.\begin{array}{l} \\ a^۲ = c^۲ + b^۲ \to b^۲ = a^۲ - c^۲ \end{array}\right\} \to \sqrt{۳}(a^۲ - c^۲) = ۲ac \xrightarrow{\div a^۲} \sqrt{۳}(۱ - (\frac{c}{a})^۲) = ۲(\frac{c}{a})$$

$$\xrightarrow{\frac{c}{a}=e} \sqrt{۳}e^۲ + ۲e - \sqrt{۳} = ۰$$

خروج از مرکز : $e = \frac{-۱ \pm \sqrt{۱ + ۳}}{\sqrt{۳}} = \frac{-۱ \pm ۲}{\sqrt{۳}} \to \begin{cases} e_۱ = \frac{-۱ + ۲}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \\ e_۲ = \frac{-۱ - ۲}{\sqrt{۳}} = -\sqrt{۳} \text{ غ‌ق‌ق} \end{cases}$

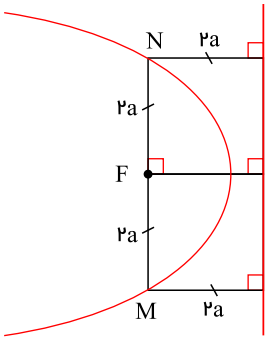
۲ ۱ ۲ **۳** ۴

معادلهٔ سهمی را به فرم متعارف تبدیل می‌کنیم:

$$y^۲ = ۳y - ۵x - \frac{۴۹}{۴} \to y^۲ - ۳y = -۵x - \frac{۴۹}{۴}$$

$$\xrightarrow{+(\frac{۳}{۲})^۲} y^۲ - ۳y + \frac{۹}{۴} = -۵x - \frac{۴۹}{۴} + \frac{۹}{۴} \to (y - \frac{۳}{۲})^۲ = -۵x - ۱۰ \to (y - \frac{۳}{۲})^۲ = -۵(x + ۲)$$

مطابق شکل و معادلهٔ اخیر، نتیجه می‌شود که $-۴a = -۵$، پس:



طول کوتاه‌ترین وتر کانونی : $MN = ۴a = ۵$

۳ ۱ **۲** ۳ ۴ هر نقطه روی سهمی از خط هادی و کانون به یک فاصله است؛ بنابراین داریم:

فاصلهٔ A تا خط هادی $= AF = \sqrt{(-۲\sqrt{۶} - ۰)^۲ + (-۲ - (-۳))^۲} = \sqrt{۲۴ + ۱} = \sqrt{۲۵} = ۵$

۴ ۱ **۲** ۳ ۴

پاره‌خط MF نصف وتر کانونی بیضی است که طول آن برابر $\frac{b^۲}{a}$ می‌باشد، پس:

$$S_{\Delta MFF'} = \frac{۱}{۲}MF \times FF' = \frac{۱}{۲} \times \frac{b^۲}{a} \times ۲c = (\frac{c}{a}) \times b^۲ = eb^۲$$

۵ ۱ ۲ ۳ **۴** از روی معادلهٔ دایره، مرکز و شعاع را به‌دست می‌آوریم:

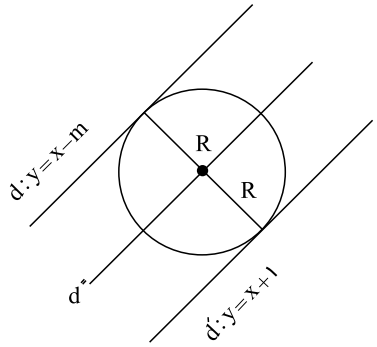
$$x^۲ + y^۲ - ۴x + ۲y + n = ۰ \to \text{مختصات مرکز } O = (-\frac{a}{۲}, -\frac{b}{۲}) = (-\frac{-۴}{۲}, -\frac{۲}{۲}) = (۲, -۱)$$

$$R = \frac{۱}{۲}\sqrt{(-۴)^۲ + ۲^۲ - ۴n} = \frac{\sqrt{۲۰ - ۴n}}{۲} = \sqrt{۵ - n}$$

دو خط $d : y = x - m$ و $d' : y = x + ۱$ با هم موازی‌اند و مرکز دایره‌ای که بر d و d' مماس است، روی خطی موازی d و d' و متساوی‌الفاصله از آن‌ها قرار می‌گیرد:

d' و d واقع در وسط d' و d موازی با d'' معادلهٔ خط : $y = x + \frac{۱ - m}{۲}$

$\xrightarrow{\text{مختصات مرکز در معادلهٔ خط } d'' \text{ صدق می‌کند.}} -۱ = ۲ + \frac{۱ - m}{۲} \to \frac{۱ - m}{۲} = -۳ \to m = ۷$



همچنین قطر دایره برابر فاصله بین دو خط موازی d و d' است:

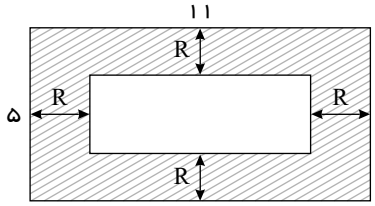
$۲R = d'$ تا d فاصلهٔ $\to ۲R = \frac{|۱ + ۷|}{\sqrt{۱^۲ + ۱^۲}} = \frac{۸}{\sqrt{۲}} = ۴\sqrt{۲} \to R = ۲\sqrt{۲}$

$R = ۲\sqrt{۲} = \sqrt{۵ - n} \to ۸ = ۵ - n \to n = -۳$

درنتیجه:

$m - n = ۷ - (-۳) = ۱۰$

۶ ۱ ۲ ۳ ۴ در صورتی بخشی از سکه داخل مستطیل و بخشی از آن خارج مستطیل قرار می‌گیرد که مرکز سکه به فاصلهٔ کمتر از R واحد از محیط مستطیل واقع شود. در این صورت مرکز سکه باید داخل ناحیهٔ هاشورخورده قرار گیرد.



$۱۱ \times ۵ - (۵ - ۲R)(۱۱ - ۲R) = ۲۸$

$۵۵ - (۴R^۲ - ۳۲R + ۵۵) = ۲۸$

$۳۲R - ۴R^۲ = ۲۸ \to R^۲ - ۸R + ۷ = ۰$

$\to (R - ۷)(R - ۱) = ۰ \to \begin{cases} R = ۱ & \checkmark \\ \text{یا} & \\ R = ۷ & \text{غ‌ق‌ق} \end{cases}$

۷ ۱ ۲ ۳ ۴

کانون $F(-۲, -۲)$ با رأس $S(-۴, -۲)$ هم‌عرض بوده و سمت راست آن قرار دارد، پس سهمی افقی بوده و دهانهٔ آن رو به راست است. داریم:

فاصلهٔ کانونی : $a = SF = \sqrt{(-۲ - (-۴))^۲ + (-۲ - (-۲))^۲} = \sqrt{۴ + ۰} = ۲$

معادلهٔ سهمی به‌صورت $(y - k)^۲ = ۴a(x - h)$ می‌باشد؛ بنابراین:

$(y - (-۲))^۲ = ۴ \times ۲(x - (-۴)) \to (y + ۲)^۲ = ۸(x + ۴)$

۸ ۱ ۲ ۳ ۴ مطابق فرض سؤال داریم:

$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{۵}}{۵} \Rightarrow c = \sqrt{۵}x, a = ۵x$

$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow (۵x)^۲ = b^۲ + (\sqrt{۵}x)^۲ \Rightarrow ۲۵x^۲ = b^۲ + ۵x^۲ \Rightarrow b^۲ = ۲۰x^۲ \Rightarrow b = ۲\sqrt{۵}x$

$\Rightarrow \frac{\text{طول قطر بزرگ}}{\text{طول قطر کوچک}} = \frac{۲a}{۲b} = \frac{a}{b} = \frac{۵x}{۲\sqrt{۵}x} = \frac{\sqrt{۵}}{۲} = ۰٫۵\sqrt{۵}$

۹ ۱ ۲ ۳ ۴ طبق فرض، سهمی از مبدأ مختصات می‌گذرد:

معادلهٔ سهمی : $x^۲ - ۴x - ۲by = ۰ \to (x - ۲)^۲ = ۲by + ۴$

$x^۲ - ۴x - ۲by - a = ۰ \xrightarrow{\text{سهمی} \ni (۰,۰)} ۰ - ۴(۰) - ۲b(۰) - a = ۰ \to a = ۰ \to$

$\to (x - ۲)^۲ = \underbrace{۲b}_{۴a}(y + \frac{۲}{b}) \to \begin{cases} A(۲, -\frac{۲}{b}) \\ a = \frac{b}{۲} \end{cases} \xrightarrow{\text{سهمی رو به بالا}} F(۲, -\frac{۲}{b} + \frac{b}{۲}) \xrightarrow[\text{روی محور } x \text{ها}]{\text{کانون}} -\frac{۲}{b} + \frac{b}{۲} = ۰ \to \frac{۲}{b} = \frac{b}{۲} \to b^۲ = ۴ \to b = \pm ۲ \xrightarrow{\text{سهمی رو به بالا}} b = ۲$

۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴

فاصله یک رأس کانونی بیضی از دو کانون، $a + c$ و $a - c$ می‌باشد.

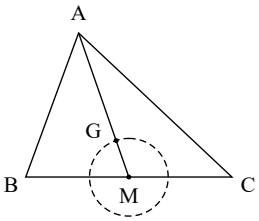
$$\left.\begin{matrix}\text{فاصله رأس تا کانون نزدیکتر} = (a-c)\\ \text{فاصله رأس تا کانون دورتر} = (a+c)\end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{حاصل‌ضرب فاصله‌ها} = (a-c)(a+c) = a^۲ - c^۲ = b^۲$$

۱۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

فرض کنید مثلث ABC رسم شده و G نقطهٔ همرسی میانه‌های این مثلث باشد.

می‌دانیم میانه‌های یک مثلث یکدیگر را به‌نسبت ۲ به ۱ قطع می کنند،

بنابراین $GM = \frac{۱}{۳}AM$ است و با توجه به ثابت بودن طول میانهٔ AM، طول پاره‌خط GM نیز ثابت است.



از طرفی با توجه به ثابت بودن ضلع BC، نقطهٔ M وسط ضلع BC نیز ثابت است. بنابراین مکان هندسی نقطهٔ همرسی میانه های مثلث ABC، روی دایره‌ای به مرکز M و به شعاع $\frac{۱}{۳}AM$ قرار دارد. (به جز نقاط برخورد این دایره با ضلع BC یا امتداد آن).

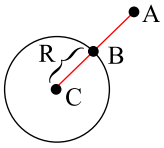
۱۲ ۱ ۲ **۳** ۴

کمترین فاصله نقطه $A\left|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right.$ از دایره‌ای به مرکز C، طبق شکل از رابطه $d = AC - R$ به‌دست می‌آید. پس:

$$x^۲ - ۸x + y^۲ + ۱۵ = ۰ \Rightarrow C = (\frac{-a}{۲}, \frac{-b}{۲}) = (۴, ۰)$$

$$R^۲ = \frac{a^۲ + b^۲ - ۴c}{۴} = \frac{۶۴ - ۶۰}{۴} = ۱ \Rightarrow R = ۱ \quad , \quad AC = \sqrt{۴^۲ + ۰^۲} = ۴$$

$$\text{کمترین فاصله} = AC - R = ۴ - ۱ = ۳$$



۱۳ ۱ ۲ **۳** ۴ نکات:

۱) در معادله‌ی ضمنی دایره بفرم $x^۲ + y^۲ + Dx + Ey + F = ۰$ مختصات مرکز از دستور $O(-\frac{D}{۲}, -\frac{E}{۲})$ حاصل می‌شود.

۲) قائم بر دایره قطر است که از مرکز دایره می‌گذرد.

$$x^۲ + y^۲ + ay + b = ۰ \Rightarrow O(۰, -\frac{a}{۲})$$

خط قائم بر دایره از نقاط $A(\sqrt{۳}, ۲)$ ، مرکز دایره و $B(-\sqrt{۳}, ۰)$ می‌گذرد. پس:

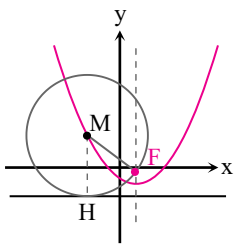
$$m_{OA} = m_{BA} \Rightarrow \frac{۲ + \frac{a}{۲}}{\sqrt{۳} - ۰} = \frac{۲ - ۰}{\sqrt{۳} + \sqrt{۳}} \Rightarrow a = -۲$$

از طرفی نقطه‌ی $(\sqrt{۳}, ۲)$ روی دایره است، پس مختصات آن دایره صدق می کند:

$$(\sqrt{۳})^۲ + ۲^۲ + (-۲)(۲) + b = ۰ \Rightarrow b = -۳ \Rightarrow a - b = ۱$$

۱۴ ۱ ۲ ۳ **۴**

اگر M نقطه‌ای از سهمی به کانون F و خط هادی Δ باشد، آنگاه با توجه به تعریف سهمی، دایره‌ای به مرکز M و گذرنده بر F، مماس بر خط هادی خواهد بود.



حال معادلهٔ سهمی را به‌صورت متعارف (استاندارد) می‌نویسیم:

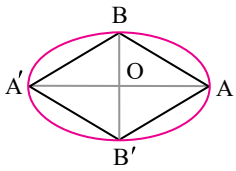
$$۳y = x^۲ - ۲x - ۲ \Rightarrow ۳y = (x-۱)^۲ - ۳ \Rightarrow (x-۱)^۲ = ۳(y+۱)$$

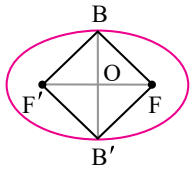
پس این سهمی قائم و دهانهٔ آن رو به بالا است و $S(۱, -۱)$ رأس و $۴a = ۳$ پس $a = \frac{۳}{۴}$ و می‌دانیم فرم کلی معادلهٔ خط هادی آن به‌صورت $y = -a + \beta$ می‌باشد. لذا معادله خط هادی سهمی داده شده به‌صورت زیر است:

$$y = -\frac{۳}{۴} - ۱ \Rightarrow y = -\frac{۷}{۴}$$

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴ **۱**

هر دو چهارضلعی $ABA'B'$ و $BFB'F'$ لوزی هستند. از طرفی می‌دانیم در هر لوزی، مساحت برابر نصف حاصل‌ضرب قطرهای آن است.





نسبت مساحت دو چهارضلعی برابر می‌شود با:

$$\frac{S_{BFB'F'}}{S_{ABA'B'}} = \frac{\frac{۱}{۲}FF' \cdot BB'}{\frac{۱}{۲}AA' \cdot BB'} = \frac{FF'}{AA'} = \frac{۲c}{۲a} = \frac{c}{a} = e$$

۱۶ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$x^۲ + ۴x + my - ۶ = ۰ \Rightarrow x^۲ + ۴x + ۴ = -my + ۱۰ \Rightarrow (x+۲)^۲ = -m(y - \frac{۱۰}{m})$$

فاصلهٔ کانون تا خط هادی سهمی، دو برابر فاصلهٔ کانونی سهمی است، بنابراین $a = ۲$ و در نتیجه داریم:

$$۴a = -m \xrightarrow{a=۲} -m = ۸ \Rightarrow m = -۸$$

$$\text{رأس سهمی} : A(-۲, -\frac{۵}{۴}) \quad \text{معادلهٔ سهمی} : (x+۲)^۲ = ۸(y + \frac{۵}{۴})$$

سهمی قائم و دهانهٔ آن رو به بالا است، بنابراین داریم:

$$\text{معادلهٔ خط هادی سهمی} : y = -a + k \Rightarrow y = -۲ - \frac{۵}{۴} = -\frac{۱۳}{۴}$$

۱۷ **۱** ۲ ۳ ۴

ابتدا مراکز و شعاع دو دایره را می‌یابیم:

$$C_۱ : (x-۱)^۲ - ۱ + y^۲ - ۷ = ۰ \Rightarrow (x-۱)^۲ + y^۲ = ۸$$
$$\Rightarrow O_۱(۱, ۰) \ , \ R_۱ = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$$
$$C_۲ : x^۲ + (y-۱)^۲ - ۱ - ۱ = ۰ \Rightarrow x^۲ + (y-۱)^۲ = ۲$$
$$\Rightarrow O_۲(۰, ۱) \ , \ R_۲ = \sqrt{۲}$$
$$O_۱O_۲ = \sqrt{(۰-۱)^۲ + (۱-۰)^۲} = \sqrt{۲}$$
$$\sqrt{۲} = ۲\sqrt{۲} - \sqrt{۲} \Rightarrow O_۱O_۲ = R_۱ - R_۲$$

چون $O_۱O_۲ = R_۱ - R_۲$ بنابراین دو دایره مماس داخل هستند.

۱۸ ۱ ۲ **۳** ۴ با توجه به شکل، سهمی افقی و دهانهٔ آن رو به چپ است. نقطهٔ $(۳, ۰)$ رأس آن می‌باشد؛ پس معادلهٔ این سهمی به‌صورت زیر است:

$$(y-\beta)^۲ = -۴a(x-\alpha) \xrightarrow[\beta=۰]{\alpha=۳} y^۲ = -۴a(x-۳)$$

نقطهٔ $(۰, ۶)$ روی این سهمی قرار دارد، پس داریم:

$$۳۶ = -۴a(۰-۳) \Rightarrow ۳۶ = ۱۲a \Rightarrow a = ۳$$

کانون این سهمی دارای مختصات به‌صورت زیر است:

$$F(-a+\alpha, \beta) = (-۳+۳, ۰) = (۰, ۰)$$

۱۹ ۱ ۲ **۳** ۴ اگر مختصات نقطه را در معادلهٔ $y^۲ - ۲x - ۳ = ۰$ (که ضریب درجه دوم، مثبت است.) قرار دهیم و عدد حاصل، منفی باشد نقطه درون سهمی واقع است.

حال گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم.

گزینهٔ «۱»:

$$(۲, ۳) \xrightarrow{\text{در سهمی قرار می‌دهیم}} ۹ - ۴ - ۳ > ۰ \ (\text{بیرون سهمی است.})$$

گزینهٔ «۲»:

$$(۲, -۴) \xrightarrow{\text{در سهمی قرار می‌دهیم}} ۱۶ - ۴ - ۳ > ۰ \ (\text{بیرون سهمی است.})$$

گزینهٔ «۳»:

$$(۰, ۱) \xrightarrow{\text{در سهمی قرار می‌دهیم}} ۱ - ۰ - ۳ < ۰ \ (\text{درون سهمی است.})$$

گزینهٔ «۴»:

$(-۲,۳) \xrightarrow{\text{در سهمی قرار می‌دهیم}} ۹ + ۴ - ۳ > ۰$ (بیرون سهمی است.)

۲۰ ۱ ۲ **۳** ۴ وقتی این مثلث بیشترین مساحت را دارد که یک سر قطر کوچک یکی از رئوس مثلث و دو کانون بیضی دو راس دیگر آن باشند و مساحت آن برابر با $\frac{۱}{۲}(b)(۲c)$ می‌شود. طبق فرض داریم:

$$\left.\begin{matrix} ۲a = ۶ \Rightarrow a = ۳ \\ ۲b = ۲ \Rightarrow b = ۱ \end{matrix}\right\} \Rightarrow c = \sqrt{a^۲ - b^۲} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$$

درنتیجه بیشترین مساحت موردنظر برابر می‌شود با:

$$\frac{۱}{۲}(b)(۲c) = bc = ۲\sqrt{۲}$$

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۱ ۲ ۳ **۴**	۱۱	۱ ۲ ۳ **۴**	۶	**۱** ۲ ۳ ۴	۱۶	۱ ۲ ۳ **۴**
۲	۱ ۲ **۳** ۴	۱۲	۱ ۲ **۳** ۴	۷	۱ **۲** ۳ ۴	۱۷	**۱** ۲ ۳ ۴
۳	۱ **۲** ۳ ۴	۱۳	۱ ۲ **۳** ۴	۸	۱ **۲** ۳ ۴	۱۸	۱ ۲ **۳** ۴
۴	۱ **۲** ۳ ۴	۱۴	۱ ۲ ۳ **۴**	۹	۱ **۲** ۳ ۴	۱۹	۱ ۲ **۳** ۴
۵	۱ ۲ ۳ **۴**	۱۵	**۱** ۲ ۳ ۴	۱۰	۱ ۲ ۳ **۴**	۲۰	۱ ۲ **۳** ۴