

نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه



نام آزمون: هندسه دوازدهم فصل دوم تشریحی

تاریخ آزمون:

۱) درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

الف) در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (l) عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، فصل مشترک حاصل یک دایره خواهد بود.

ب) در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب باشد و $|A| \neq 0$ ، در این حالت دستگاه هیچ جوابی ندارد.

پ) برای بردار غیر صفر \vec{a} در \mathbb{R}^3 داریم: $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$

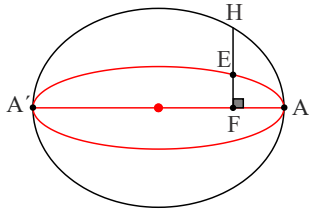
۲) طول قطر کوچک و فاصله کانونی و خروج از مرکز بیضی را بیابید که نقاط $A(3, 4)$ و $A'(3, -4)$ دو رأس کانونی آن و طول قطر کوچک آن $\frac{3}{4}$ فاصله کانونی می باشد.

۳) معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکزش روی خط $y = 2x$ باشد و از دو نقطه $A(1, -2)$ و $B(3, 0)$ بگذرد.

۴) معادله سهمی با کانون $F(2, -\frac{7}{4})$ و خط هادی $y = -\frac{5}{4}$ را به دست آورید.

۵) در یک بیضی با خروج از مرکز e ثابت کنید اندازه قطر کوچک برابر است با: $BB' = 2a\sqrt{1 - e^2}$

۶) در شکل مقابل قطر دایره بر قطر بزرگ بیضی منطبق است. از کانون F عمودی بر محور کانونی رسم می کنیم تا بیضی و دایره را به ترتیب در نقاط E و H قطع کند. ثابت کنید: $\frac{HF}{EF} = \frac{a}{b}$



۷) معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(0, 1)$ بوده و با دایره $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$ مماس داخل باشد.

۸) مکان هندسی مرکز همه دایره‌هایی با شعاع ثابت r را مشخص کنید که بر خط d در صفحه مماس‌اند.

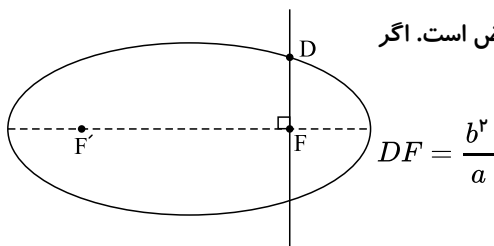
۹) اگر نقطه $A(2, 3)$ رأس سهمی و $y = 7$ معادله خط هادی سهمی باشد.

الف) مختصات کانون سهمی را به دست آورید

ب) معادله سهمی را بنویسید.

۱۰) بیضی با قطر بزرگ $2a$ ، قطر کوچک $2b$ و کانون‌های F و F' مطابق شکل روبه‌رو مفروض است. اگر

خطی در کانون F بر قطر کانونی عمود باشد و بیضی را در نقطه D قطع کند، ثابت کنید:



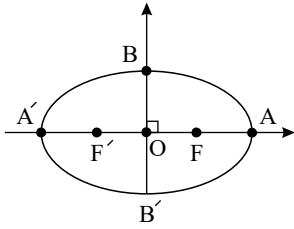
۱۱) دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ‌یک نیست در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر است.

۱۲) الف) معادله متعارف و فاصله کانونی سهمی به معادله $y^2 - 2y - 8x + 9 = 0$ را بیابید.

ب) مختصات رأس، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.



۱۳) مرکز بیضی مقابل بر مبدأ مختصات و قطرهای آن مانند شکل بر محورهای x و y منطبق هستند و فاصله F از هر دو نقطه O و A برابر ۴ است. طول قطر کوچک بیضی را محاسبه کنید.



۱۴) در بیضی به طول قطرهای بزرگ و کوچک به ترتیب $2a$ و $2b$ ، طول وتر کانونی را به دست آورید.

۱۵) مربع $ABCD$ به طول ضلع a مفروض است. مکان هندسی نقاطی درون مربع را بیابید که فاصله آنها از مرکز مربع بین $\frac{a}{2}$ و $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ باشد.

۱۶) سهمی $y^2 = 4x - 4$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ دایره‌ای رسم می‌کنیم، مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.

۱۷) اگر در یک بیضی طول قطر کوچک ۲۴ و فاصله کانون تا مرکز آن برابر ۵ باشد، خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.

۱۸) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) اگر مجموع فواصل نقطه A از دو کانون بیضی بیشتر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطه A در بیضی است.

ب) هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از خواهد گذشت.

۱۹) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) اگر طول قطر بزرگ بیضی دو برابر فاصله کانونی آن باشد، خروج از مرکز بیضی برابر است.

ب) سهمی، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.

۲۰) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (I) عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، فصل مشترک حاصل یک دایره خواهد بود.

ب) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد، بیضی تبدیل به یک پاره خط می‌شود.