نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه

نام آزمون: هندسه دوازدهم فصل سوم تستی

تاریخ آزمون:

۱ اگر $\vec{b}=\vec{a}\times\vec{c}=(۲,-۲,۱)$، حاصل $\left[(۲\vec{a}+\vec{c})\times(\vec{b}-\vec{a})\right]\cdot(\vec{c}-\vec{a})$ کدام است؟

۱) -۲۷ ۲) ۲۷ ۳) -۱۸ ۴) ۱۸

۲ اگر $|\overrightarrow{V}_۱\times\overrightarrow{V}_۲|=\sqrt{۳}(\overrightarrow{V}_۱\cdot\overrightarrow{V}_۲)$ باشد، زاویهٔ بین دو بردار چقدر است؟

۱) $\frac{\pi}{۶}$ ۲) $\frac{\pi}{۳}$ ۳) $\frac{\pi}{۴}$ ۴) $\frac{\pi}{۲}$

۳ اگر به‌ازای $\lambda>۱$ داشته باشیم $\overrightarrow{AM}+\lambda\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{CM}+\lambda\overrightarrow{DM}$، کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\overrightarrow{AB}\parallel\overrightarrow{CD}$ ۲) $\overrightarrow{AD}\parallel\overrightarrow{BC}$ ۳) $\overrightarrow{AM}\parallel\overrightarrow{BM}$ ۴) $\overrightarrow{AC}\parallel\overrightarrow{DB}$

۴ زاویهٔ بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$ منفرجه و $|\vec{a}|=۲|\vec{b}|=۶$ است. اگر $|۲\vec{a}\times(\vec{a}-۳\vec{b})|=۷۲$ باشد، اندازهٔ تفاضل دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کدام است؟

۱) $۳\sqrt{۵-۲\sqrt{۵}}$ ۲) $\sqrt{۴۵+۱۲\sqrt{۵}}$ ۳) $۵\sqrt{۳-۴\sqrt{۵}}$ ۴) $\sqrt{۳۶+\sqrt{۵}}$

۵ کدام‌یک از معادلات زیر می‌تواند به پاره‌خط AB که موازی محور zها است، تعلق داشته باشد؟

۱) $\begin{cases}۱\le x\le ۲\\ ۲\le y\le ۴\\ z=۵\end{cases}$ ۲) $\begin{cases}x=۲\\ y=۳\end{cases}$ ۳) $\begin{cases}۰\le x\le ۲\\ ۰\le y\le ۲\end{cases}$ ۴) $\begin{cases}x=۰\\ y=-۱\\ ۲\le z\le ۵\end{cases}$

۶ تصویر بردار $\vec{a}=(۱,۰,۱)$ بر امتداد بردار $\vec{b}=(۰,۱,-۱)$ کدام است؟

۱) $\left(۰,-\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۲}\right)$ ۲) $\left(۰,\frac{۱}{۲},-\frac{۱}{۲}\right)$ ۳) $\left(\frac{۱}{۲},۰,\frac{۱}{۲}\right)$ ۴) $\left(\frac{۱}{۲},۰,-\frac{۱}{۲}\right)$

۷ اگر $۲x^۲+y^۲+۸z^۲=۲$، بیشترین مقدار $۳x+y+۶z$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۵}$ ۲) $\sqrt{۱۰}$ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) $۴\sqrt{۵}$

۸ بردار $\vec{b}$ موازی و غیرهم‌جهت با بردار $\vec{a}=(۴,۲,-۱)$ است. اگر $|\vec{b}|=\sqrt{۸۴}$، مجموع مؤلفه‌های عرض و ارتفاع بردار $\vec{b}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۱۰ ۴) -۱۰

۹ اگر $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=(k-۴)\overrightarrow{BC}$، مقدار k چقدر باشد تا نقاط A و B برهم منطبق گردند؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۰ اگر a,b و c سه بردار باشند به‌طوری که $a+b+c=۰$ و $|a|=۳$ ، $|b|=۵$ و $|c|=۷$ باشد، آن‌گاه اندازه‌ی تصویر قائم بردار a بر امتداد بردار b کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

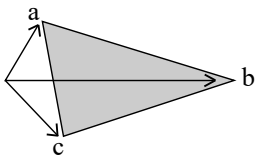
۱۱ حجم متوازی‌السطوح بنا شده بر بردارهای $a=(۳,۰,۰)$ ، $b=(۰,۳,۰)$ و $c=(۰,۰,۳)$ ، ۴٫۵ برابر حجم متوازی‌السطوح بنا شده روی بردارهای $a'=(۱,۱,۰)$، $b'=(۰,۲,۰)$ و $c'=(۰,۰,m)$ است. m کدام است؟ $(m\in R^+)$

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۵}{۲}$

۱۲) اگر $\vec{a}=\vec{i}+۳\vec{j}+۴\vec{k}$ و $\vec{b}=-\vec{i}+۳\vec{j}-\vec{k}$ زاویه بین دو بردار $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-۲\vec{b}$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۲}$ ۲) $\frac{\pi}{۳}$ ۳) $\frac{\pi}{۴}$ ۴) $\frac{۲\pi}{۳}$

۱۳) سه بردار $a=(۰,۱,۱)$، $b=(۴,۵,-۳)$ و $c=(۲,۵,۱)$ غیر واقع بر یک صفحه مطابق شکل زیر مفروض‌اند. مساحت مثلث هاشورزده کدام است؟



۱) ۱۰ ۲) $۸\sqrt{۲}$ ۳) $۶\sqrt{۳}$ ۴) $۴\sqrt{۶}$

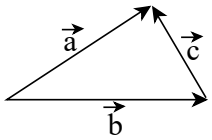
۱۴) اگر A'' قرینه‌ی نقطه‌ی $A=(-۱,۲,۴)$ نسبت به محور zها و A' تصویر نقطه‌ی A'' روی صفحه‌ی xy باشد، طول پاره‌خط AA' کدام است؟

۱) $۶\sqrt{۲}$ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) $۴\sqrt{۲}$

۱۵) اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردارهایی به اندازه‌های ۳ و ۵ و مجموع آنها برداری به اندازه ۶ باشد اندازه‌ی بردار تفاضل آنها کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۲}$ ۲) $۳\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) $۴\sqrt{۳}$

۱۶) در مثلث روبه‌رو، اندازهٔ بردار $\vec{u}=\vec{a}\times\vec{b}+\vec{b}\times\vec{c}-\vec{c}\times\vec{a}$ چند برابر مساحت مثلث است؟



۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۸

۱۷) اگر بردارهای $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ دارای اندازه‌های مساوی ۱۰ باشند و زاویه بین آنها برابر ۲۲° باشد، زاویه بین بردارهای $\overrightarrow{a}$ و $\overrightarrow{b}$ کدام است؟

۱) ۱۵^o ۲) ۳۰^o ۳) ۶۰^o ۴) ۹۰^o

۱۸) در مثلث ABC اگر $|\overrightarrow{CB}\times\overrightarrow{CA}|=\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$، در این صورت ...

۱) مثلث متساوی‌الساقین است. ۲) مثلث قائم‌الزاویه است. ۳) مثلث متساوی‌الاضلاع است. ۴) $\hat{B}=۴۵^\circ$

۱۹) نقطهٔ $A=(۴,-۴,-۲)$ در فضا مفروض است. اگر نقاط M و N به‌ترتیب تصویر A روی محور yها و قرینهٔ A نسبت به صفحهٔ xz باشند، مجموع مختصات وسط پاره‌خط MN کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

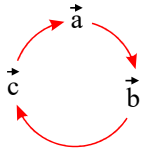
۲۰) اگر نقطهٔ A' قرینهٔ نقطهٔ $A(-۱\ ,\ ۲\ ,\ -۲)$ نسبت به صفحهٔ xz و A'' قرینهٔ نقطهٔ A نسبت به محور xها باشد، آنگاه طول بردار $\overrightarrow{A'A''}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۲}$

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴

عبارت خواسته‌شده را تا حدّ امکان ساده می‌کنیم:



$$(\vec{c}-\vec{a})\cdot\underbrace{[(۲\vec{a}+\vec{c})\times(\vec{b}-\vec{a})]}_{۲\vec{a}\times\vec{b}-۲\vec{a}\times\vec{a}+\vec{c}\times\vec{b}-\vec{c}\times\vec{a}\ =\ \vec{O}}=۲\vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})+\underbrace{\vec{c}\cdot(\vec{c}\times\vec{b})}_{۰}-\underbrace{\vec{c}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})}_{۰}-\underbrace{۲\vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})}_{۰}\underbrace{-\vec{a}\cdot(\vec{c}\times\vec{b})}_{+\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})}+\underbrace{\vec{a}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})}_{۰}$$

$$=۲\vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})+\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})\xrightarrow{\text{جابه‌جایی دوری}}۲\vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})+\vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})=۳\vec{b}\cdot\underbrace{(\vec{c}\times\vec{a})}_{-(\vec{a}\times\vec{c})}$$

$$=-۳\vec{b}\cdot\underbrace{(\vec{a}\times\vec{c})}_{\vec{b}\text{ طبق فرض}}=-۳|\vec{b}|^{۲}=-۳(۴+۴+۱)=-۲۷$$

۲ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر θ زاویهٔ بین دو بردار $\overrightarrow{V_۱}$ و $\overrightarrow{V_۲}$ باشد، آنگاه $\tan\theta=\dfrac{|\vec{V_۱}\times\vec{V_۲}|}{\vec{V_۱}\cdot\vec{V_۲}}$، پس داریم:

$$\tan\theta=\frac{|\vec{V_۱}\times\vec{V_۲}|}{\vec{V_۱}\cdot\vec{V_۲}}=\frac{\sqrt{۳}\vec{V_۱}\cdot\vec{V_۲}}{\vec{V_۱}\cdot\vec{V_۲}}=\sqrt{۳}\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{۳}$$

۳ ۱ ۲ ۳ ۴

عبارت داده‌شده را به‌صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\overrightarrow{AM}+\lambda\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{CM}+\lambda\overrightarrow{DM}\Rightarrow\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{CM}=\lambda\overrightarrow{DM}-\lambda\overrightarrow{BM}=\lambda(\overrightarrow{DM}-\overrightarrow{BM})$$

$$\Rightarrow\overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{DB}\Rightarrow\overrightarrow{AC}\parallel\overrightarrow{DB}$$

۴ ۱ ۲ ۳ ۴

طبق فرض سؤال داریم:

$$|\vec{a}|=۶$$
$$|\vec{b}|=۳$$
$$|۲\vec{a}\times(\vec{a}-۳\vec{b})|=|\underbrace{۲\vec{a}\times\vec{a}}_{۰}-۶\vec{a}\times\vec{b}|=۶|\vec{a}\times\vec{b}|=۷۲$$

$$\Rightarrow|\vec{a}\times\vec{b}|=۱۲\Rightarrow|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta=۱۲\Rightarrow۶\times۳\times\sin\theta=۱۲\Rightarrow\sin\theta=\frac{۲}{۳}$$

$$\xrightarrow{\theta>۹۰}\cos\theta=-\sqrt{۱-sin^{۲}\theta}=-\frac{\sqrt{۵}}{۳}$$

طول تفاضل دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$|\vec{a}-\vec{b}|^{۲}=|\vec{a}|^{۲}+|\vec{b}|^{۲}-۲\vec{a}\cdot\vec{b}=۶^{۲}+۳^{۲}-۲\times۶\times۳(-\frac{\sqrt{۵}}{۳})$$

$$=۳۶+۹+۱۲\sqrt{۵}=۴۵+۱۲\sqrt{۵}\Rightarrow|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{۴۵+۱۲\sqrt{۵}}$$

۵ ۱ ۲ ۳ ۴

معادلات هر خط موازی محور zها به‌صورت $\begin{cases}x=a\\y=b\end{cases}$ $(a,b\in\mathbb{R})$ است. حال اگر $c\le z\le d$ $(c,d\in\mathbb{R})$ را به این معادلات اضافه کنیم، بخشی از خط یا درواقع که موازی محور zها است حاصل می‌شود.

۶ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: مختصات تصویر بردار $\vec{a}$ روی بردار b از دستور $\overrightarrow{a'}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^{۲}}\vec{b}$ حاصل میشود.

$$\overrightarrow{a'}=\frac{۰+۰-۱}{(\sqrt{۰+۱+۱})^{۲}}\vec{b}\Rightarrow\overrightarrow{a'}=\frac{-۱}{۲}\vec{b}\Rightarrow\overrightarrow{a'}=\left(۰,-\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۲}\right)$$

۷ ۱ ۲ **۳** ۴ طبق نامساوی کوشی - شوارتز برای دو بردار $\vec{u}$ و $\vec{v}$ داریم:

$$\left|\vec{u}\cdot\vec{v}\right| \le |\vec{u}||\vec{v}|$$

$$\begin{cases} \max(\underbrace{۳x+y+۶z}_{\vec{u}\cdot\vec{v}}) = ? \\ \underline{\underline{۲x^۲}} + \underline{y^۲} + \underline{\underline{۸z^۲}} = ۲ \xrightarrow{\text{جذر تک تک}} \vec{u} = (\sqrt{۲}x, y, ۲\sqrt{۲}z) \end{cases} \Rightarrow \vec{v} = (\frac{۳}{\sqrt{۲}}, ۱, \frac{۳}{\sqrt{۲}})$$

$$\left|\vec{u}\cdot\vec{v}\right| \le |\vec{u}||\vec{v}| \Rightarrow |۳x+y+۶z| \le \sqrt{\underbrace{۲x^۲+y^۲+۸z^۲}_{۲}} \times \sqrt{\frac{۹}{۲}+۱+\frac{۹}{۲}} = \sqrt{۲۰}$$

$$\Rightarrow \max(۳x+y+۶z) = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}$$

۸ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\begin{cases} \vec{a} = (۴, ۲, -۱) \quad , \quad |\vec{b}| = \sqrt{۸۴} \\ \vec{a} \parallel \vec{b} \Rightarrow \vec{b} = r\vec{a} = (۴r, ۲r, -r) \ , \ r < ۰ \end{cases} \Rightarrow |\vec{b}| = \sqrt{۱۶r^۲ + ۴r^۲ + r^۲} = \sqrt{۸۴}$$

$$\Rightarrow |r|\sqrt{۲۱} = ۲\sqrt{۲۱} \Rightarrow r = \begin{cases} ۲ > ۰ \quad \text{غ ق ق} \\ -۲ \Rightarrow \vec{b} = (-۸, -۴, ۲) \end{cases}$$

و مجموع مؤلفه‌های عرض و ارتفاع بردار $\vec{b}$ برابر است با: -۲

۹ ۱ ۲ ۳ **۴** برای آنکه A و B منطبق شوند باید $A = B$ باشند، بنابراین داریم:

$$\underbrace{\overrightarrow{AA}}_{\vec{۰}} + \overrightarrow{AC} = (k-۴)\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AC} = (k-۴)\overrightarrow{AC}$$

$$\Rightarrow ۱ = k - ۴ \Rightarrow k = ۵$$

۱۰ ۱ ۲ **۳** ۴

$$a+b+c = ۰ \Rightarrow a+b = -c$$
$$|a+b|^۲ = |c|^۲ \Rightarrow |a|^۲ + |b|^۲ + ۲a\cdot b = |c|^۲$$

بنابه فرض $|a| = ۳$ ، $|b| = ۵$ و $|c| = ۷$ در نتیجه:

$$۳^۲ + ۵^۲ + ۲a\cdot b = ۷^۲ \Rightarrow ۹ + ۲۵ + ۲a\cdot b = ۴۹$$
$$\Rightarrow a\cdot b = \frac{۱۵}{۲}$$

اندازه‌ی تصویر بردار a روی امتداد بردار b برابر است با:

$$|a'| = \frac{|a\cdot b|}{|b|} = \frac{\frac{۱۵}{۲}}{۵} = \frac{۳}{۲}$$

۱۱ ۱ ۲ **۳** ۴ با کمی دقت واضح است بردارهای c, b, a دو بدو برهم عمودند پس متوازی‌السطوح ساخته شده روی این سه بردار یک مکعب است یعنی:

متوازی‌السطوح بنا شده، روی بردارهای b, a و c مکعبی به طول یال ۳ است. پس حجم آن برابر با $V = ۳^۳ = ۲۷$ می‌باشد.

از طرفی : حجم متوازی‌السطوح ساخته شده روی a' و b' و c' را به کمک ضرب مختلط این سه بردار می‌یابیم:

$$V' = |c'\cdot(a'\times b')| = |(۰,۰,m)\cdot(۰,۰,۲)| = |۲m| \xrightarrow{m\in R^+} V' = ۲m$$

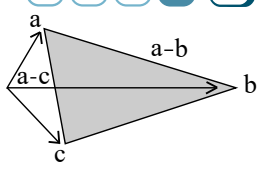
حال:

$$V = ۴/۵V' \Rightarrow ۲۷ = ۴/۵ \times ۲m \Rightarrow ۲۷ = ۹m \Rightarrow m = ۳$$

۱۲ **۱** ۲ ۳ ۴ بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-۲\vec{b}$ را می‌سازیم:

$$\vec{a}+\vec{b} = ۶\vec{j}+۳\vec{k} \ , \ \vec{a}-۲\vec{b} = ۳\vec{i}-۳\vec{j}+۶\vec{k}$$
$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-۲\vec{b})}{|\vec{a}+\vec{b}|\cdot|\vec{a}-۲\vec{b}|} = \frac{۰(۳)+۶(-۳)+۳(۶)}{\sqrt{۴۵}\times\sqrt{۵۴}} = ۰ \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{۲}$$

۱۳ ۱ ۲ ۳ **۴** مطابق شکل داده شده مثلث هاشورخورده با اضلاع $a-b$ و $a-c$ می‌باشد پس مساحت آن برابر است با:



$$S = \frac{۱}{۲}|(a-b)\times(a-c)|$$
$$a-b = (۰,۱,۱)-(۴,۵,-۳) = (-۴,-۴,۴)$$
$$a-c = (۰,۱,۱)-(۲,۵,۱) = (-۲,-۴,۰)$$
$$(a-b)\times(a-c) = (۱۶,-۸,۸)$$
$$S = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶^۲+(-۸)^۲+۸^۲} = \frac{۸}{۲}\sqrt{۴+۱+۱} = ۴\sqrt{۶}$$

۱۴ ۱ ۲ **۳** ۴ به طور کلی، قرینه‌ی نقطه یا بردار (a_1, a_2, a_3) نسبت به محور zها، نقطه یا بردار $(-a_1, -a_2, a_3)$ است.

$$A = (-1, 2, 4) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } z\text{ها}} A'' = (1, -2, 4)$$

تصویر هر نقطه یا بردار (b_1, b_2, b_3) روی صفحه‌ی xy، نقطه یا بردار $(b_1, b_2, 0)$ است.

$$A'' = (1, -2, 4) \xrightarrow{\text{تصویر روی صفحه } xy} A' = (1, -2, 0)$$

$$AA' = \sqrt{(1+1)^2 + (-2-2)^2 + (0-4)^2} = 6$$

۱۵ **۱** ۲ ۳ ۴ از نکته زیر برای هر دو بردار دلخواه $\vec{a}$ و $\vec{b}$ استفاده می‌کنیم:

$$\text{نکته: } \left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2 + \left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2 = 2\left(\left|\vec{a}\right|^2 + \left|\vec{b}\right|^2\right) \Rightarrow 36 + \left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2 = 2(9+25) \Rightarrow \left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2 = 32$$

$$\Rightarrow \left|\vec{a}-\vec{b}\right| = 4\sqrt{2}$$

۱۶ ۱ ۲ **۳** ۴ با توجه به شکل داریم $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$ که آن را در بردار $\vec{u}$ جایگذاری می‌کنیم:

$$\vec{u} = (\vec{b}+\vec{c}) \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} - \vec{c} \times (\vec{b}+\vec{c}) = \vec{O} + \vec{c} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} - \vec{c} \times \vec{b} - \vec{O}$$

$$= \vec{b} \times \vec{c} \Rightarrow |\vec{u}| = \left|\vec{b} \times \vec{c}\right| = 2S$$

۱۷ ۱ ۲ ۳ **۴** روش اول: طبق فرض داریم:

$$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2 = \left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2 \Rightarrow |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a}\cdot\vec{b} \Rightarrow 4\vec{a}\cdot\vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = 0$$

$$\Rightarrow \theta = 90^\circ$$

روش دوم: متوازی‌الاضلاعی که اقطار آن هم‌اندازه باشند، مستطیل است که اضلاع آن برهم عمودند.

۱۸ ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم $|\overrightarrow{CB} \times \overrightarrow{CA}|$ مساوی $2S_{\overset{\Delta}{ABC}}$ است؛ پس $|\overrightarrow{CB} \times \overrightarrow{CA}|$ با $|\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}|$ برابر خواهد بود. داریم:

$$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{CB} \times \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}| \Rightarrow \frac{|\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}|}{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}} = 1 \Rightarrow \tan\hat{B} = 1 \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ$$

۱۹ ۱ ۲ **۳** ۴ نکته: برای پیدا کردن تصویر یک نقطه روی یکی از محورهای مختصات یا یکی از صفحات سه‌گانه مولفه‌های هم نام ثابت و مولفه‌های غیرهم‌نام صفر می‌شود مثلاً

$$A(x,y,z) \Rightarrow \begin{cases} A_1 \xrightarrow{\text{تصویر } A \text{ روی محور } x} (x,0,0) \\ A_2 \xrightarrow[xy]{\text{تصویر } A \text{ روی صفحه}} (x,y,0) \end{cases}$$

نکته: برای پیدا کردن قرینه یک نقطه نسبت به یکی از محورهای مختصات یا یک از صفحات سه‌گانه مولفه‌ها هم نام ... و مولفه‌های غیر مرتبط قرینه می شوند. مثلاً:

$$A(x,y,z) \Rightarrow \begin{cases} A_1 \xrightarrow{\text{تصویر } A \text{ روی محور } x} (x,-y,-z) \\ A_2 \xrightarrow[xy]{\text{تصویر } A \text{ روی صفحه}} (x,y,-z) \end{cases}$$

$$A = (4,-4,-2) \xrightarrow{\text{تصویر روی محورهای } y} M = (0,-4,0)$$

$$A = (4,-4,-2) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به صفحهٔ } xz} N = (4,4,-2)$$

اگر نقطهٔ P وسط پاره‌خط MN باشد، آنگاه داریم:

$$\begin{cases} x_p = \frac{x_M + x_n}{2} = \frac{0+4}{2} = 2 \\ y_p = \frac{y_M + y_n}{2} = \frac{-4+4}{2} = 0 \\ z_p = \frac{z_M + z_n}{2} = \frac{0-2}{2} = -1 \end{cases}$$

بنابراین $P = (2,0,-1)$ وسط پاره‌خط MN است و مجموع مختصات آن برابر است با:

$$2 + 0 + (-1) = 1$$

۲۰ **۱** ۲ ۳ ۴ با توجه به فرض داریم:

$$\begin{cases} A = (-1,2,-2) \xrightarrow[\text{صفحهٔ } xz]{\text{قرینه نسبت به}} A' = (-1,-2,-2) \\ A = (-1,2,-2) \xrightarrow[\text{محور } x \text{ ها}]{\text{قرینه نسبت به}} A'' = (-1,-2,2) \end{cases}$$

پس $\overrightarrow{A'A''} = (0,0,4)$ درنتیجه $|\overrightarrow{A'A''}| = 4$.

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴