



۱ اگر طول دو بردار a و b برابر هم بوده و زاویه بین آنها θ باشد، ثابت کنید:

$$|a - b| = 2|a| \sin \frac{\theta}{2}$$

۲ جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) حاصل ضرب داخلی دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} که بر هم عمود هستند، برابر است.

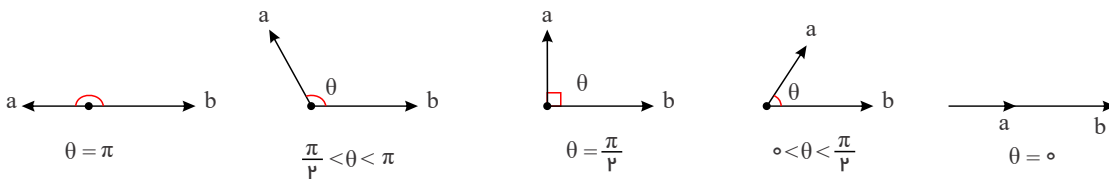
۳ اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{k}$ و $\vec{b} = (1, 2, 1)$ باشد، طول بردار $\vec{a} - 2\vec{b}$ را به دست آورید.

۴ بردارهای \vec{a} و \vec{b} مفروض اند به طوری که $|\vec{a}| = 3$ ، $|\vec{b}| = 26$ ، $|\vec{a} \times \vec{b}| = 72$ مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b}$ را محاسبه کنید.

۵ برای دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} ثابت کنید \vec{a} و \vec{b} بر هم عمودند اگر و فقط اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

۶ هریک از حالات زیر را با شکل‌های داده شده نظیر کنید.

الف) $a \cdot b > 0$ (ب) $a \cdot b = 0$ (پ) $a \cdot b < 0$ (ت) $a \cdot b = |a||b|$ (ث) $a \cdot b = -|a||b|$



۷ اگر بردار a'' قرینه بردار a نسبت به بردار $b = (1, -1, 1)$ بوده و $a \cdot b = 6$ باشد، مساحت مثلث نباشد. روی دو بردار a ، a'' چه ضربی از $|a \times b|$ است؟

۸ کدام یک از موارد زیر درست و کدام یک نادرست است؟

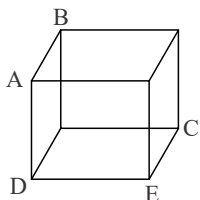
الف) اگر بردار a یک ضلع متوازی‌الاضلاع و بردار d یک قطر آن باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع برابر است با: $S = |a \times d|$

ب) اگر d و d' قطرهای یک متوازی‌الاضلاع باشند، مساحت متوازی‌الاضلاع برابر است با: $S = |d \times d'|$

۹

در مکعب مقابل طول یال‌ها برابر $3\sqrt{2}$ است. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید:

الف) $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$ (ب) $\vec{AB} \cdot \vec{DE}$



۱۰ برای دو بردار غیر صفر a و b رابطه $|2a - b| = |a + b|$ برقرار است. درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) $(2b - a) \perp a$ (ب) $|a| = 2|b|$

۱۱ متوازی‌الاضلاع $ABCD$ مفروض است. اگر $\vec{AB} = (3, 2, 1)$ و $\vec{AC} = (1, 1, -1)$ باشد، طول بردار \vec{DB} را به دست آورید.

۱۲ بردار \vec{a}' قرینه بردار $\vec{a} = (3, -1, -2)$ نسبت به محور y ها و بردار \vec{b}' قرینه بردار $b = (m, n, -1)$ نسبت به محور x هاست. اگر b' در امتداد a'

باشد، اندازه بردار $a' + 2b'$ کدام است؟



۱۳) مقدار α طوری تغییر می‌کند که نقطه $M = (1, \alpha - 1, \alpha + 3)$ در زمان t_0 کمترین فاصله خود را با محور x ها اختیار می‌کند. فاصله نقطه M تا محور y ها را در زمان t_0 به دست آورید.

۱۴) الف) مختصات چند نقطه را مشخص کنید که در رابطه $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ صدق کنند و مکان آنها را در دستگاه مختصات تعیین نمایید.

ب) نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ چه شکلی است و چه ارتباطی با نمودار معادله $x = 0$ دارد؟

۱۵) جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) اگر برای دو بردار \vec{a} و \vec{b} داشته باشیم: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$ ، در این صورت زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر است.

۱۶) در فضای سه بعدی نقطه A روی محور x ها به طول ۲ و نقطه B در صفحه $yo z$ با عرض -3 و ارتفاع ۴ مفروض است، اصله وسط پاره خط AB تا مبدا مختصات را به دست آورید.

۱۷) اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -1, n)$ و $\vec{b} = (1, 0, -1)$ برابر 135° درجه باشد، مقدار n را بیابید.

۱۸) معادله صفحه‌ای که بر محور Z ها در نقطه به مختصات $A = (0, 0, 3)$ عمود باشد، به صورت است.

۱۹) برای دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} ثابت کنید دو بردار \vec{a} و \vec{b} برهم عمودند اگر و فقط اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

۲۰) دو بردار $\vec{a} = (1, 2, -1)$ و $\vec{b} = (0, 2, -1)$ را در نظر بگیرید.

الف) بردار \vec{a} در کدام ناحیه از فضای \mathbb{R}^3 واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود).

ب) طول بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید.