

نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه



نام آزمون: هندسه دوازدهم آزمون جامع تشریحی

تاریخ آزمون:

۱ اگر $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & x \end{bmatrix}$ و $B^{-1} = B^2$ باشد، مقدار x چقدر است؟

۲ اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} |A| & 2|A| \\ -3 & 5|A| \end{bmatrix}$ وارون پذیر باشد، معکوس A را بیابید.

۳ از رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A را محاسبه کنید.

۴ بردارهای \vec{a} و \vec{b} مفروض اند به طوری که $|\vec{a}| = 3$ ، $|\vec{b}| = 26$ ، $|\vec{a} \times \vec{b}| = 72$ ، مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b}$ را محاسبه کنید.

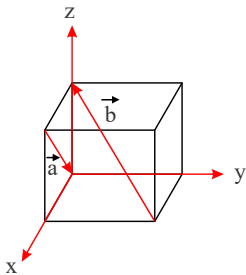
۵ اگر $\vec{c} = (-1, 1, 4)$ ، $\vec{b} = (3, -4, 2)$ ، $\vec{a} = (-1, -3, 0)$ باشند آنگاه تصویر قائم \vec{a} بر امتداد $\vec{b} + \vec{c}$ را به دست آورید.

۶ اگر $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = (3, 1, -1)$ و $r = 2$ باشد، بردار $r\vec{b} - \vec{a}$ را به دست آورید.

۷ معادله دایره‌ای به شعاع ۳ که مرکز آن روی تقاطع دو خط $y = 2x + 1$ و $y = x - 2$ باشد را بنویسید.

۸ معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکزش روی خط $y = 2x$ باشد و از دو نقطه $A(1, -2)$ و $B(3, 0)$ بگذرد.

۹ در مکعب مقابل زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} را به دست آورید.



۱۰ فرض کنید زاویه بین دو بردار a و b حاده بوده و $|a| = 2$ و $|b| = \sqrt{2}$ باشد. اگر $|2a + b|^2 = 12a \cdot b$ ، اندازه تصویر قائم بردار a در امتداد بردار b را به دست آورید.

۱۱ ثابت کنید در یک بیضی با خروج از مرکز e ، طول کوتاه‌ترین وتر کانونی برابر است با: $2a(1 - e^2)$

۱۲ معادله دایره‌ای را بنویسید که از نقاط $A(1, 2)$ و $B(3, 0)$ بگذرد و $y = 2x - 1$ شامل قطری از آن باشد.

۱۳ اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ مفروض باشد، حاصل A^3 را به دست آورید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۱۴ نقاط $A(3, 1, 2)$ و $B(3, -2, 2)$ در \mathbb{R}^3 مفروض‌اند،

الف) طول پاره‌خط AB را به دست آورید.

ب) معادلات مربوط به پاره‌خط AB را بنویسید.

۱۵ اگر $A = (2, -1, 3)$ و $B = (3, 1, 4)$ و $C = (-1, 1, 0)$ سه رأس مثلث ABC باشند، مساحت مثلث ABC را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.

۱۶ خط $\begin{cases} x = 2 \\ z = 3 \end{cases}$ با محور موازی است.

۱۷ فاصله نقطه A از خط d برابر با 12cm است. مکان هندسی نقاطی که وسط پاره‌خط AB (روی B جابه‌جا می‌شود) قرار دارند چیست؟

۱۸ اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^4 - A^2$ را به دست آورید؟



۱۹) درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

الف) در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + by = c' \end{cases}$ ، اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه جواب منحصر به فرد دارد.

ب) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ویژگی مشترک داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.

پ) هرگاه صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل یک دایره است.

ت) رابطه $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 10 = 0$ معادله یک دایره است.

۲۰) سهمی به معادله $y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$ را در نظر بگیرید:

الف) مختصات رأس، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.

ب) نمودار سهمی را رسم کنید.