نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه

نام آزمون: معادله وتابع درجه ۲

تاریخ آزمون:

سید بهروز پرتوی

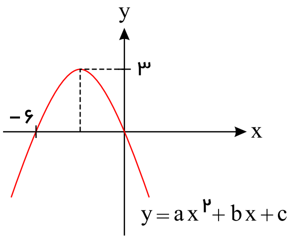
۱) در معادلهٔ $x^۲-۴x+۱=۰$، حاصل $\sqrt{x_۱}+\sqrt{x_۲}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) $\sqrt{۵}$ ۳) ۲ ۴) $\sqrt{۶}$

۲) معادله درجه دومی که ریشه هایش ۹ برابر ریشه های معادله‌ی $x^۲+x-۳=۰$ باشد. کدام است؟

۱) $x^۲+۹x-۲۴۳=۰$ ۲) $x^۲+۹x-۲۷=۰$ ۳) $x^۲+۱۸x-۲۴۳=۰$ ۴) $x^۲+۱۸x-۲۷=۰$

۳) باتوجه به سهمی روبرو، حاصل عبارت $\frac{-\sqrt{b^۲}}{a}$ کدام است؟



۱) -۱ ۲) ۲ ۳) -۴ ۴) ۶

۴) به ازای کدام مقدار a، معادلهٔ درجهٔ دوم $x^۲-۲(a-۲)x+۱۴-a=۰$ ، دارای دو ریشهٔ مثبت است؟

۱) $-۲<a<۲$ ۲) $۲<a<۵$ ۳) $۲<a<۱۴$ ۴) $۵<a<۱۴$

۵) اگر نقطهٔ $(-۱,۴)$ رأس سهمی به معادلهٔ $y=-۲x^۲+ax-b$ باشد، مقدار ab کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۶) اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $۲x^۲-۷x+۱=۰$ باشند، معادلهٔ درجه دومی که ریشه‌های آن $x_۱=۲\alpha^۳-۷\alpha^۲+۵$ و $x_۲=۲\beta^۳-۷\beta^۲+۵$ باشند، کدام است؟

۱) $۲x^۲-۱۳x+۸=۰$ ۲) $x^۲+۱۳x+۸=۰$ ۳) $۲x^۲+۱۳x+۱۶=۰$ ۴) $۲x^۲-۱۳x+۱۶=۰$

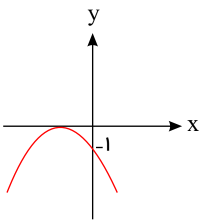
۷) به‌ازای کدام مقادیر m ، نمودار تابع $y=(m-۱)x^۲+mx+۱$ فقط از ناحیهٔ سوم نمی‌گذرد؟

۱) $m>۱$ ۲) $۰<m<۱$ ۳) $m<۰$ ۴) $\varnothing$

۸) در معادله‌ی $x^۲-۵x+m^۳+۵m=۰$ اگر $x'=۲$ باشد آن‌گاه $x'^۳+x''^۳$ چقدر است؟ (x',x'' ریشه های معادله هستند)

۱) ۳۵ ۲) ۱۹ ۳) -۱۹ ۴) بستگی به m دارد

۹) نمودار تابع $y=(a-۵)x^۲+(a+۳)x+b$ به صورت مقابل است. مجموعه مقادیر a چگونه است؟



۱) تهی است.
۲) شامل هیچ عدد صحیحی نیست.
۳) دو عضوی است.
۴) تنها شامل یک عدد صحیح است.

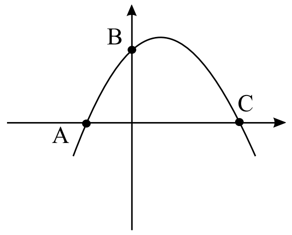
۱۰) به ازای کدام مقدار k در معادله‌ی درجه‌ی دوم $۲x^۲-x+k=۰$ بین ریشه ها رابطه‌ی $x_۱+۲x_۲=\frac{۷}{۲}$ برقرار است؟

۱) ۱۵ ۲) -۱۲ ۳) ۱۴ ۴) -۱۵

۱۱) اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $۴x^۲-۱۲x+۱=۰$ باشند، مقدار $\frac{۱}{\sqrt{\beta}}+\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}$ چه‌قدر است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۲) نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x) = -x^2 + 2x + 15$ به شکل زیر مفروض است. مقدار $\dfrac{3A - C - 1}{B}$ کدام است؟



۱) 1

۲) $\dfrac{17}{15}$

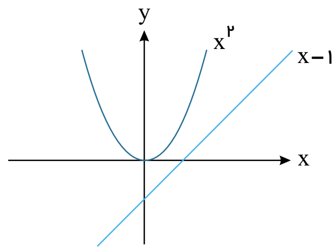
۳) -1

۴) $-\dfrac{17}{15}$

۱۳) حاصل جمع صفرهای $f(x) = \dfrac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^2 + x - 2}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) -1 ۳) 1 ۴) -2

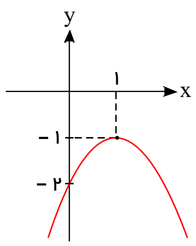
۱۴) دو جاده یکی روی خط $y = x - 1$ و دیگری روی منحنی $y = x^2$ ساخته شده‌اند. متحرک‌های A و B هر کدام روی یکی از دو جاده در حرکت‌اند. حداقل فاصلهٔ این دو متحرک از هم کدام است؟



۱) 1 ۲) $\dfrac{3}{4}$

۳) $\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ ۴) $\dfrac{3}{4\sqrt{2}}$

۱۵) ضابطهٔ سهمی مربوط به شکل زیر کدام است؟



۱) $f(x) = -2x^2 + x - 2$

۲) $f(x) = -2x^2 - 2x - 1$

۳) $f(x) = -x^2 + 2x - 2$

۴) $f(x) = -x^2 + x - 2$

۱۶) در معادلهٔ درجه دوم $x^2 - 2x - 4 = 0$، اگر α و β ریشه‌های معادله باشند، حاصل $(\alpha^2 - 4)^2 + 4\beta^2$ چقدر است؟

۱) ۴۸ ۲) ۱۲ ۳) ۱۶ ۴) ۲۴

۱۷) یکی از جواب‌های معادلهٔ $x^2 - 3mx + m + 3 = 0$ دو برابر دیگری است. مجموع مقادیر برای m کدام است؟

۱) $\dfrac{1}{2}$ ۲) $\dfrac{1}{3}$ ۳) $\dfrac{5}{2}$ ۴) $-\dfrac{2}{3}$

۱۸) یکی از ریشه‌های معادلهٔ $ax^2 - (4a + 1)x + 4a = 0$ از ۱۰ برابر ریشهٔ دیگر سه واحد کم‌تر است. مقدار مثبت a کدام است؟

۱) $\dfrac{5}{9}$ ۲) $\dfrac{4}{5}$ ۳) $\dfrac{9}{5}$ ۴) $\dfrac{5}{4}$

۱۹) ریشه‌های کدام معادله، از معکوس ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $2x^2 - 3x - 1$، یک واحد کمتر است؟

۱) $x^2 - 3x + 1 = 0$ ۲) $x^2 + 3x + 1 = 0$ ۳) $x^2 - 5x + 2 = 0$ ۴) $x^2 + 5x + 2 = 0$

۲۰) از میان مثلث‌هایی که مجموع طول قاعده و ارتفاع وارد بر آن ۱۶ سانتی‌متر است، مثلثی را اختیار کرده‌ایم که مساحت آن ماکسیمم است. مساحت این مثلث چند سانتی‌متر مربع است؟

۱) ۳۰ ۲) ۳۲ ۳) ۳۴ ۴) ۳۶

پاسخنامه تشریحی

۱ (۱) (۲) (۳) (۴)

اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^2+bx+c=0$ باشد، داریم:

$$S=x_1+x_2=-\frac{b}{a}\ ,\ P=x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$$

در این معادله داریم:

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}=4\ ,\ x_1x_2=\frac{c}{a}=1$$

پس حاصل عبارت مورد نظر را به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$A=\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\Rightarrow A^2=x_1+x_2+2\sqrt{x_1x_2}=S+2\sqrt{p}=4+2=6\Rightarrow A=\sqrt{6}$$

۲ (۱) (۲) (۳) (۴) روش اول: اگر y ریشه ی معادله ی جدید و x ریشه های معادله ی قدیم باشد. آنگاه $y=9x$ پس: $x=\frac{y}{9}$ لذا:

$$x^2+x-3=0\Rightarrow(\frac{y}{9})^2+\frac{y}{9}-3=0\Rightarrow y^2+9y-243=0$$

روش دوم: کافی است b را در ۹ و c را در 9^2 ضرب کنید.

$$x^2+x-3=0\Rightarrow x^2+9x-243=0$$

(ریشه‌های معادله‌ی $ax^2+bkx+ck^2=0$، k برابر ریشه‌های معادله $ax^2+bx+c=0$ می‌باشند.)

۳ (۱) (۲) (۳) (۴) طول رأس سهمی، میانگین صفرها (ریشه‌ها)ی سهمی است. در این سؤال ریشه‌ها صفر و -6 است:

$$x_s=-3$$

عرض سهمی هم ۳ $y_s=3$ است، پس ضابطه سهمی $y=a(x+3)^2+3$ است. مختصات یکی از نقاط $(0,0)$ و $(-6,0)$ را در ضابطه جای‌گذاری می‌کنیم:

$$0=9a+3\Rightarrow a=-\frac{1}{3}$$

پس ضابطه سهمی $y=-\frac{1}{3}(x+3)^2+3$ است:

$$-\frac{1}{3}(x^2+6x+9)+3=-\frac{1}{3}x^2-2x=ax^2+bx+c$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=-\frac{1}{3}\\ b=-2\\ c=0\end{cases}\Rightarrow-\frac{\sqrt{b^2}}{a}=-\frac{|b|}{a}=-\frac{2}{-\frac{1}{3}}=6$$

۴ (۱) (۲) (۳) (۴) شرط وجود دو ریشهٔ مثبت در معادلهٔ درجه دوم این است که $\Delta, S, P>0$ باشد:

$$\boxed{\begin{array}{l}\Delta>0\Rightarrow 4(a-2)^2-4(14-a)>0\Rightarrow 4a^2-12a-40>0\Rightarrow a^2-3a-10>0\Rightarrow(a-5)(a+2)>0\Rightarrow a<-2 \text{ یا } a>5\quad(I)\\ S>0\Rightarrow S=-\frac{-2(a-2)}{1}>0\Rightarrow a>2\quad(II)\\ P>0\Rightarrow P=\frac{14-a}{1}>0\Rightarrow a<14\quad(III)\end{array}}$$

$$I\cap II\cap III\Rightarrow 5<a<14$$

توجه: در معادلهٔ درجهٔ دوم هرگاه $\frac{c}{a}>0$ باید شرط $\Delta>0$ بررسی گردد و اگر $\frac{c}{a}<0$ باشد، معادله دو ریشهٔ حقیقی دارد و نیاز به بررسی $\Delta>0$ نیست.

۵ (۱) (۲) (۳) (۴) طول رأس سهمی برابر $x=-\frac{a}{2(-2)}$ است. پس:

$$\frac{a}{4}=-1\Rightarrow a=-4\qquad\Rightarrow y=-2x^2-4x-b$$

عرض رأس سهمی به ازای $x=-1$ به‌دست می‌آید. پس:

$$y=-2(-1)^2+a(-1)-b=-2+4-b=4\Rightarrow b=-2$$

در نتیجه: $ab=8$

۶ (۱) (۲) (۳) (۴) چون α و β ریشه‌های معادلهٔ $2x^2-7x+1=0$ هستند، پس در معادله صدق می‌کنند. یعنی داریم:

$$2\alpha^2-7\alpha+1=0\Rightarrow 2\alpha^2-7\alpha=-1\xrightarrow{\text{طرفین در }\alpha\text{ ضرب}}2\alpha^3-7\alpha^2=-\alpha$$

$$2\beta^2-7\beta+1=0\Rightarrow 2\beta^2-7\beta=-1\xrightarrow{\text{طرفین در }\beta\text{ ضرب}}2\beta^3-7\beta^2=-\beta$$

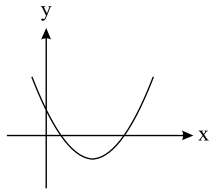
بنابراین ریشه‌های معادلهٔ مطلوب به‌صورت $x_1=-\alpha+5$ و $x_2=-\beta+5$ هستند، که داریم:

$$S'=x_1+x_2=-(\alpha+\beta)+10=-(\frac{7}{2})+10=\frac{13}{2}$$

$$P'=x_1x_2=(-\alpha+5)(-\beta+5)=\alpha\beta-5(\alpha+\beta)+25=\frac{1}{2}-5(\frac{7}{2})+25=8$$

بنابراین معادلهٔ مطلوب به‌صورت $x^2-S'x+P'=0$ یعنی به‌صورت $x^2-\frac{13}{2}x+8=0$ خواهد بود که می‌توان آن را به‌صورت $2x^2-13x+16=0$ نیز نوشت.

۷ ۱ ۲ ۳ **۴** نمودار فرضی تابع به شکل



است (شکل می‌تواند از مبدأ هم بگذرد.)

$$Min \rightarrow x^2 \text{ ضریب } >0 \rightarrow m-1>0 \rightarrow m>1$$

$$\text{جمع ریشه‌ها} >0 \rightarrow -\frac{b}{a}>0 \rightarrow \frac{-m}{\underbrace{m-1}_{+}}>0 \rightarrow -m>0 \rightarrow m<0$$

$$\text{ضرب ریشه‌ها} \geq 0 \rightarrow \frac{c}{a}\geq 0 \rightarrow \frac{1}{\underbrace{m-1}_{+}}\geq 0 \rightarrow \text{برقرار است.}$$

نیازی به بررسی $\Delta>0$ نمی‌باشد زیرا اشتراک جواب‌های بدست آمده، تهی است.

۸ **۱** ۲ ۳ ۴

می دانیم : $x'+x''=-\frac{b}{a}\Rightarrow 2+x''=5\Rightarrow x''=3$

پس : $x'^3+x''^3=2^3+3^3=8+27=35$

۹ ۱ ۲ ۳ **۴** نقطهٔ $\begin{vmatrix}0\\-1\end{vmatrix}$ روی شکل قرار دارد پس مختصات این نقطه در تابع صدق می‌کند.

$$\begin{vmatrix}0\\-1\end{vmatrix} \xrightarrow{\text{صدق}} -1=0+0+b\rightarrow b=-1\rightarrow f(x)=(a-5)x^2+(a+3)x-1$$

تابع درجه‌ی دوم بر محور xها مماس است بنابراین دلتا باید صفر باشد.

$$\Delta=0\rightarrow b^2-4ac=0\rightarrow (a+3)^2-4(a-5)(-1)=0\rightarrow a^2+9+6a+4a-20=0$$

$$\rightarrow a^2+10a-11=0\rightarrow (a+11)(a-1)=0\rightarrow a=-11, a=1\ (I)$$

چون تابع در سمت چپ محور yها بر محور xها مماس شده است پس ریشه‌ی مضاعف یعنی $-\frac{b}{2a}$ باید منفی باشد.

$$\frac{-a-3}{2a-10}<0\rightarrow$$

a	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
عبارت <0		$-$	0	$+$	ت ن	$-$	

$\rightarrow a<-3$ یا $a>5\ (II)$

از اشتراک I و II به جواب $a=-11$ می‌رسیم.

۱۰ ۱ ۲ ۳ **۴**

کافی است یک رابطه‌ی دیگر، بین ریشه ها بنویسیم و با رابطه‌ی داده شده تشکیل دستگاه دهیم.

می‌دانیم : $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$

$$\begin{cases}x_1+x_2=\frac{1}{2}\\ x_1+2x_2=\frac{7}{2}\end{cases}\xrightarrow{\text{دستگاه}} x_2=3 \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} 18-3+k=0\ \Rightarrow\ k=-15$$

۱۱ ۱ ۲ **۳** ۴ اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^2+bx+c=0$ باشند، آنگاه:

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}\ ,\ \alpha\cdot\beta=\frac{c}{a}$$

با توجه به معادلهٔ داده شده داریم:

$$\begin{cases}S=\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=3\\ P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{1}{4}\end{cases}$$

$$k=\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}\Rightarrow k^2=\beta+\alpha+2\sqrt{\alpha\beta}=3+2\times\frac{1}{2}=4\Rightarrow k=2$$

$$A=\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}}=\frac{\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha\beta}}=\frac{۲}{\sqrt{\frac{۱}{۴}}}=۴$$

۱۲ ۴ **۳** ۲ ۱ مقادیر A و C محل برخورد سهمی با محور xهاست، داریم:

$$f(x)=۰\to -x^۲+۲x+۱۵=۰\to x^۲-۲x-۱۵=۰\to (x-۵)(x+۳)=۰\to \begin{cases} x=-۳\\ \text{یا}\\ x=۵\end{cases}\to A=-۳\ ,\ \ C=۵$$

محل برخورد سهمی با محور yها برابر B است. داریم:

$$x=۰\to f(۰)=۱۵=B$$

بنابراین:

$$\frac{۳A-C-۱}{B}=\frac{۳(-۳)-۵-۱}{۱۵}=-\frac{۱۵}{۱۵}=-۱$$

۱۳ ۴ **۳** ۲ ۱

$$f\left(x\right)=\frac{x^۴-۵x^۲+۴}{x^۲+x-۲}=\frac{(x^۲-۱)(x^۲-۴)}{\left(x+۲\right)\left(x-۱\right)}=\frac{\left(x-۱\right)\left(x+۱\right)\left(x-۲\right)\left(x+۲\right)}{\left(x+۲\right)\left(x-۱\right)}$$

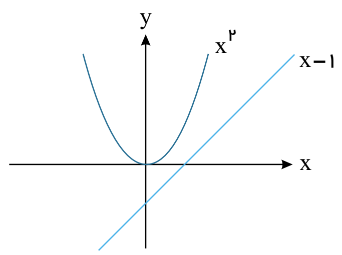
در نگاه اول صفرهای معادله عبارت‌اند از: ۱ و ۱− و ۲− و ۲+

با کمی دقت متوجه می‌شویم $x=۱$ و $x=-۲$ ریشه‌های مخرج هستند و جزء دامنه تابع نیستند. بنابراین صفرهای تابع عبارتند از: $x=-۱$ و $x=۲$.

بنابراین حاصل جمع صفرهای تابع برابر ۱ می‌باشد.

۱۴ **۴** ۳ ۲ ۱

می‌خواهیم کوتاه‌ترین فاصلهٔ بین خط و منحنی را بیابیم. برای این منظور فرض می‌کنیم نقطهٔ $A(\alpha,\alpha^۲)$ روی منحنی $y=x^۲$، کم‌ترین فاصله را از خط $y=x-۱$ داشته باشد. حال کافی است فاصلهٔ نقطهٔ A را از خط $x-y-۱=۰$ بیابیم و می‌نیمم این فاصله را محاسبه کنیم. فاصلهٔ نقطهٔ $A(\alpha,\alpha^۲)$ از خط $x-y-۱=۰$، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



$$d=\frac{|\alpha-\alpha^۲-۱|}{\sqrt{۱+۱}}=\frac{|-\alpha^۲+\alpha-۱|}{\sqrt{۲}}$$

عبارت $-\alpha^۲+\alpha-۱$ عبارتی همواره منفی است زیرا $\Delta<۰$ و $\alpha<۰$ است. به همین دلیل مقدار d برابر است با:

$$d=\frac{\alpha^۲-\alpha+۱}{\sqrt{۲}}$$

حال برای این‌که، می‌نیمم شود باید صورت آن می‌نیمم شود (زیرا مخرج آن ثابت است) پس باید می‌نیمم عبارت $\alpha^۲-\alpha+۱$ را بیابیم که برابر است با:

$$miny=\frac{\Delta}{۴a}=\frac{۴(۱)(۱)-۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

پس کم‌ترین فاصله برابر است با:

$$mind=\frac{\frac{۳}{۴}}{\sqrt{۲}}=\frac{۳}{۴\sqrt{۲}}$$

۱۵ ۴ **۳** ۲ ۱ تابع درجهٔ دوم به‌صورت $f(x)=ax^۲+bx+c$ است.

$$\left|\begin{matrix}۰\\-۲\end{matrix}\right.\xrightarrow{\text{صدق}}-۲=۰+۰+c\to c=-۲$$

$$x_S=۱\to -\frac{b}{۲a}=۱\to ۲a=-b$$

$$y_S=-۱\to\frac{۴ac-b^۲}{۴a}=-۱\to\frac{-۸a-b^۲}{۴a}=-۱\xrightarrow{۲a=-b}\frac{-۸a-۴a^۲}{۴a}=-۱\to -۸a-۴a^۲=-۴a\to ۴a^۲+۴a=۰\to ۴a(a+۱)=۰$$

$$\to\begin{cases}a=-۱\to b=۲\\ a=۰\ \text{غ ق ق}\end{cases}\to f(x)=-x^۲+۲x-۲$$

۱۶ ۴ ۳ ۲ **۱**

اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^۲+bx+c=۰$ باشند، آنگاه:

$$S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}\ \ ,\ \ P=\alpha\cdot\beta=\frac{c}{a}\ \ ,\ \ \alpha^۲+\beta^۲=(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\cdot\beta=S^۲-۲P$$

α , β ریشه‌های معادله هستند، پس در خود معادله صدق می‌کنند.

$$\alpha^۲ - ۲\alpha - ۴ = ۰ \Rightarrow \alpha^۲ - ۴ = ۲\alpha$$
$$(\alpha^۲ - ۴)^۲ + ۴\beta^۲ = (۲\alpha)^۲ + ۴\beta^۲ = ۴(\alpha^۲ + \beta^۲) = ۴(S^۲ - ۲P) = ۴(۴ + ۸) = ۴۸$$

۱۷ ۴ ۳ ۲ **۱** اگر α و β جواب‌های معادله باشند و $\alpha = ۲\beta$ آنگاه

$$\alpha + \beta = ۳m \to ۲\beta + \beta = ۳m \to \beta = m \to \alpha = ۲m$$
$$\alpha \cdot \beta = m + ۳ \to (۲m)(m) = m + ۳ \to ۲m^۲ - m - ۳ = ۰ \to (m + ۱)(۲m - ۳) = ۰ \to \begin{cases} m = -۱ \\ m = \dfrac{۳}{۲} \end{cases}$$

به ازای هر دو مقدار به دست آمده معادله دو جواب دارد، پس هر دو قابل قبول هستند و در نتیجه مجموع مقدارهای ممکن برای m برابر $\frac{۱}{۲}$ است.

۱۸ ۴ ۳ ۲ **۱** اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ داده‌شده باشند $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{۴a + ۱}{a}$ و $\alpha\beta = \frac{c}{a} = ۴$ است.

$$\alpha = ۱۰\beta - ۳ \xrightarrow{\alpha\beta = ۴ \to \beta = \frac{۴}{\alpha}} \alpha = \frac{۴۰}{\alpha} - ۳ \to \alpha^۲ = ۴۰ - ۳\alpha \to \alpha^۲ + ۳\alpha - ۴۰ = ۰ \to (\alpha + ۸)(\alpha - ۵) = ۰$$

$$\to \begin{cases} \alpha = -۸ \to \beta = -\dfrac{۱}{۲} \xrightarrow{\alpha + \beta = \frac{۴a+۱}{a}} -\dfrac{۱۷}{۲} = \dfrac{۴a + ۱}{a} \to ۸a + ۲ = -۱۷a \to a = -\dfrac{۲}{۲۵} \\ \alpha = ۵ \to \beta = \dfrac{۴}{۵} \xrightarrow{\alpha + \beta = \frac{۴a+۱}{a}} \dfrac{۲۹}{۵} = \dfrac{۴a + ۱}{a} \to ۲۹a = ۲۰a + ۵ \to a = \dfrac{۵}{۹} \end{cases}$$

بنابراین مقدار مثبت a برابر $\frac{۵}{۹}$ است.

۱۹ **۴** ۳ ۲ ۱ روش اول:

می‌دانیم برای نوشتن معادلهٔ درجهٔ دومی که ریشه‌هایش عکس ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم داده شده‌ای باشد باید جای a و c را عوض کنیم و برای نوشتن معادلهٔ درجهٔ دومی که ریشه‌هایش k واحد کمتر از ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم داده شده‌ای باشد، باید x را به $x + k$ تبدیل کنیم.

$$۲x^۲ - ۳x - ۱ = ۰ \xrightarrow[\text{جای } a,c \text{ عوض}]{\text{معکوس}} -x^۲ - ۳x + ۲ = ۰ \xrightarrow[x \to x+۱]{\text{یک واحد کمتر}} -(x + ۱)^۲ - ۳(x + ۱) + ۲ = ۰$$
$$\Rightarrow -x^۲ - ۲x - ۱ - ۳x - ۳ + ۲ = ۰ \Rightarrow x^۲ + ۵x + ۲ = ۰$$

۲۰ ۴ ۳ **۲** ۱ اگر در این مثلث طول قاعده را a و ارتفاع وارد بر آن را h بنامیم، در این صورت $a + h = ۱۶$ است.

$$S = \frac{۱}{۲}ah \xrightarrow{h = ۱۶ - a} S(a) = \frac{۱}{۲}a(۱۶ - a) = -\frac{۱}{۲}a^۲ + ۸a$$

تابع $S = -\frac{۱}{۲}a^۲ + ۸a$ یک تابع درجهٔ دوم برحسب a است که چون ضریب $a^۲$ منفی است، پس تابع ماکزیمم دارد. عرض رأس این سهمی که بیشترین مقدار آن نیز هست برابر با $-\frac{\Delta}{۴a'}$ است.

$$S_{Max} = \frac{-\Delta}{۴a'} = \frac{۴a'c' - b^۲}{۴a'} = \frac{۴(-\frac{۱}{۲})(۰) - ۶۴}{۴(\frac{-۱}{۲})} = \frac{-۶۴}{-۲} = ۳۲$$

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۴
۲	۱
۳	۴
۴	۴
۵	۳
۶	۴
۷	۴
۸	۱
۹	۴
۱۰	۴
۱۱	۳
۱۲	۳
۱۳	۳
۱۴	۴
۱۵	۳
۱۶	۱
۱۷	۱
۱۸	۱
۱۹	۴
۲۰	۲