

نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۹۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی دهم انسانی از موزن جامع تشریحی

تاریخ آزمون:

۱) کدام یک از نمونه گیری های زیر، یک نمونه گیری تصادفی است. در هر یک از واحدهای آماری، جامعه و نمونه را مشخص کنید.

الف) با همه مأموران یک پاسگاه پلیس برای آگاهی از نظرشان راجع به تخلفات مصاحبه شد.

ب) با بچه هایی که وارد یک بازی می شدند، پنج درمیان مصاحبه شد تا وسیله بازی مورد علاقه کودکان بررسی شود.

پ) برای بررسی PH شامپوهای تولیدی یک کارخانه، شامپوها را صد درمیان مورد آزمایش قرار دادیم.

۲) یکی از ریشه های معادله $2x^2 - (5k + 3) + 2 = 0$ سه واحد از قرینه ریشه دیگر بزرگتر است. k کدام است؟

۳) در معادله درجه دوم $5x^2 + (k + 2)x + k = 0$ ، اگر مجموع دو ریشه حقیقی برابر $\frac{1}{5}$ باشد، ریشه مثبت آن کدام است؟

۴) اگر دامنه تغییرات داده های a و b و c و d برابر ۱۰ باشد، دامنه تغییرات داده های $\frac{a}{2} + 1$ و $\frac{b}{2} + 1$ و $\frac{c}{2} + 1$ و $\frac{d}{2} + 1$ چقدر است؟

۵) در یک سری از داده ها با دامنه تغییرات R همه داده ها را ۳ برابر کرده و از آنها ۵ واحد کم می کنیم، دامنه تغییرات داده های جدید کدام است؟

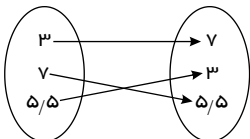
۶) ضابطه تابع خطی f را که از نقاط $(2, 3)$ و $(4, 1)$ می گذرد، مشخص کنید و نمودار آن را رسم نمایید.

۷) به شرط $\Delta > 0$ ، با تعیین ریشه های معادله نشان دهید حاصل ضرب ریشه های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ برابر $\frac{c}{a}$ است.

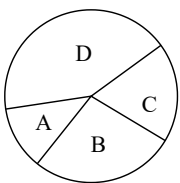
۸) عددی را بیابید که اگر از ۵ برابر آن، ۳۰ واحد کم کنیم حاصل برابر ۲۰ شود.

۹) برد تابع $f(x) = x^2 - 1$ را با دامنه $\{1, 2, 3\}$ به دست آورید و تابع f را به صورت زوج مرتبی نمایش دهید.

۱۰) با توجه به نمودار بیکانی زیر جا های خالی را کامل کنید.



$$f(3) = \dots$$
$$f(\dots) = 5,5$$



۱۱) در نمودار دایره ای مقابل تعداد افراد در دسته های B ، C و D به ترتیب ۲، ۴ و ۵ برابر تعداد افرادی است که در دسته A

قرار دارند. زاویه دسته C چند درجه است؟

۱۲) الف) داده ها با مقیاس اسمی، کمی هستند یا کیفی؟ ب) داده ها با مقیاس فاصله ای کمی هستند یا کیفی؟

۱۳) اگر تمام داده های یک مجموعه آماری ۶ برابر شود، دامنه تغییرات، چه تغییری می کند؟

۱۴) دامنه تغییرات داده های ۳، ۱، ۳، ۱، ۳، ۱۴، ۱۸، ۴۱، ۳، ۱، ۳ را به دست آورید.

۱۵) میانگین ۴ داده دیگر برابر ۷ و میانگین ۶ داده برابر ۲ است. میانگین ۱۰ داده چقدر است؟

۱۶) میانه داده های روبه رو را به دست آورید. ۱، ۳، ۵، ۸، ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۳، ۱۷، ۱۸

۱۷) در موارد روبه رو مشخص کنید، چه روشی برای جمع آوری داده ها مناسب تر است؟

الف) میزان رضایت مندی مشتریان از کارمندان فروشگاه (ب) نحوه استفاده کودکان از اوقات فراغت

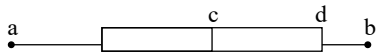
۱۸) در یک بررسی از ۳۰ نفر از دانش آموزان مدرسه ای ۱۰۰ نفری، رشته مورد علاقه شان را پرسیده ایم. در این بررسی سرشماری کرده ایم یا

نمونه گیری؟

۱۹) در معادله $x^2 - 6x + m = 0$ چنانچه یکی از ریشه ها ۲ واحد از ریشه دیگر بزرگ تر باشد، مقدار m را بیابید.



۲۰ شکل زیر نمودار جعبه‌ای داده‌های $\frac{3}{2}$ و $\frac{3}{1}$ و $\frac{2}{5}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{25}$ و $\frac{4}{1}$ و $\frac{2}{5}$ است.



الف. حاصل $\frac{b+a}{d+c}$ را به دست آورید.
ب. چند درصد داده‌ها بیشتر از چارک اول است؟



پاسخنامه تشریحی

- ۱ الف) جامعه: پلیس‌های این پاسگاه هستند. چون با تمام آنها مصاحبه شده نمونه‌گیری تصادفی نیست و سرشماری انجام شده است.
 ب) جامعه: کودکانی که وارد پارک بازی می‌شوند. نمونه: کودکان پنج‌درمیانی که مصاحبه می‌شوند. این یک نمونه‌گیری تصادفی است.
 پ) جامعه: شامپوهای تولیدی کارخانه و نمونه: شامپوهای صد درمیان آزمایش‌شده که یک نمونه‌گیری تصادفی است.

۲

x' و x'' را ریشه‌های معادله درجه دوم سوال در نظر می‌گیریم، داریم:

$$x' = -x'' + 3 \rightarrow x' + x'' = 3 \rightarrow \frac{-b}{a} = 3$$

$$\rightarrow \frac{-(-(\Delta k + 3))}{2} = \frac{\Delta k + 3}{2} = 3 \rightarrow \Delta k + 3 = 6 \rightarrow \Delta k = 3 \rightarrow k = \frac{3}{\Delta}$$

۳

$$5x^2 + (k + 2)x + k = 0 \rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = -\frac{b}{a} = -\frac{k + 2}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow -5(k + 2) = 5 \rightarrow -k - 2 = 1 \rightarrow -k = 3 \rightarrow k = -3$$

$$5x^2 + (-3 + 2)x - 3 = 0 \rightarrow 5x^2 - x - 3 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4(5)(-3) = 61 \rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{61}}{2 \times 5} \xrightarrow{\text{ریشه مثبت}} \frac{1 + \sqrt{61}}{10}$$

- ۴ اگر داده‌های اولیه (قدیم) را با داده‌های جدید مقایسه کنیم می‌فهمیم که هر داده مثل a ابتدا بر ۲ تقسیم شده و $\frac{a}{2}$ به دست آمده، سپس با ۱ جمع شده و $(\frac{a}{2} + 1)$ حاصل شده است ولی می‌دانیم جمع و تفریق، هیچ تأثیری روی R ندارد و فقط ضرب و تقسیم است که روی R اثر دارد، بنابراین:

$$\text{جدید } R = \frac{R \text{ اولیه}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

۵

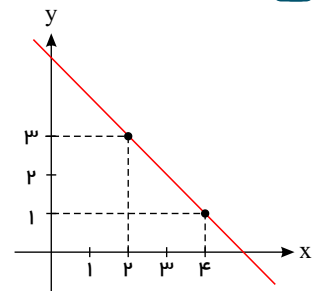
پاسخ: M را بزرگ‌ترین داده و m را کوچک‌ترین داده در نظر می‌گیریم؛ داریم:

$$R = M - m \text{ دامنه تغییرات اولیه}$$

$$\text{جدید دامنه تغییرات } R = (3M - 5) - (3m - 5) = 3M - 5 - 3m + 5 = 3M - 3m = 3(M - m) = 3R$$

۶

$$m = \frac{3 - 1}{2 - 4} = \frac{2}{-2} = -1 \quad f(x) = mx + h \xrightarrow{m=-1, (2,3) \in f} 3 = -1 \times 2 + h \Rightarrow h = 3 + 2 = 5 \Rightarrow f(x) = -x + 5$$



۷

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x_1 \times x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2}$$

$$\frac{\Delta = b^2 - 4ac}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} \Rightarrow x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

۸

ابتدا باید صورت ریاضی مسئله داده‌شده را بنویسیم.

$$5x \leq 30$$

$$30 \text{ واحد کم کنیم یعنی } \leq 30 -$$

$$5x - 30 = 20 \rightarrow 5x = 20 + 30 = 50$$

$$x = \frac{50}{5} = 10$$

۹

با قراردادن اعضای دامنه در ضابطه تابع f داریم:



$$f(x) = x^2 - 1$$

$$f(1) = 1^2 - 1 = 0, f(2) = 2^2 - 1 = 3, f(3) = 3^2 - 1 = 8$$

$$R_f = \{0, 3, 8\}$$

و نمایش زوج مرتبی تابع f به صورت $\{(1, 0), (2, 3), (3, 8)\}$ خواهد بود.

۱۰ با توجه به نمودار پیکانی عضو ۳ از دامنه به ۷ وصل شده است پس:

$$f(3) = 7$$

عضو ۷ از دامنه به ۵٫۵ در برد متصل شده است در نتیجه:

$$f(7) = 5,5$$

۱۱ با توجه به نسبت فراوانی دسته‌ها، همان نسبت بین زاویه مرکزی متناظر با هر دسته و زاویه متناظر با دسته A برقرار است.

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{A} + 2\widehat{A} + 4\widehat{A} + 5\widehat{A} = 360^\circ \Rightarrow 12\widehat{A} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{A} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 4\widehat{A} = 4 \times 30 = 120^\circ$$

۱۲ الف) کیفی ب) کمی

۱۳ اگر تمام داده‌ها ۶ برابر شود پس max و min داده‌ها نیز ۶ برابر می‌شوند، بنابراین اگر داشته باشیم $R_{جدید} = max - min$:

$$R_{جدید} = 6 \times max - 6 \times min = 6 \times (max - min) \rightarrow$$
 دامنه تغییرات ۶ برابر می‌شود

۱۴ دامنه تغییرات برابر است با تفاضل کوچک‌ترین داده از بزرگ‌ترین داده

$$R = max - min = 41 - 1 = 40$$

۱۵ ابتدا باید مجموع کل داده‌ها را محاسبه کنیم، برای این کار ابتدا مجموع ۴ داده و سپس مجموع ۶ داده را محاسبه کرده و با یکدیگر جمع می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{داده ۴} = \text{مجموع ۴} \times \text{میانگین} = 4 \times 7 = 28 \\ \text{داده ۶} = \text{مجموع ۶} \times \text{میانگین} = 6 \times 2 = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مجموع کل داده‌ها} = 28 + 12 = 40$$

$$\Rightarrow \text{میانگین کل داده‌ها} = \frac{40}{10} = 4$$

۱۶ داده‌ها از کوچک به بزرگ مرتب هستند و تعداد آنها ۱۰ تا است، پس برای به دست آوردن میانه باید میانگین داده‌های پنجم و ششم را حساب کنیم.

$$\text{میانه} = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{9 + 11}{2} = 10$$

۱۷ الف) پرسش‌نامه ب) مصاحبه

۱۸ نمونه‌گیری، زیرا تمام دانش‌آموزان مدرسه را مورد مطالعه قرار ندادیم.

۱۹ دو ریشه‌ی معادله را $\alpha + 2$ و α در نظر می‌گیریم بنابر فرض سوال داریم:

$$\alpha + (\alpha + 2) = \frac{-b}{a} \rightarrow 2\alpha + 2 = \frac{-(-6)}{1} \rightarrow 2\alpha + 2 = 6 \rightarrow \alpha = 2$$

از طرفی می‌دانیم ضرب ریشه‌ها $\frac{c}{a}$ یعنی برابر m است. در نتیجه:

$$m = \alpha(\alpha + 2) = 2 \times 4 = 8$$

۲۰ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$1,25 \text{ و } 1,5 \text{ و } 2,5 \text{ و } 2,5 \text{ و } 3,1 \text{ و } 3,2 \text{ و } 4,1$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$Q_1 \quad \text{میانه} \quad Q_3$$

$$a = 1,25 \text{ : کمترین داده‌ها} \quad c = 2,5 \text{ : میانه}$$

$$b = 4,1 \text{ : بیشترین داده‌ها} \quad d = 3,2 \text{ : چارک سوم}$$

الف)

$$\frac{b-a}{d+c} = \frac{4,1 + 1,25}{3,2 + 2,5} = \frac{5,35}{5,7}$$

ب) ۷۵٪ داده‌ها بیشتر از چارک اول هستند.