



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی ۱۲ انسانی فصل ۱ تستی

تاریخ آزمون:

۱ چند عدد ۳ رقمی مضرب ۵ وجود دارد؟

- ۱۲۰  ۱۸۰  ۱۷۰  ۱۶۰

۲ مقدار  $n$  در عبارت  $\frac{n!(n-3)!}{(n-2)!(n-1)!} = \frac{3}{2}$  کدام است؟

- ۶  ۴  ۳  ۵

۳ چند عدد سه رقمی زوج بزرگتر از ۳۰۰ با ارقام (۱, ۲, ۳, ۴, ۵) وجود دارد؟ (تکرار ارقام مجاز است.)

- ۳۰  ۵  ۱۲۵  ۸۰

۴ با حروف کلمه DAMAVAND چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت به طوری که فقط حرف A دو بار تکرار شود؟

- ۱۴۴  ۱۲۰  ۷۲  ۷۲۰

۵ در یک آکادمی فوتبالیست‌ها برحسب جدول مقابل دسته‌بندی می‌شوند. اگر به یک فوتبالیست نیاز داشته باشیم، با کدام احتمال هافبک یا چپ پا است؟

وضعیت	دفاع	هافبک	حمله
چپ پا	۲	۳	۲
راست پا	۴	۵	۴

- ۳/۵  ۲/۵  ۳/۷  ۲/۷

۶ دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. چه قدر احتمال دارد که حاصل ضرب دو عدد ظاهر شده بزرگتر یا مساوی ۲۵ شود؟

- ۵/۹  ۳/۴  ۷/۱۲  ۱/۹

۷ چهار مهره از ده مهره موجود در یک کیسه، سفید و بقیه سیاه است. اگر سه مهره به تصادف از بین آن‌ها با هم اختیار کنیم، احتمال آن که این سه مهره سیاه باشند، کدام است؟

- ۱/۷  ۱/۶  ۱/۵  ۱/۴

۸ ۵ نفر که دو نفرشان علی و رضا هستند، به طور تصادفی در یک صف قرار گرفته‌اند. با چه احتمالی علی و رضا کنار هم نیستند؟

- ۰٫۴  ۰٫۵  ۰٫۶  ۰٫۷

۹ اگر در یک جامعه ۱۰ نفره، حداکثر ۴۵ نمونه بتوان انتخاب کرد، تعداد اعضای نمونه کدام می‌تواند باشد؟

- ۲  ۳  ۴  ۵

۱۰ اعداد فرد کوچکتر از ۳۰ را روی کارت‌های یکسان نوشته و درون کیسه‌ای ریخته‌ایم. یک کارت به تصادف بیرون می‌آوریم. چه قدر احتمال دارد عدد روی کارت عددی اول باشد؟

- ۰٫۴  ۰٫۵  ۰٫۶  ۰٫۸

۱۱ یک تاس قرمز و یک تاس سبز را باهم پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه مجموع دو عدد ظاهر شده روی تاس‌ها ۷ نباشد، کدام است؟

- ۱/۶  ۱۳/۳۶  ۵/۶  ۱۷/۳۶



۱۲) از بین ۳ عدد شکلات متمایز، ۵ عدد آدامس متمایز و ۲ عدد آبمیوه متمایز، ۳ تا خوراکی را انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی همگی از یک نوع هستند؟

$\frac{23}{120}$  ①       $\frac{21}{120}$  ②       $\frac{17}{120}$  ③       $\frac{11}{120}$  ④

۱۳) یک سکه و دو تاس را همزمان پرتاب می‌کنیم؛ با کدام احتمال سکه «رو» و مجموع اعداد تاس‌ها، عددی اول است؟

$\frac{5}{24}$  ①       $\frac{23}{25}$  ②       $\frac{11}{19}$  ③       $\frac{12}{35}$  ④

۱۴) کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

- ① اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه  $S$  باشند، پیشامد  $A - B$  زمانی رخ می‌دهد که  $A$  رخ دهد، ولی  $B$  رخ ندهد.  
 ② اگر  $A'$  متمم پیشامد  $A$  باشد، آنگاه  $A'$  زمانی رخ می‌دهد که  $A$  رخ ندهد.  
 ③ اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه  $S$  و  $A \cap B = \emptyset$  باشد، در این صورت  $A$  و  $B$  را دو پیشامد سازگار می‌گویند.  
 ④ فضای نمونه پرتاب دو سکه و یک تاس ۲۴ عضو دارد.

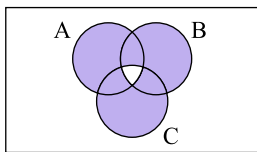
۱۵) از بین ۷ دانش‌آموز انسانی و ۳ دانش‌آموز تجربی یک تیم سه نفره انتخاب می‌کنیم پیشامد آن که هر سه انسانی باشند چند عضو دارد؟

۵۲ ①      ۳۰ ②      ۴۷ ③      ۳۵ ④

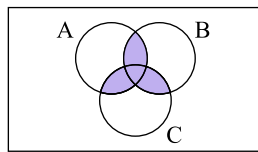
۱۶) حاصل  $\binom{1}{0} + \binom{2}{1} + \binom{3}{2} + \binom{4}{3} + \binom{5}{4}$  برابر کدام گزینه است؟

$\frac{5!}{2!}$  ①       $\frac{5!}{3!}$  ②      ۱۵ ③      ۱۷ ④

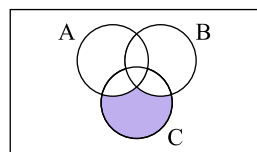
۱۷) در هر گزینه برای قسمت هاشور خورده یک پیشامد در زیر شکل آن نوشته شده است. در کدام مورد اشتباه رخ داده است؟



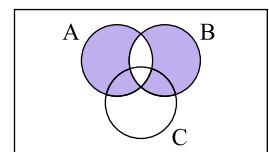
$(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$  ④



$(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$  ③



$C - (A \cap B)$  ②

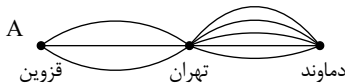


$(A - B) \cup (B - A)$  ①

۱۸) از بین ۵ سیب مختلف، ۴ پرتقال مختلف و ۲ موز مختلف می‌خواهیم ۳ میوه به طور تصادفی انتخاب کنیم. احتمال آن‌که دقیقاً دو سیب داشته باشیم، کدام است؟

$\frac{6}{165}$  ①       $\frac{12}{33}$  ②       $\frac{7}{33}$  ③       $\frac{3}{53}$  ④

۱۹) بین شهرهای قزوین، تهران، دماوند راه‌های زیر موجود است. به چند طریق می‌توان از قزوین به دماوند سفر کرد؟



۱۲ ①      ۱۵ ②

۱۸ ③      ۲۱ ④

۲۰) در چند عدد سه رقمی، رقم تکراری وجود دارد؟

۵۴۱ ①      ۶۴۸ ②      ۳۰۰ ③      ۲۵۲ ④



# پاسخنامه تشریحی

تمامی اعداد ۳ رقمی مضرب ۵ که یکان آن صفر می‌باشد:  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

یکان دهگان صدگان

$$\boxed{9} \boxed{10} \boxed{1} = 9 \times 10 \times 1 = 90$$

تمامی اعداد ۳ رقمی مضرب ۵ که یکان آن‌ها رقم ۵ می‌باشد:

یکان دهگان صدگان

$$\boxed{9} \boxed{10} \boxed{5} = 9 \times 10 \times 1 = 90$$

$$5 \text{ کلیه‌ی اعداد } 3 \text{ رقمی مضرب } 5 = 90 + 90 = 180$$

در جایگاه صدگان، صفر قرار نمی‌گیرد.

۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$\frac{n!(n-3)!}{(n-2)!(n-1)!} = \frac{3}{2} = \frac{n(n-1)! \times (n-3)!}{(n-2)(n-3)! \times (n-1)!} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{n}{n-2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3n - 6 = 2n$$
$$\Rightarrow 3n - 2n = 6 \Rightarrow n = 6$$

به جای رقم صدگان ارقام ۵، ۴، ۳ را می‌توان قرار داد تا عدد بزرگ‌تر از ۳۰۰ شود، پس صدگان ۳ حالت دارد. رقم دهگان هر یک از ۵ رقم داده شده می‌تواند باشد. برای آن که عدد حاصل زوج باشد، در مرتبه‌ی یکان یکی از دو رقم ۲ یا ۴ می‌تواند قرار گیرد، پس تعداد حالت‌ها برابر است با:  $3 \times 5 \times 2 = 30$

در کلمه مورد نظر حرف A دو بار تکرار شده، پس ۲ حرف دیگر را از حروف دیگر انتخاب می‌کنیم (MVND) سپس جابجایی دو طرف انتخاب شده را با دو حرف A بدست می‌آوریم.  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$\binom{4}{2} \times \frac{4!}{2!} = \frac{4!}{2!2!} \times \frac{4!}{2!} = 72$$

۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$\text{احتمال هافیک بودن: } P(A) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

$$\text{احتمال چپ پا بودن: } P(B) = \frac{7}{20}$$

$$\text{احتمال هافیک و چپ پا بودن: } P(A \cap B) = \frac{3}{20}$$

$$P(A \cup B) = \frac{2}{5} + \frac{7}{20} - \frac{3}{20} = \frac{2}{5} + \frac{4}{20} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$\begin{cases} n(S) = 6^2 = 36 \\ A = \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(A) = 4 \end{cases}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

اگر بخواهیم هر سه مهره سیاه باشند، باید این مهره‌ها از بین ۶ مهره‌ی سیاه انتخاب شوند، بنابراین:  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{\frac{6!}{3! \times 3!}}{\frac{10!}{3! \times 7!}} = \frac{6! \times 3! \times 7!}{10! \times 3! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3! \times 7!}{10 \times 9 \times 8 \times 7! \times 3!} = \frac{1}{6}$$

$$n(S) = 5! = 120$$

کل جایگشت را حساب می‌کنیم:  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵  
حالا تعداد حالاتی را که علی و رضا کنار هم هستند، حساب می‌کنیم:

$$\underbrace{\circ \circ \circ \boxed{\circ \circ}}_{4!} \Rightarrow n(A') = 4! \times 2! = 48$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{48}{120} = 0,4$$

پس:

در نتیجه:



$$P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

۹ اگر تعداد اعضای جامعه  $n$  باشد، تعداد نمونه‌های تصادفی از فرمول  $\binom{10}{n}$  به دست می‌آیند. بررسی گزینه‌ها:

$$\binom{10}{n} \xrightarrow{n=2} \binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45 \xrightarrow{n=8} \binom{10}{8} = \binom{10}{2} = 45$$

$$\binom{10}{n} \xrightarrow{n=3} \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = 120$$

$$\binom{10}{n} \xrightarrow{n=4} \binom{10}{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{24} = 210$$

$$\binom{10}{n} \xrightarrow{n=5} \binom{10}{5} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{120} = 252$$

با توجه به گزینه‌ها پس گزینه یک صحیح است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29\} \rightarrow n(S) = 15$$

$$A = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\} \Rightarrow n(A) = 9$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} = 0,6 \text{ است.}$$

۱۱ بهتر است از متمم استفاده کنیم؛ پس ابتدا حالتی را محاسبه می‌کنیم که جمع دو تاس ۷ باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \{(1, 6)(6, 1)(2, 5)(5, 2)(3, 4)(4, 3)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

در نتیجه داریم:

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

۱۲ از بین ۱۰ خوراکی ۳ خوراکی انتخاب می‌کنیم، پس فضای نمونه  $n(S) = \binom{10}{3} = 120$  عضو دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$n(A) = \binom{3}{3} + \binom{5}{3} = 1 + 10 = 11$$

احتمال مطلوب برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{11}{120}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$n(S) = 6 \times 6 \times 2 = 72$$

$$n(A) = \{(r, 1, 1)(r, 1, 2)(r, 1, 4)(r, 1, 6)(r, 2, 1)(r, 2, 3)(r, 2, 5)(r, 3, 2)(r, 3, 4)(r, 4, 1)(r, 4, 3)(r, 5, 2)(r, 5, 6)(r, 6, 1)(r, 6, 5)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{72} = \frac{5}{24}$$

۱۴ می‌دانیم اگر  $A \cap B = \emptyset$  و یا دو پیشامد  $A$  و  $B$  اگر اشتراکی باهم نداشته باشند را دو پیشامد ناسازگار می‌گوییم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

۱۵ دانش‌آموز انسانی داریم. پس تعداد تیم‌های سه نفره برابر  $\binom{7}{3}$  می‌باشد.

$$\binom{7}{3} = \frac{7 \times \cancel{6} \times 5}{\cancel{3} \times 2 \times 1} = 35$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$\frac{5!}{4!} = \frac{5 \times \cancel{4}!}{\cancel{4}!} = 5, \quad \frac{4!}{3!} = \frac{4 \times \cancel{3}!}{\cancel{3}!} = 4$$



$$\frac{3!}{2!} = \frac{3 \times \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 3, \quad \frac{2!}{1!} = \frac{2 \times \cancel{1!}}{\cancel{1!}} = 2, \quad \frac{1!}{0!} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\left(\frac{5!}{4!}\right) + \left(\frac{4!}{3!}\right) + \dots + \left(\frac{1!}{0!}\right) = 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$$

در گزینه ۲، پیشامد قسمت هاشورخورده به صورت  $C - (A \cup B)$  درست است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷)

چون دقیقاً ۲ سیب می‌خواهیم انتخاب شده باشد، پس ۲ سیب از بین ۵ سیب و ۱ میوه از بین پرتقال‌ها و موزها باید انتخاب کنیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2} \times \binom{6}{1}}{\binom{11}{3}} = \frac{10 \times 6}{\frac{11 \times 10 \times 9}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{12}{33}$$

از قزوین به تهران ۳ راه و از تهران به دماوند ۵ راه وجود دارد و مطابق با اصل ضرب داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۹)

حالت  $3 \times 5 = 15$

تعداد اعداد سه رقمی را از تعداد اعداد سه رقمی بدون تکرار ارقام کم می‌کنیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰)

$$\left. \begin{array}{l} \underline{9} \times \underline{10} \times \underline{10} = 900 \\ \underline{9} \times \underline{9} \times \underline{8} = 648 \end{array} \right\} \Rightarrow 900 - 648 = 252$$

۲۵۲ عدد سه رقمی داریم که رقم تکراری دارد.

# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴