



۱) بین دو عدد ۵ و $\frac{۲۵}{۲}$ چهار واسطه‌ی حسابی درج کرده‌ایم، مجموع این چهار واسطه کدام است؟ ($d > ۰$ (قدر نسبت))

- ۲۹ (۱) ۳۲٫۵ (۲) ۳۵ (۳) ۴۷٫۵ (۴)

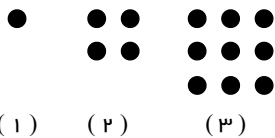
۲) اگر جمله سوم دنباله $a_n = ۴n^۲ - n + ۳k$ برابر صفر باشد، جمله هفتم آن کدام است؟

- ۱۳۶ (۱) ۱۴۲ (۲) ۱۵۶ (۳) ۱۶۰ (۴)

۳) در دنباله $a_1 = a_۲ = ۱$ ، $a_{n+۲} = a_n + a_{n+۱}$ مجموع جملات دهم و یازدهم کدام است؟

- ۵۵ (۱) ۲۳۳ (۲) ۸۹ (۳) ۱۴۴ (۴)

۴) با توجه به الگوی مقابل، شکل ۱۲۳ام شامل چند نقطه است؟



- ۵۲۹ (۱) ۴۸۴ (۲)

- ۵۱۷ (۳) ۵۷۶ (۴)

۵) در یک دنباله‌ی حسابی که دارای ۱۵ جمله است، جمعی هشتم برابر ۹ است. مجموع جملات این دنباله کدام است؟

- ۳۱۵ (۱) ۵۳۱ (۲) ۱۳۵ (۳) ۱۵۳ (۴)

۶) مجموع چند جمله از دنباله‌ی حسابی $\dots, -\frac{1}{۲}, -1, -\frac{۳}{۲}$ برابر با پانزده است؟

- ۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

۷) مجموع n جمله یک دنباله حسابی از رابطه $S_n = ۳n^۲ - ۵n$ به دست می‌آید، مجموع جملات ششم، هفتم و هشتم چند است؟

- ۱۰۲ (۱) ۳۴۲ (۲) ۳۲۴ (۳) ۱۲۰ (۴)

۸) در دنباله‌ای با جمله اول ۳۲ و اختلاف مشترک -۴ به ازای چه مقدار n مجموع جملات صفر است؟

- ۱۶ (۱) ۳۳ (۲) ۳۴ (۳) ۱۷ (۴)

۹) در یک دنباله حسابی جمله ششم برابر ۸ و هر جمله‌ای از جمله ماقبل خود $\frac{1}{۴}$ کم تر است. مجموع هشت جمله اول این دنباله چند است؟

- ۸۰ (۱) ۶۷ (۲) ۷۶ (۳) ۷۴ (۴)

۱۰) در دنباله $a_n = \begin{cases} ۲n - ۳ & \text{فرد } n \\ n^۲ & \text{زوج } n \end{cases}$ ، حاصل $a_۶ - a_۹$ کدام است؟

- ۲۱ (۱) ۳۶ (۲) ۱۵ (۳) ۵۱ (۴)

۱۱) در یک دنباله با رابطه بازگشتی $a_{n+۱} + a_n - ۶ = ۲a_n$ و $a_۱ = ۳$ مجموع ۱۰۰ جمله اول آن کدام است؟

- ۳۰۰۰۰ (۱) ۴۰۰۰۰ (۲) ۵۰۰۰۰ (۳) ۶۰۰۰۰ (۴)

۱۲) جمله پنجم دنباله حسابی $\frac{9}{۲}, ۶, \dots$ برابر ۹۶ است؟

- ۶۳ (۱) ۶۴ (۲) ۶۱ (۳) ۵۹ (۴)

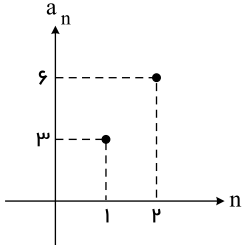


۱۳) اگر $a_n = \sqrt{2n-1} + n + 3$ و $b_n = n^2 - 2n - 24$ باشد، جمله پنجم دنباله a_n با کدام جمله از دنباله b_n برابر است؟

- ۱) پنجم ۲) هفتم ۳) دهم ۴) چهارم

۱۴) در دنباله $a_n = \frac{n^2}{3n-4}$ جمله چندم برابر $3\frac{2}{3}$ است؟

- ۱) ۸ ۲) ۱۳ ۳) ۹ ۴) ۷



۱۵) اگر نمودار یک دنباله حسابی به صورت روبه‌رو باشد، مجموع ۱۰ جمله اول کدام است؟

- ۱) ۱۵۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۱۶۵ ۴) ۱۷۱

۱۶) در یک دنباله حسابی جمله ۱۰ام برابر ۵۰ و اختلاف مشترک برابر $\frac{1}{5}$ است. جمله دوم کدام است؟

- ۱) $\frac{161}{5}$ ۲) $\frac{161}{3}$ ۳) $\frac{153}{2}$ ۴) $\frac{151}{5}$

۱۷) بین دو عدد ۲۴ و ۱۲۴، n عدد به گونه‌ای قرار می‌دهیم که یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک d تشکیل دهند که از ۲۴ شروع و به ۱۲۴ ختم می‌شود. اگر اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین آن n عدد برابر ۸۰ باشد، آن‌گاه مقدار $\frac{n}{d}$ کدام است؟

- ۱) ۰٫۸ ۲) ۰٫۷ ۳) ۰٫۹ ۴) ۰٫۶

۱۸) به کمک جمله سوم دنباله $a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + \frac{m}{a_n})$ و $a_1 = m$ که برای محاسبه جذر m نوشته شده، مقدار $\sqrt{5}$ تقریباً کدام است؟

- ۱) ۲٫۱۲ ۲) ۲٫۳۳ ۳) ۲٫۴۵ ۴) ۲٫۳۷

۱۹) یک فروشگاه برای فروش یک محصول قیمت آن را برای مشتری برحسب تعداد خرید از آن محصول طبق جدول زیر تعیین کرد. تابعی که مبلغ پرداختی به‌ازای تعداد کالای خریداری شده را نشان می‌دهد، کدام است؟

تعداد خرید	۱	۲	۳	۴	۵
قیمت هر یک عدد از محصول	۵۰۰۰	۴۰۰۰	۴۰۰۰	۳۵۰۰	۳۵۰۰

$$f(n) = \begin{cases} 5000 & , n = 1 \\ 4000 + n & , n = 2, 3 \\ 3500 + n & , n = 4, 5 \end{cases} \quad \text{۲}$$

$$f(n) = \begin{cases} 5000 & , n = 1 \\ 4000n & , n = 2, 3 \\ 3500n & , n = 4, 5 \end{cases} \quad \text{۱}$$

$$f(n) = \begin{cases} 1 & , n = 5000 \\ 2 + 3n & , n = 4000 \\ 4 + 5n & , n = 3500 \end{cases} \quad \text{۴}$$

$$f(n) = \begin{cases} 5000 + n & , n = 1 \\ 4000 + n & , n = 2, 3 \\ 3500 + n & , n = 4, 5 \end{cases} \quad \text{۳}$$

۲۰) مجموع تمامی اعداد طبیعی بین ۲۰ تا ۴۰ که بر ۷ بخش‌پذیر است، چند تا است؟

- ۱) ۷۸۲۹ ۲) ۷۹۲۸ ۳) ۸۹۲۷ ۴) ۸۷۲۹



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$5, \dots, \dots, \dots, \frac{25}{2}, \quad d = \frac{b-a}{m+1}$$

$$d = \frac{\frac{25}{2} - 5}{4+1} = \frac{\frac{25-10}{2}}{5} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} = 1,5 \quad (m = \text{تعداد واسطه‌ها})$$

$$d=1,5 \rightarrow 5, 6,5, 8, 9,5, 11, 12,5$$

$$\text{شده مجموع واسطه‌های حسابی درج شده} = 6,5 + 8 + 9,5 + 11 = 35$$

ابتدا با جایگذاری $n=3$ و $a_p=0$ در جمله عمومی مقدار k را به دست می‌آوریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$a_n = 4n^2 - n + 3k \xrightarrow{n=3} 4(3)^2 - 3 + 3k = 0 \Rightarrow 33 + 3k = 0 \Rightarrow 3k = -33 \Rightarrow k = -11$$

در نتیجه:

$$a_n = 4n^2 - n - 33 \xrightarrow{n=7} a_7 = 4(7)^2 - 7 - 33 = 156$$

این دنباله یک دنباله بازگشتی به نام فیبوناچی است که دو جمله اول آن ۱ و بقیه جملات از مجموع دو جمله قبلی به دست می‌آیند (۱ ۲ ۳ ۴ ۳)

بنابراین جملات این دنباله به صورت زیر هستند.

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89$$

جمله یازدهم
جمله دهم

مجموع جملات دهم و یازدهم برابر است با:

$$a_{10} + a_{11} = 55 + 89 = 144$$

با توجه به الگو این دنباله به صورت $1, 4, 9, \dots$ است که جمله عمومی آن به صورت $a_n = n^2$ است. (دنباله مربعی) ۱ ۲ ۳ ۴ ۴

با قرار دادن $n=23$ در جمله عمومی، جمله ۲۳ام را می‌یابیم.

$$a_n = n^2 \xrightarrow{n=23} a_{23} = 23^2 = 529$$

در هر دنباله حسابی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک d ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$ و مجموع n جمله اول از رابطه ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$a_8 = a_1 + 7d = 9$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{15} = \frac{15}{2}(2a_1 + 14d) = \frac{15}{2}(2)(a_1 + 7d) = 15 \times a_8 = 15 \times 9 = 135$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$-\frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{2}, \dots \Rightarrow a_1 = -\frac{3}{2}, d = -1 - (-\frac{3}{2}) = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) = \frac{n}{2}(2(-\frac{3}{2}) + (n-1)\frac{1}{2})$$

$$= \frac{n}{2}(-3 + \frac{n-1}{2}) = \frac{n}{2}(\frac{-6+n-1}{2}) = \frac{n(n-7)}{4}$$

$$\xrightarrow{S_n=15} \frac{n(n-7)}{4} = 15 \Rightarrow n^2 - 7n = 60$$

$$\Rightarrow n^2 - 7n - 60 = 0 \Rightarrow (n-12)(n+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=12 & \text{ق ق} \\ n=-5 & \text{غ ق} \end{cases}$$

مجموع جملات $a_6 + a_7 + a_8$ برابر است با: $S_8 - S_5$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۷

با توجه به مجموع جملات $S_n = 3n^2 - 5n$ داریم:

$$S_8 = 3 \times (8)^2 - 5 \times (8) = 3 \times (64) - 40 = 192 - 40 = 152$$

$$S_5 = 3 \times (5)^2 - 5 \times (5) = 3 \times (25) - 25 = 75 - 25 = 50$$

$$\Rightarrow S_8 - S_5 = 152 - 50 = 102$$

مجموع جملات دنباله حسابی با مشخصات ذکر شده برابر است با: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸



$$a_1 = 32, d = -4$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(2(32) + (n-1)(-4))$$

$$S_n = \frac{n}{2}(64 - 4n + 4) = \frac{n}{2}(68 - 4n) = n(34 - 2n)$$

کافیست مجموع جملات را برابر صفر قرار داده و مقدار n را به دست آوریم:

$$S_n = n(34 - 2n) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \\ 34 - 2n = 0 \Rightarrow 34 = 2n \Rightarrow n = 17 \end{cases}$$

$n = 0$ غیر قابل قبول است، چرا که دنباله را به ازای مقادیر طبیعی بررسی می‌کنیم، پس تنها پاسخ قابل قبول $n = 17$ است.

هر جمله‌ای از جمله ماقبل خود $\frac{1}{4}$ کم‌تر است، یعنی داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۹)

$$a_7 - a_1 = \frac{-1}{4} = d$$

از طرفی:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \xrightarrow{n=6} a_6 = a_1 + (6-1)d = 8$$

$$\xrightarrow{d=-\frac{1}{4}} \Rightarrow a_6 = a_1 + 5d = 8 \xrightarrow{d=-\frac{1}{4}} a_6 = a_1 + 5\left(-\frac{1}{4}\right) = 8$$

$$\Rightarrow a_1 = 8 + \frac{5}{4} = \frac{37}{4}$$

مجموع جملات دنباله برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) = \frac{n}{2}\left(2\left(\frac{37}{4}\right) + (n-1)\left(-\frac{1}{4}\right)\right) = \frac{n}{2}\left(\frac{37}{2} - (n-1)\frac{1}{4}\right)$$

$$\xrightarrow{n=8} S_8 = \frac{8}{2}\left(\frac{37}{2} - (8-1)\frac{1}{4}\right) = 4\left(\frac{37}{2} - \frac{7}{4}\right) = 2(37) - 7 = 74 - 7 = 67$$

دنباله موردنظر یک دنباله ۲ ضابطه‌ای است، برای جمله ششم از ضابطه پایینی و برای جمله نهم از ضابطه بالایی استفاده می‌کنیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۰)

$$\xrightarrow{\text{زوج } n} a_n = n^2 \xrightarrow{n=6} a_6 = 6^2 = 36$$

$$\xrightarrow{\text{فرد } n} a_n = 2n - 3 \xrightarrow{n=9} a_9 = 2(9) - 3 = 15$$

حال حاصل $a_6 - a_9$ را به دست می‌آوریم:

$$a_6 - a_9 = 36 - 15 = 21$$

ابتدا رابطه داده شده را کمی ساده‌تر می‌کنیم و می‌بینیم که رابطه بازگشتی یک دنباله حسابی است: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۱)

$$a_{n+1} + a_n - 2a_n = 6 \Rightarrow \underbrace{a_{n+1} - a_n}_d = 6 \Rightarrow d = 6$$

پس یک دنباله حسابی با جمله اول ۳ و اختلاف مشترک ۶ داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \xrightarrow{\substack{a_1=3, d=6 \\ n=100}} S_{100} = \frac{100}{2}(2(3) + 99(6)) = 50 \times 600 = 30000$$

با توجه به سه جمله اول داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۲)

$$d = \frac{9}{2} - 3 = \frac{3}{2}, a_1 = 3$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 96 = 3 + (n-1)\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 96 = 3 + \frac{3}{2}n - \frac{3}{2} \Rightarrow 96 = \frac{3}{2}n + \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 192 = 3n + 3 \Rightarrow 189 = 3n \Rightarrow n = \frac{189}{3} = 63$$

ابتدا جمله پنجم دنباله a_n را به دست می‌آوریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۳)

$$a_5 = \sqrt{2 \times (5) - 1} + 5 + 3 = 11$$

$$b_n = 11 \Rightarrow n^2 - 2n - 24 = 11 \Rightarrow n^2 - 2n - 35 = 0 \Rightarrow (n-7)(n+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 7 \checkmark \\ n = -5 \text{ غلط} \end{cases}$$

پس جمله پنجم a_n با جمله هفتم b_n برابر است.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۴)

معادله را با جمله عمومی به‌ازای $a_n = 3, 2$ تشکیل می‌دهیم:

$$\frac{n^2}{3n-4} = 3, 2 \Rightarrow n^2 = 9, 6n - 12, 8 \Rightarrow n^2 = 9, 6n - 12, 8 \Rightarrow n^2 - 9, 6n + 12, 8 = 0 \Rightarrow 10n^2 - 96n + 128 = 0$$



$$\Rightarrow \Delta = 4096 \Rightarrow \begin{cases} n_1 = \frac{96+64}{20} = 8 \text{ فوق} \\ n_2 = \frac{96-64}{20} = \frac{32}{20} \text{ غقیق} \end{cases}$$

15 برای به دست آوردن اختلاف مشترک در دنباله حسابی کفایت $a_2 - a_1$ را محاسبه کنیم.

$$a_1 = 3$$

$$a_2 = 6$$

$$d = a_2 - a_1 = 3$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(3 + 30) = 5 \times 33 = 165 \quad a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 3 - 3 + nd \Rightarrow a_n = 3n \Rightarrow a_{10} = 30$$

1 2 3 4 16

$$a_n = a_1 + (n-1)d \xrightarrow{n=101} 50 = a_1 + 100d \xrightarrow{d=\frac{1}{5}} 50 = a_1 + 20 \Rightarrow a_1 = 30 \Rightarrow a_2 = 30 + \frac{1}{5} = \frac{151}{5}$$

1 2 3 4 17

$$\begin{matrix} +d & & +d \\ \curvearrowright & & \curvearrowright \\ 24, a_1, \dots, a_n, 124 \end{matrix}$$

$$\text{فرض مسئله: } a_n - a_1 = 80 \xrightarrow{\substack{a_n=124-d \\ a_1=24+d}} (124-d) - (24+d) = 80 \Rightarrow 100 - 2d = 80 \Rightarrow 2d = 20 \Rightarrow d = 10 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 24 + d = 24 + 10 = 34 \\ a_n = 124 - d = 124 - 10 = 114 \end{cases}$$

برای محاسبه n از فرمول $a_n = a_1 + (n-1)d$ استفاده می‌کنیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 114 = 34 + (n-1)(10) \Rightarrow 80 = 10(n-1) \Rightarrow n-1 = 8 \Rightarrow n = 9$$

$$\Rightarrow \frac{n}{d} = \frac{9}{10} = 0,9$$

1 2 3 4 18

$$a_1 = 5, a_2 = \frac{1}{2}\left(5 + \frac{5}{2}\right) = 3$$

$$a_3 = \frac{1}{2}\left(3 + \frac{5}{2}\right) = \frac{7}{2} \approx 2,33$$

19 طبق جدول، تابعی که مدل‌سازی می‌کنیم به صورت زیر است:

$$f(n) = \begin{cases} 5000 & , n = 1 \\ 4000n & , n = 2, 3 \\ 3500n & , n = 4, 5 \end{cases}$$

20 دنباله اعداد طبیعی بین 200 تا 400 که بر 7 بخش پذیرند برابر است با:

$$203, 210, \dots, 399$$

$$a_1 = 203, d = a_2 - a_1 = 210 - 203 = 7$$

جمله عمومی برابر است با:

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 203 + (n-1)7 = 203 + 7n - 7$$

$$\Rightarrow a_n = 196 + 7n$$

اکنون شماره جمله برابر 399 در دنباله حسابی را به دست می‌آوریم:

$$a_n = 196 + 7n = 399 \Rightarrow 7n = 399 - 196 \Rightarrow 7n = 203 \Rightarrow n = \frac{203}{7} = 29$$

مجموع جملات در دنباله حسابی برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$S_{29} = \frac{29}{2}(203 + 399) = \frac{29}{2}(602) = 29(301) = 8729$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴