

نام و نام خانوادگی:

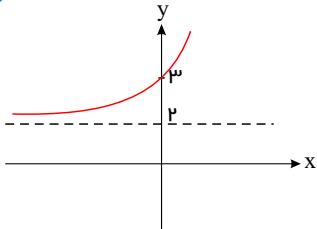
زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه

نام آزمون: ریاضی ۱۲ انسانی فصل ۳ تستی

تاریخ آزمون:



۱ نمودار مقابل، نمودار کدام گزینه می تواند باشد؟



۲  $\pi^x + 2$

۱  $5^x$

۴  $(\frac{1}{5})^x + 2$

۳  $\frac{1}{\pi^x}$

۲ حاصل ضرب ریشه پنجم عدد ۸ و ریشه دوم غیر مثبت عدد ۴ است؟

۴  $-2^{11} \times \sqrt[5]{8}$

۳  $-2^{12} \times \sqrt[5]{12}$

۲  $-2\sqrt[5]{8}$

۱  $-2\sqrt[5]{12}$

۳ اگر رابطه بازگشتی یک دنباله به صورت  $a_n = -2a_{n-1}$  و جمله سوم دنباله ۸- باشد، جمله اول دنباله کدام است؟

۴ ۳

۳ ۱

۲ -۴

۱ -۲

۴ حاصل عبارت  $5^3 + 5^3 + 5^3 + 5^3 + 5^3$  کدام گزینه است؟

۴  $3^{25}$

۳  $25^3$

۲  $5^4$

۱  $4^5$

۵ جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت  $a_n = 18(\frac{1}{3})^{n-1}$  است. جمله پنجم دنباله کدام است؟

۴  $\frac{1}{9}$

۳  $\frac{2}{27}$

۲  $\frac{1}{27}$

۱  $\frac{2}{9}$

۶ جملات سوم، هفتم و دوازدهم یک دنباله حسابی، جملات متوالی دنباله هندسی اند. نسبت مشترک این دنباله هندسی کدام است؟

۴  $\frac{2}{3}$

۳  $\frac{3}{2}$

۲  $\frac{4}{5}$

۱  $\frac{5}{4}$

۷ اگر  $x < 0$  باشد، آن گاه حد مجموع جملات دنباله هندسی  $\frac{2}{5}, x, 0, 1, \dots$  کدام است؟

۴  $\frac{4}{15}$

۳  $\frac{3}{5}$

۲  $\frac{4}{5}$

۱  $\frac{5}{3}$

۸ بین دو عدد ۳ و ۳۸۴ شش عدد طوری قرار داده ایم که هشت عدد حاصل تشکیل دنباله هندسی دهند. مجموع جمله های دوم، چهارم و ششم این

دنباله کدام است؟ (۳، جمله اول دنباله است.)

۴ ۱۲۶

۳ ۱۳۰

۲ ۱۴۶

۱ ۱۵۲

۹ مجموع ۳ جمله اول یک دنباله هندسی ۵ برابر جمله دوم است. نسبت مشترک کدام است؟

۴  $3 + \sqrt{2}$

۳  $2 + \sqrt{3}$

۲  $3 - \sqrt{2}$

۱  $1 + \sqrt{3}$

۱۰ در یک دنباله هندسی نسبت مشترک  $\sqrt{2}$  و حاصل ضرب پنج جمله اول ۳۲ است. جمله چهارم کدام است؟

۴ ۱

۳ ۲

۲  $2\sqrt{2}$

۱  $\sqrt{2}$

۱۱ جمله عمومی دنباله  $\frac{1}{3}, \frac{-1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{-1}{24}, \dots$  کدام است؟

۴  $\frac{1}{3} \times (\frac{1}{2})^n$

۳  $\frac{1}{3} \times (-\frac{1}{2})^{n-1}$

۲  $3 \times (-\frac{1}{2})^{n-1}$

۱  $\frac{3}{2^{n-1}}$



۱۲) اگر حاصل ضرب دو جمله اول و پنجم یک دنباله هندسی ۸ و حاصل ضرب دو جمله دوم و ششم ۱۶ باشد، نسبت مشترک کدام است؟

- ①  $\pm\sqrt{2}$       ②  $\pm\sqrt{3}$       ③  $\pm\sqrt{5}$       ④  $\pm\sqrt{6}$

۱۳) اگر جملات چهارم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب  $\frac{-2}{27}$  و  $\frac{-2}{729}$  باشد، جمله اول کدام است؟

- ① ۳      ② ۵      ③ -۲      ④ -۷

۱۴) کارفرمایی با یک کارگر مبتدی توافق کرده که اجرت روز اول ۶۴۰ تومان باشد و تا پایان هفته، اجرت هر روز نسبت به روز قبل ۵۰ درصد افزایش داشته باشد. مجموع اجرت ۶ روز اول کارگر چند تومان است؟

- ① ۱۲۲۰۰      ② ۱۲۳۰۰      ③ ۱۳۲۰۰      ④ ۱۳۳۰۰

۱۵) اگر  $f(x) = (k-1)^x$  یک تابع نمایی باشد و  $f(1) = 3$  باشد، مقدار  $f(-1)$  کدام است؟

- ① ۱      ②  $\frac{2}{3}$       ③ ۸      ④ ۴

۱۶) اگر سه جمله  $(x-2)$ ،  $x$ ،  $(x+4)$  به همین ترتیب سه جمله اول یک دنباله هندسی با جملات کاهش یافته باشند، مجموع ۱۰ جمله اول دنباله کدام است؟

- ①  $\frac{1023}{128}$       ②  $\frac{-1023}{64}$       ③  $\frac{1023}{64}$       ④  $\frac{1023}{256}$

۱۷) در دنباله هندسی با جمله عمومی  $a_n = 3 \times 2^n$ ، مجموع جمله چهارم و نسبت مشترک دنباله کدام است؟

- ① ۴۸      ② ۶۰      ③ ۵۰      ④ ۶۲

۱۸) حاصل عبارت  $8^{-3} \times \frac{1}{3\sqrt{27}} \times 9\sqrt[3]{81}$  ؟

- ①  $3^{\frac{5}{6}} \times 2^9$       ②  $3^{-\frac{1}{6}} \times 2^9$       ③  $3^{\frac{5}{6}} \times 2^{-9}$       ④  $3^{-\frac{1}{6}} \times 2^{-9}$

۱۹) مجموع هشت جمله اول دنباله هندسی،  $\dots$ ، ۱۶، ۳۲، ۶۴، کدام است؟

- ① ۱۲۸٫۵      ② ۱۲۸      ③ ۱۲۷٫۵      ④ ۱۲۷

۲۰) در یک دنباله هندسی با جملات مثبت،  $a$  جمله اول و  $r$  نسبت مشترک دنباله است. حاصل ضرب جملات دوم و سوم برابر  $64r$  می‌باشد. جمله دوم این دنباله کدام است؟

- ① ۶      ② ۷      ③ ۸      ④ ۱۰



## پاسخنامه تشریحی

نمودار داده شده  $a^x + 2$  با شرط  $a > 1$  می‌باشد و می‌دانیم  $\pi = 3,14$  است؛ بنابراین گزینه ۲ صحیح است.  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

ریشه پنجم ۸ برابر است با:  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$\sqrt[5]{8^6} = 8^{\frac{6}{5}} = (2^3)^{\frac{6}{5}} = 2^{\frac{18}{5}} = \sqrt[5]{2^{18}} = 2^3 \sqrt[5]{2^3} = 8 \sqrt[5]{8}$$

ریشه دوم غیر مثبت  $4^8$  برابر است با:

$$-\sqrt{4^8} = -\sqrt{(2^2)^8} = -2^8$$

حاصل ضرب ریشه‌های خواسته شده  $= (8 \sqrt[5]{8})(-2^8) = (2^3 \sqrt[5]{8}) \times (-2^8) = -2^{11} \sqrt[5]{8}$

باتوجه به  $a_n = -2a_{n-1}$  دنباله هندسی است؛ پس نسبت مشترک برابر  $-2$  است:  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

جمله سوم  $a_3 = a_1 r^2 = a_1 (-2)^2 = 4a_1 = -8 \Rightarrow a_1 = -2$

۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$5^3 + 5^3 + 5^3 + 5^3 + 5^3 = 5 \times 5^3 = 5^4$$

۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$a_n = 18 \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

جمله پنجم دنباله با توجه به جمله عمومی برابر است با:

$$\xrightarrow{n=5} a_5 = 18 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \Rightarrow a_5 = 18 \times \frac{1}{81} = \frac{2}{9}$$

جملات سوم، هفتم و دوازدهم یک دنباله حسابی به صورت  $a_1 + 2d$ ،  $a_1 + 6d$  و  $a_1 + 11d$  می‌باشند. از طرفی، اگر  $a$ ،  $b$ ،  $c$  جملات متوالی دنباله هندسی  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

باشند، مقدار  $b$  واسطه هندسی است و  $ac = b^2$  است.

بنابراین:

$$(a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 11d)$$

$$a_1^2 + 12a_1d + 36d^2 = a_1^2 + 11a_1d + 2a_1d + 22d^2$$

$$14d^2 = a_1d \Rightarrow a_1 = 14d$$

در جملات دنباله حسابی قرار بدهید:

$$14d + 2d, 14d + 6d, 14d + 11d$$

جملات متوالی دنباله هندسی:

$$16d, 20d, 25d$$

$$\text{نسبت مشترک} = \frac{20d}{16d} = \frac{5}{4}$$

۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$a_1 = \frac{2}{5} \Rightarrow a_1 r^2 = \frac{2}{5} \Rightarrow r^2 = \frac{1}{5} \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1-r} = \frac{\frac{2}{5}}{1 - \frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}} = \frac{2}{5} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} = \frac{2\sqrt{5}}{5(\sqrt{5}-1)} = \frac{2\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)}{5(5-1)} = \frac{2(5+\sqrt{5})}{20} = \frac{5+\sqrt{5}}{10}$$

۱  ۲  ۳  ۴  ۵

اگر بین دو عدد  $a$  و  $b$ ،  $n$  عدد قرار دهیم که با هم تشکیل دنباله هندسی دهند ( $r$  قدرنسبت تصاعد است): داریم:

$$r^{n+1} = \frac{b}{a}$$

در نتیجه:

$$r^7 = \frac{384}{3} = 128 \Rightarrow r = 2$$

بنابراین جملات دنباله هندسی به صورت زیر هستند:

$$3, \quad \overset{\times 2}{\underline{6}}, \quad \overset{\times 2}{\underline{12}}, \quad \overset{\times 2}{\underline{24}}, \quad \overset{\times 2}{\underline{48}}, \quad \overset{\times 2}{\underline{96}}, \quad \overset{\times 2}{\underline{192}}, \quad \overset{\times 2}{\underline{384}}$$

مجموع جملات دوم و چهارم و ششم =  $6 + 24 + 96 = 126$

با استفاده از جمله عمومی دنباله هندسی  $a_n = a_1 r^{n-1}$  خواهیم داشت: **۱ ۲ ۳ ۴ ۹**

$$a_1 + a_r + a_p = 5a_r \rightarrow a_1 + a_1 r + a_1 r^r = 5a_1 r \rightarrow a_1(1 + r + r^r) = 5a_1 r \Rightarrow 1 + r + r^r = 5r$$

$$a = 1, \quad b = -4, \quad c = 1$$

$$r^r - 4r + 1 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 = 12$$

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$$

حاصل ضرب ۵ جمله اول در دنباله هندسی برابر است با: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰**

$$a_1 \times a_1 r^1 \times a_1 r^2 \times a_1 r^3 \times a_1 r^4 = 32 \rightarrow a_1^5 r^{10} = 32 \rightarrow (a_1 r^2)^5 = 32 = 2^5$$

$$a_1 r^2 = 2 \xrightarrow{r=\sqrt{2}} a_1 (\sqrt{2})^2 = 2 \rightarrow a_1 \times 2 = 2 \rightarrow a_1 = 1$$

جمله چهارم برابر است با:

$$a_4 = a_1 r^3 = 1 \times (\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}$$

با توجه به جملات داده شده از جمله اول به بعد، هر جمله از ضرب عدد  $-\frac{1}{3}$  در جمله قبلی به دست آمده است، پس دنباله هندسی است و نسبت مشترک **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱**

$$r = -\frac{1}{3} \text{ می باشد، بنابراین:}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

با توجه به اطلاعات سؤال خواهیم داشت: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲**

$$a_1 \cdot a_5 = 8 \rightarrow a_1 \times a_1 r^4 = 8 \xrightarrow{\text{طرفین را تقسیم کنیم.}} \frac{1}{r^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow r^2 = 2 \Rightarrow r = \pm\sqrt{2}$$

$$a_2 \cdot a_6 = 16 \rightarrow a_1 r \times a_1 r^5 = 16$$

با توجه به دو جمله داده شده، ابتدا از تقسیم دو جمله عمومی، قدر نسبت را به دست می آوریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳**

$$a_4 = a_1 r^3 = -\frac{2}{27} \Rightarrow \frac{a_1 r^3}{a_1 r^6} = \frac{-2}{27} \Rightarrow \frac{1}{r^3} = \frac{-2}{27} \times \frac{729}{-2} = 27 \Rightarrow r^3 = \frac{1}{27} \Rightarrow r = \frac{1}{3}$$

$$a_2 = a_1 r^1 = -\frac{2}{27}$$

برای به دست آوردن جمله اول  $r = \frac{1}{3}$  را در رابطه  $a_1 r^3 = -\frac{2}{27}$  جایگذاری می کنیم:

$$a_1 \times \frac{1}{27} = -\frac{2}{27} \Rightarrow a_1 = -2$$

از صورت مسئله می توان فهمید که حقوق روزانه کارگر تشکیل یک دنباله هندسی با نسبت مشترک  $\frac{3}{4}$  می دهد. **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴**

$$\begin{cases} t_1 = 640 \text{ تومان} \\ t_r = 640 + \frac{50}{100} \times 640 = 960 \text{ تومان} \end{cases} \Rightarrow r = \frac{t_r}{t_1} = \frac{960}{640} = \frac{3}{2}$$

$$S_n = \frac{t_1 (r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow S_6 = \frac{64 \left( \left(\frac{3}{2}\right)^6 - 1 \right)}{\frac{3}{2} - 1} = \frac{640 \left( \frac{729}{64} - 1 \right)}{\frac{3-2}{2}} = \frac{640 \times \frac{665}{64}}{\frac{1}{2}} = \frac{6650}{\frac{1}{2}} = 13300 \text{ تومان}$$

با توجه به  $f(1) = 3$  ابتدا مقدار  $k$  را به دست می آوریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵**



$$\frac{f(1)=3}{\rightarrow 3 = (k-1)^1} \Rightarrow k = 4$$

$$\Rightarrow f(x) = 3^x \Rightarrow 2f(-1) = 2 \times (3)^{-1} = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

در دنباله هندسی هر گاه  $a, b, c$  سه جمله متوالی باشند، داریم  $b^2 = ac$  (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۶)

$$\Rightarrow x^2 = (x+4)(x-2) \Rightarrow x^2 = x^2 + 2x - 8 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

پس اعداد دنباله کاهشی عبارتند از:

$$(4+4), 4, (4-2), \dots$$

$$8, 4, 2, \dots \quad r = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, a_1 = 8$$

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow S_{10} = \frac{8\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{10} - 1\right)}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{8\left(\frac{1}{1024} - 1\right)}{-\frac{1}{2}} = -16\left(\frac{-1023}{1024}\right) = \frac{1023}{64}$$

اگر جمله اول و دوم دنباله را به دست آوریم و بر هم تقسیم کنیم، نسبت مشترک به دست می‌آید. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷)

$$a_1 = 3 \times 2^1 = 6 \Rightarrow r = \frac{12}{6} = 2$$

$$a_2 = 3 \times 2^2 = 12$$

⋮

$$a_6 = 3 \times 2^6 = 3 \times 16 = 48$$

$$\Rightarrow a_6 + r = 48 + 2 = 50$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۸)

$$\left. \begin{array}{l} 8^{-3} = 2^{-9} \\ \frac{1}{3\sqrt{27}} = \frac{1}{9\sqrt{3}} \\ 9\sqrt[3]{81} = 27\sqrt[3]{3} \end{array} \right\} \Rightarrow 2^{-9} \times \frac{1}{9\sqrt{3}} \times \frac{27\sqrt[3]{3}}{\cancel{9}\sqrt{3}} \Rightarrow 2^{-9} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times 3\sqrt[3]{3} = 2^{-9} \times \frac{\sqrt[3]{3}}{3} \times 3\sqrt[3]{3} \Rightarrow \sqrt{3} \times \sqrt[3]{3} \times 2^{-9} = 3^{-\frac{5}{6}} \times 2^{-9}$$

در این دنباله نزولی خواهیم داشت: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۹)

$$64, 32, 16, \dots \rightarrow \begin{cases} a_1 = 64 \\ r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

با توجه به فرمول مجموع جملات دنباله هندسی:

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow S_8 = \frac{64\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^8\right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{64 \times \frac{255}{256}}{\frac{1}{2}} = 128 \times \frac{255}{256} = 127,5$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰)

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_n = a_1 r, a_n = a_1 r^2 \Rightarrow \text{طبق فرض فرمول: } a_1 r \times a_1 r^2 = 64r \Rightarrow \frac{a_1^2 r^3}{r} = \frac{64r}{r} \Rightarrow a_1^2 r^2 = 64 \xrightarrow{\text{جملات مثبت اند.}} (a_1 r)^2 = (8)^2$$

$$a_1 r = 8 \Rightarrow a_r = 8$$

# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴