



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی ۱۲ انسانی آزمون جامع تستی

تاریخ آزمون:

۱ با ارقام ۵, ۷, ۸, ۹, ۳, ۱ چند عدد ۴ رقمی متمایز می توان نوشت؟

۱۲۰ (۴)

۴۸۰ (۳)

۶۰ (۲)

۲۴۰ (۱)

۲ از بین ۴ مهره ی آبی و ۳ مهره ی قرمز، ۳ مهره به تصادف انتخاب می کنیم، احتمال آن که فقط دو مهره ی آبی انتخاب شده باشد، کدام است؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{13}{35}$ (۳)

$\frac{18}{35}$ (۲)

$\frac{1}{7}$ (۱)

۳ کدام مورد در ارتباط با گام دوم چرخه آمار در حل مسائل درست نیست؟

شیوه تحلیل داده ها (۲)

چگونگی نمونه گیری (۱)

توافق در مورد چگونگی اندازه گیری متغیرها (۴)

گزارش معیارها و ارائه نمودارها (۳)

۴ با توجه به شکل به چند طریق می توان از شهر C به شهر D رفت و برگشت به طوری که کل مسیر رفت و برگشت در هیچ کدام از



راه ها یکسان نباشد؟

۳۲ (۲)

۱۸ (۱)

۴۸ (۴)

۷۲ (۳)

۵ در پرتاب سه سکه، پیشامد آنکه حداقل یک سکه «رو» ظاهر شود، چند عضو دارد؟

۳ (۴)

۷ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۶ در دنباله حسابی جمله پنجم ۸ واحد از جمله هفتم کمتر است. اگر جمله دوم برابر ۶ باشد، مجموع ۶ جمله اول کدام است؟

۵۴ (۴)

۳۶ (۳)

۸۱ (۲)

۷۲ (۱)

۷ استانی فقط شامل دو شهر A و B است که جمعیت شهر A با نرخ ثابت ۱۰ درصد در سال افزایش می یابد و جمعیت شهر B با نرخ ثابت ۵

درصد در سال کاهش می یابد. اگر جمعیت شهر A که ۷۰ درصد جمعیت استان را شامل می شود، ۵۶۰۰۰ نفر باشد، پس از ۲ سال جمعیت استان چند نفر خواهد شد؟

۹۱۵۹۲ (۴)

۸۹۴۲۰ (۳)

۸۸۲۰۰ (۲)

۹۶۸۰۰ (۱)

۸ شخصی ۲۰۰ میلی گرم از دارویی که نیمه عمر آن ۴ ساعت است، مصرف کرده است. بعد از ۲۴ ساعت چند میلی گرم از آن در بدن این شخص

باقی می ماند؟

۲۵ (۴)

۱۲٫۵ (۳)

۶٫۲۵ (۲)

۳٫۱۲۵ (۱)

۹ مجموع اعداد طبیعی کوچکتر از ۲۰۰ که بر ۳ و ۲ بخش پذیرند، برابر چه عددی است؟

۳۶۳۶ (۴)

۱۳۳۶۷ (۳)

۳۳۶۶ (۲)

۶۶۳۳ (۱)

۱۰ بین دو عدد ۷ و ۴۰، پنج واسطه حسابی درج کرده ایم، به نحوی که تشکیل دنباله حسابی افزایشی دهد، جمله بیستم این دنباله چند است؟

۱۱۲ (۴)

۱۱۱٫۵ (۳)

۱۰۹٫۵ (۲)

۱۱۰ (۱)

۱۱ در تابع نمایی $f(x) = (k - 3)x^2 + k^x$ حاصل $f(2)$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۸ (۳)

۹ (۲)

۳ (۱)



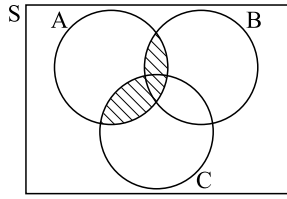
۱۲) در یک عدد سه رقمی بدون صفر احتمال اینکه لاقل دو رقم آن یکسان باشند کدام است؟

$\frac{49}{81}$ (۴)

$\frac{17}{36}$ (۳)

$\frac{11}{27}$ (۲)

$\frac{25}{81}$ (۱)



۱۳) سه پیشامد A, B, C مطابق شکل زیر، در فضای نمونه‌ای S مفروض‌اند. کدام مورد این قسمت هاشورخورده،

نادرست است؟

$(A \cap B) \cup (A \cap C)$ (۲)

$A \cap (B \cup C)$ (۱)

$(A - (A \cap B)) \cap (A \cap C)$ (۴)

$(A - (A - B)) \cup (A - (A - C))$ (۳)

۱۴) اگر تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی از یک مجموعه n عضوی با تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی آن برابر باشد، تعداد زیرمجموعه‌های سه

عضوی مجموعه $1 + n$ عضوی، کدام است؟

۴۰ (۴)

۳۵ (۳)

۳۲ (۲)

۲۷ (۱)

۱۵) اگر A و B دو پیشامد ناسازگار در فضای نمونه‌ای S باشند، به طوری که $P(A - B) = \frac{3}{5}$ و $P(B') = \frac{8}{10}$ باشند، مقدار $P((A \cup B)')$

کدام است؟

$\frac{2}{5}$ (۴)

$\frac{1}{5}$ (۳)

$\frac{3}{5}$ (۲)

$\frac{4}{5}$ (۱)

۱۶) احتمال آن که در یک خانواده ۲ فرزند هر دو فرزند در یک روز از هفته به دنیا بیایند، کدام است؟

$\frac{1}{49}$ (۴)

$\frac{1}{7}$ (۳)

$\frac{2}{7}$ (۲)

$\frac{3}{7}$ (۱)

۱۷) با استفاده از ارقام $\{1, 2, 4, 8, 5\}$ چند عدد دو رقمی کوچکتر از ۵۰ می‌توان نوشت به طوری که حتما زوج باشد؟ (تکرار مجاز است.)

۶ (۴)

۱۸ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)

۱۸) در دنباله با جمله عمومی $a_n = \frac{5n^2 + 1}{3}$ جمله ۵ام کدام است؟

۵۴ (۴)

۳۶ (۳)

۴۲ (۲)

۴۹ (۱)

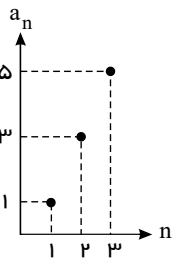
۱۹) اگر رابطه بازگشتی یک دنباله حسابی به صورت $a_1 = 3$ و $a_{n+1} = a_n - \frac{8}{3}$ باشد، جمله سوم این دنباله کدام است؟

$\frac{7}{3}$ (۴)

$-\frac{7}{3}$ (۳)

$-\frac{5}{3}$ (۲)

$\frac{5}{3}$ (۱)



۲۰) نمودار یک دنباله حسابی به صورت زیر است. جمله هشتم دنباله کدام است؟

۱۵ (۲)

۱۳ (۱)

۱۹ (۴)

۱۷ (۳)

پاسخنامه تشریحی

اگر ۲ رقم از این ۴ رقم ۷ باشد، ۲ رقم دیگر را از ۵ رقم باقی مانده انتخاب می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\binom{5}{2} \times \frac{4!}{2!} = \frac{5!}{2! \times 3!} \times \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} = 10 \times 12 = 120$$

اگر یک رقم از این ۴ رقم ۷ باشد ۳ رقم دیگر را از ۵ رقم باقی مانده انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{5}{3} \times 4! = \frac{5!}{3! \times 2!} \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 10 \times 24 = 240$$

اگر رقم ۷ در این ۴ رقم وجود نداشته باشد:

$$\binom{5}{4} \times 4! = \frac{5!}{4! \times 1!} \times 4! = \frac{5 \times 4!}{4!} \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

کل حالات ممکن

$$\rightarrow 120 + 240 + 120 = 480$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$n(S) = C(7, 3) = \frac{7!}{3! \times 4!} = 35$$

انتخاب سه مهره با شرط داده شده یعنی ۲ مهره‌ی آبی از ۴ مهره‌ی آبی و ۱ مهره‌ی قرمز از ۳ مهره‌ی قرمز، برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} C(4, 2) &= \frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2} = 6 \\ C(3, 1) &= \frac{3!}{2! \times 1!} = \frac{3 \times 2!}{2! \times 1} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 6 \times 3 = 18$$

پس $P(A) = \frac{18}{35}$ است.

در مرحله طرح و برنامه‌ریزی (گام دوم) علاوه بر توافق در مورد چگونگی اندازه‌گیری متغیرهای مورد نظر، درباره چگونگی نمونه‌گیری و همچنین شیوه تحلیل داده‌ها تصمیم‌گیری می‌شود. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

گزارش معیارها و ارائه نمودارها و دیگر نتایج آماری مربوط به مرحله تحلیل داده‌ها (گام چهارم) است.

مطابق با اصل ضرب $3 \times 2 \times 3 = 18$ راه برای رفتن از C به D وجود دارد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

از هر راه بین شهرها یکی کم می‌کنیم و دوبار طبق اصل ضرب داریم $2 \times 1 \times 2 = 4$ راه برای برگشت موجود است.

$$C \xrightarrow{3} A \xrightarrow{2} B \xrightarrow{3} D \text{ رفت}$$

$$C \xleftarrow{2} A \xleftarrow{1} B \xleftarrow{2} D \text{ برگشت}$$

$$\underbrace{3 \times 2 \times 3}_{\text{برای رفت}} \times \underbrace{2 \times 1 \times 2}_{\text{برای برگشت}} = 18 \times 4 = 72$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

مقدار اعضای پیشامد آنکه حداقل یک سکه رو بیاید برابر است با:

$$\binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} = 3 + 3 + 1 = 7$$

مجموع n جمله اول برابر $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\left. \begin{aligned} a_5 &= a_1 + 4d \\ a_7 &= a_1 + 6d \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_7 - a_5 = 2d = 8 \Rightarrow d = 4$$

$$a_7 = a_1 + d \Rightarrow 6 = a_1 + 4 \Rightarrow a_1 = 2 \Rightarrow a_7 = a_1 + 5d = 2 + 20 = 22$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_7 = \frac{7}{2}(2 + 22) = 77$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$A \text{ جمعیت شهر } = 56000 \Rightarrow \frac{70}{100} \times (\text{جمعیت استان}) = 56000 \Rightarrow \text{جمعیت استان} = \frac{56000}{1} \times \frac{100}{70} = 80000$$

$$B \text{ جمعیت شهر } = \frac{30}{100} \times 80000 = 24000 \text{ نفر}$$

جمعیت شهر B در ۲ سال بعد:

$$B \text{ جمعیت شهر } = 24000(1 - 0.05)^2 = 24000 \times \left(\frac{95}{100}\right)^2 = 24000 \times \left(\frac{19}{20}\right)^2 = 24000 \times \frac{19^2}{20^2} = 21660$$

جمعیت شهر A در ۲ سال بعد:

$$A = 56000(1 + 0.1)^2 = 56000 \times \left(\frac{11}{10}\right)^2 = 67760$$

جمعیت استان در ۲ سال بعد:

$$\text{جمعیت استان} = \text{جمعیت شهر A} + \text{جمعیت شهر B} = 21660 + 67760 = 89420$$

چون نیمه عمر دارو ۴ ساعت است، پس بعد از هر ۴ ساعت مقدار آن نصف می شود: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$200 \text{ mg} \xrightarrow{4 \text{ ساعت}} 100 \text{ mg} \xrightarrow{4 \text{ ساعت}} 50 \text{ mg} \xrightarrow{4 \text{ ساعت}} 25 \text{ mg} \xrightarrow{4 \text{ ساعت}} 12.5 \text{ mg} \xrightarrow{4 \text{ ساعت}} 6.25 \text{ mg} \xrightarrow{4 \text{ ساعت}} 3.125 \text{ mg}$$

اعدادی بر ۳ و ۲ بخش پذیرند که بر حاصل ضرب آنها یعنی $3 \times 2 = 6$ نیز بخش پذیر باشد، پس دنباله اعداد به صورت زیر است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$6, 12, \dots, 198 \Rightarrow a_1 = 6, \quad d = 6$$

$$a_n = 6 + (n-1)6 \Rightarrow a_n = 6n \Rightarrow 198 = 6n \Rightarrow n = \frac{198}{6} = 33$$

پس باید مجموع ۳۳ جمله از دنباله ای با جمله اول ۶ و اختلاف مشترک ۶ را به دست آوریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{33} = \frac{33}{2}(6 + 198) = \frac{33}{2}(204) \Rightarrow S_{33} = 33 \times (102) = 3366$$

$$d = \frac{b-a}{m+1} = \frac{40-7}{5+1} = \frac{33}{6} = 5.5 \quad \text{اختلاف مشترک دنباله برابر است با: } 5.5 \quad \text{۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰}$$

به دلیل اینکه دنباله افزایشی است پس $a_1 = 7$ است، بنابراین جمله عمومی را می نویسیم.

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 7 + (n-1)5.5 = 7 + 5.5n - 5.5 = 5.5n + 1.5$$

برای به دست آوردن جمله بیستم باید در جمله عمومی $n = 20$ قرار دهیم:

$$a_n = 5.5n + 1.5 \xrightarrow{n=20} a_{20} = 5.5(20) + 1.5$$

$$a_{20} = 110 + 1.5 = 111.5$$

می دانیم تابع نمایی به صورت $f(x) = a^x$ است، پس ضریب متغیر x^2 را باید صفر کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$k - 3 = 0 \rightarrow k = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = 3^x$$

$$\Rightarrow f(2) = 3^2 = 9$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

۹ رقم غیر صفر داریم.

$$\frac{n(S)}{n(A')} = \frac{9 \times 9 \times 9}{9 \times 8 \times 7} \Rightarrow P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{9 \times 8 \times 7}{9 \times 9 \times 9} = \frac{56}{81}$$

یکسان نباشد
(هر سه رقم متمایز)

$$P(A) = 1 - \frac{56}{81} = \frac{25}{81}$$

قسمت هاشور خورده را می توان به صورت های زیر نشان داد: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\underbrace{(A \cap B) \cup (A \cap C)}_{\text{گزینه (۲)}} = A \cap \underbrace{(B \cup C)}_{\text{گزینه (۱)}}$$

$$A - (A - B) = A \cap B, \quad A - (A - C) = A \cap C$$

$$\Rightarrow \underbrace{(A - (A - B)) \cup (A - (A - C))}_{\text{گزینه (۳)}} = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

بنابراین گزینه (۴) با قسمت هاشور خورده برابر نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

تعداد زیرمجموعه های ۲ عضوی = تعداد زیرمجموعه های ۴ عضوی

$$\binom{n}{4} = \binom{n}{2} \Rightarrow n = 2 + 4 = 6$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه های ۳ عضوی مجموعه } n+1 \text{ عضوی: } \binom{6+1}{3} = \binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

$P(A \cap B) = 0$ و $A \cap B = \emptyset$ پس، A و B دو پیشامد ناسازگار می باشند، ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$P(A - B) = P(A) - \cancel{P(A \cap B)} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{5}$$

$$P(B') = 1 - P(B) \Rightarrow \frac{1}{10} = 1 - P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

بچه اول ۷ حالت دارد (یکی از هفت روز هفته) ولی بچه بعدی فقط ۱ حالت دارد. (همان روزی که بچه اول به دنیا آمده) (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۶)

$$n(A) = 7 \times 1 = 7$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{7 \times 7} = \frac{1}{7}$$

چون گفته شده زوج ۳ حالت برای یکان و چون لزوماً باید کمتر از ۵۰ باشد، پس دهگان نیز ۳ حالت دارد و طبق اصل ضرب داریم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷)

$$3 \times 3 = 9$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۸)

$$n = 5 \Rightarrow a_n = \frac{5 \times 25 + 1}{3} = \frac{126}{3} = 42$$

با توجه به رابطه بازگشتی جمله سوم را بدست می آوریم؛ داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۹)

$$a_1 = 3$$

$$a_7 = a_1 - \frac{8}{3} \xrightarrow{a_1=3} a_7 = 3 - \frac{8}{3} = \frac{9-8}{3} = \frac{1}{3}$$

$$a_7 = a_7 - \frac{8}{3} \xrightarrow{a_7=\frac{1}{3}} a_7 = \frac{1}{3} - \frac{8}{3} = \frac{1-8}{3} = -\frac{7}{3}$$

با توجه به نمودار $a_1 = 1$ و $a_7 = 2$ است. بنابراین: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰)

$$d = 3 - 1 = 5 - 3 = 2$$

جمله هشتم برابر است با:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_8 = \frac{d=2, a_1=1}{=} 1 + (8-1) \times 2 = 1 + 14 = 15$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴