



زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه

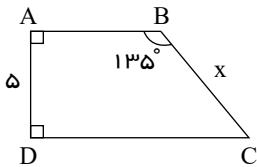
نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی هشتم فصل ششم تشریحی

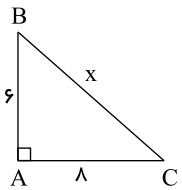
تاریخ آزمون:



۱ در شکل مقابل x کدام است؟



۲ در مثلث متساوی الساقین ABC ارتفاع وارد بر قاعده رسم شده دلیل همنهشتی دو مثلث را بیان کنید. (اجزاء متناظر را بنویسید.)



۳ اندازه وتر مثلث را به دست آورید.

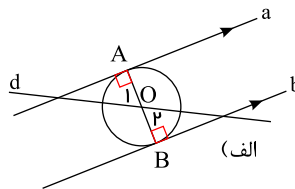
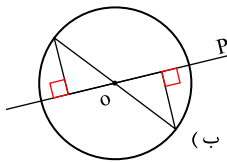
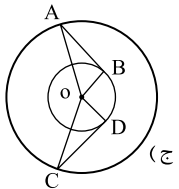
۴ در هر شکل از روابط میان پاره خطها، زاویهها، تعریف دایره با چهارضلعیهای خاص می توانیم نتیجه بگیریم که برخی از اجزای دو مثلث با هم

مساوی اند. اجزای مساوی را پیدا و با علامت گذاری مناسب مشخص کنید. سپس حالت همنهشتی دو مثلث را بنویسید.

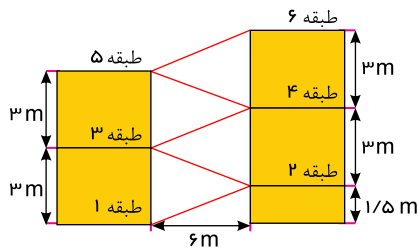
الف) خط d از مرکز دایره می گذرد و دو خط a و b بر قطر دایره عمودند.

ب) خط P از مرکز دایره گذشته است.

ج) نقطه O مرکز مشترک دو دایره و پاره خطهای AB و CD به ترتیب بر OB و OD عمودند.

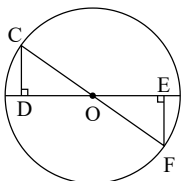


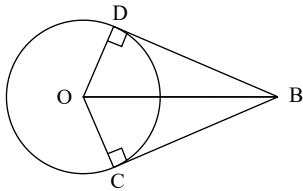
۵ شکل روبه رو نمایی از یک توقفگاه طبقاتی را نشان می دهد. طول مسیری که هر طبقه را به طبقه بعدی می رساند، چقدر است؟



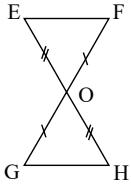
۶ با توجه به شکل چرا دو مثلث OEF و ODC همنهشت اند؟ (O مرکز دایره است). رابطه زیر را کامل کنید.

$\overline{CD} =$



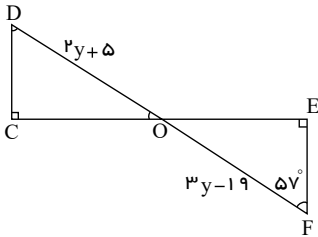


۷ نقطه O مرکز دایره است. چرا دو مثلث OBD و OBC هم‌نهشت‌اند؟ بنا به کدام حالت؟

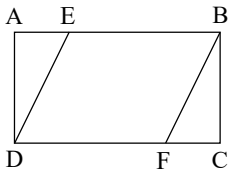


۸ نقطه O وسط پاره‌خط‌های FG و EH است. اجزای مساوی را روی شکل مشخص کنید و هم‌نهشتی دو مثلث را بیان کنید.

۹ مثلث OCD با چه تبدیلی بر مثلث OEF منطبق می‌شود. مقادیر مجهول را بنویسید. (دو مثلث هم‌نهشتند.)



۱۰ چهارضلعی $ABCD$ مستطیل است و $AE = CF$. چرا چهارضلعی $EDFB$ متوازی‌الاضلاع است. (ابتدا ثابت کنید $\triangle AED = \triangle BCF$)

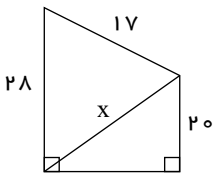


۱۱ در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۸:

الف) ارتفاع را به دست آورید.

ب) مساحت را حساب کنید.

۱۲ در شکل زیر اندازه‌ی x را به دست آورید.

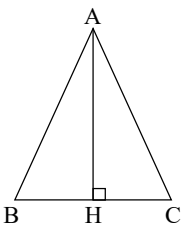


۱۳ قطرهای یک لوزی ۲۸ و ۲۱ است. اندازه‌ی ضلع لوزی را به دست آورید.

۱۴ نسبت طول ضلع‌های زاویه قائمه در مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۲ به ۳ است. اگر مساحت مثلث ۲۷ باشد، طول وتر را به دست آورید.

۱۵ هر ساق مثلث متساوی‌الساقین ۲۰ و قاعده آن ۲۴ است. ارتفاع مثلث چقدر است؟

۱۶ مثلث ABC متساوی‌الساقین است. اگر اندازه هر ساق آن ۱۳ سانتی‌متر باشد و قاعده آن نیز ۱۰، اندازه AH چقدر است؟



۱۷ درستی یا نادرستی جملات زیر را با «✓» یا «×» مشخص کنید.

الف) با سه پاره خط ۸ و ۱۵ و ۱۷ نمی‌توان یک مثلث قائم‌الزاویه ساخت.

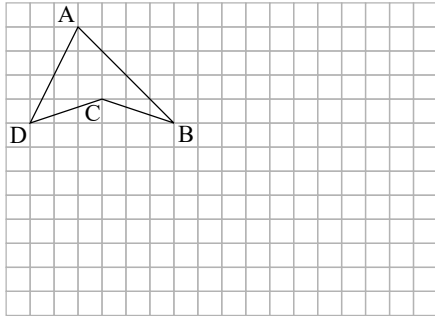
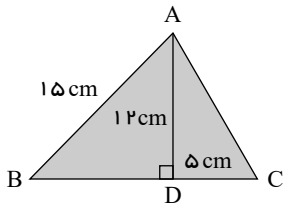


۱۸ جمله‌های زیر را کامل کنید.

الف در هر مثلث قائم‌الزاویه، مجذور با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر مساوی است.

ب ضلع مقابل به زاویه 30° وتر است.

۱۹ محیط مثلث ABC را به دست آورید.



۲۰ الف. چهارضلعی $ABCD$ را 180° حول نقطه B دوران دهید و $MNPQ$ بنامید. ب.

$MNPQ$ را با بردار $\begin{bmatrix} -5 \\ -4 \end{bmatrix}$ انتقال دهید و آن را $M'N'P'Q'$ بنامید.

پ. اجزای متناظر در دو چهارضلعی را مشخص کنید.

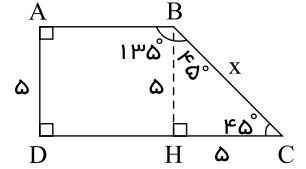
پاسخنامه تشریحی

۱) ارتفاع BH را رسم می‌کنیم. $ABHD$ مستطیل است، پس $BH = AD = 5$

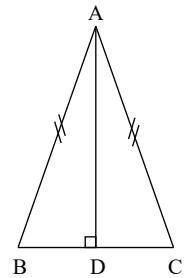
$$\triangle HBC = 45^\circ \Rightarrow \triangle HCB = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \Rightarrow HC = BH = 5$$

$$\triangle BHC : x^2 = 5^2 + 5^2 \Rightarrow x^2 = 25 + 25 = 50$$

$$x = \sqrt{50}$$



در حالت وتر و یک ضلع دو مثلث ACD, ABD هم‌نهشت هستند $\left. \begin{array}{l} \text{مثلث متساوی الساقین} \\ \text{ضلع مشترک } AD \\ \hat{ADB} = \hat{ADC} = 90^\circ \end{array} \right\}$



در دو مثلث هم‌نهشت هم اضلاع و زوایای متناظر برابرند؛ پس داریم:

$$\text{اجزای متناظر} : BD = CD, \hat{BAD} = \hat{CAD}$$

۳) پاسخ: $\triangle ABC$ قائم‌الزاویه است پس رابطه فیثاغورس برای آن صدق می‌کند:

$$\triangle ABC : BC^2 = AC^2 + AB^2$$

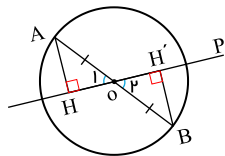
$$x^2 = 6^2 + 8^2 \rightarrow x^2 = 36 + 64 = 100 \rightarrow x = 10$$

۴) الف) با توجه به شکل داریم:

چون متقابل به راس هستند $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$
چون شعاع‌های دایره هستند $\overline{OA} = \overline{OB}$
چون قائمه (90°) هستند $\hat{A} = \hat{B}$

بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \overline{OA} = \overline{OB} \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ز ض ز)}} \triangle OAC \cong \triangle OBD$$



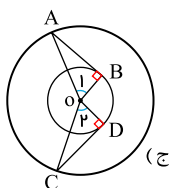
ب)

چون متقابل به راس هستند $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$

چون شعاع‌های دایره هستند $\overline{OA} = \overline{OB}$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OB} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(وتر و یک زاویه)}} \triangle AOH \cong \triangle BOH$$

ج) با توجه به صورت سوال، $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$ و لذا مثلث‌های OAB و OCD قائم‌الزاویه‌اند. داریم: $\overline{OA} = \overline{OC}$ چون شعاع‌های دایره بزرگ هستند. $\overline{OB} = \overline{OD}$ چون شعاع‌های دایره کوچک هستند.

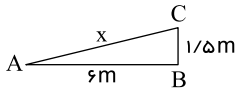


$$\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OC} \\ \overline{OB} = \overline{OD} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(وتر و ضلع)}} \triangle OAB \cong \triangle OCD$$

۵) پاسخ:



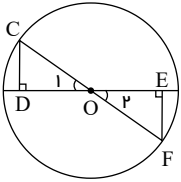
سطح هر طبقه در ساختمان سمت راست از سطح هر طبقه در ساختمان سمت چپ ۱/۵ متر بالاتر است. باید مقدار x را به دست بیاوریم.



$$\begin{aligned} \Rightarrow \triangle ABC : AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ x^2 &= 6^2 + 1,5^2 \rightarrow x^2 = 36 + 2,25 \\ \rightarrow x^2 &= 38,25 \rightarrow x = \sqrt{38,25} \end{aligned}$$

۶

$$\left. \begin{array}{l} \overline{OC} = \overline{OF} \text{ شعاع دایره} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ متقابل به راس} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{بنابر حالت وتر و یک زاویه تند}} \triangle OEF \cong \triangle ODC \Rightarrow \text{اجزای متناظر} \rightarrow \overline{CD} = \overline{EF}$$

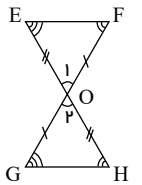


۷

$$\left. \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ \\ \overline{OD} = \overline{OC} \text{ شعاع} \\ \overline{OB} = \overline{OB} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(وتر و یک ضلع)}} \triangle OBD \cong \triangle OBC$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \overline{OF} = \overline{OG} \\ \overline{OE} = \overline{OH} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \triangle OEF \cong \triangle OHG$$

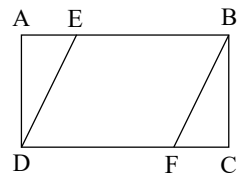
۸ پاسخ:



۹ با دوران مرکزی حول O به اندازه 180° درجه.

۱۰

پاسخ:



پس DE با BF برابر است و EB با DF نیز برابر است. پس:

$$2y + 5 = 3y - 19 \rightarrow \boxed{24 = y}$$

$$\begin{aligned} \hat{O}_1 &= 180^\circ - (90^\circ + 57^\circ) = 33^\circ \\ OD &= 2y + 5 = 2(24) + 5 = 53 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} AE = CF \text{ فرض مسئله} \\ \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ \\ AD = BC \text{ عرض مستطیل} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \triangle AED \cong \triangle BFC$$

$$AB - AE = DC - FC \xrightarrow{AE=FC} EB = DF$$

چون اضلاع روبرو با هم برابرند، بنابراین چهارضلعی $EDFB$ متوازی‌الاضلاع است.

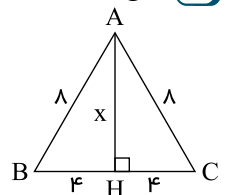
۱۱ پاسخ:

$$\left\{ \begin{array}{l} AH = AH = \text{مشترک} \\ AC = AB = 8 \\ \hat{H} = 90^\circ \end{array} \right. \Rightarrow \triangle ABH \cong \triangle ACH \xrightarrow{\text{بنابر حالت وتر و یک ضلع}} BH = HC = \frac{BC}{2} = 4$$

$$\text{الف) } \triangle AHC : x^2 + 4^2 = 8^2$$

$$x^2 = 64 - 16 = 48 \rightarrow x = \sqrt{48}$$

$$\text{ب) مساحت} = \frac{x \times 8}{2} = \frac{\sqrt{48} \times 8}{2} = 4\sqrt{48}$$





۱۲

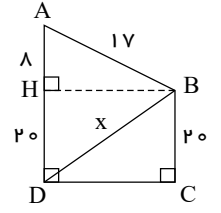
مستطیل است $HBCD \Rightarrow BC = HD = ۲۰$, $DC = BH$

$$\triangle ABH : AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$۱۷^2 = ۸^2 + BH^2 \Rightarrow ۲۸۹ = ۶۴ + BH^2 \Rightarrow BH = \sqrt{۲۲۵} = ۱۵ = CD$$

$$\triangle BCD : BD^2 = BC^2 + DC^2$$

$$\Rightarrow x^2 = ۲۰^2 + ۱۵^2 \Rightarrow x^2 = ۴۰۰ + ۲۲۵ \Rightarrow x^2 = ۶۲۵ \Rightarrow x = \sqrt{۶۲۵} = ۲۵$$

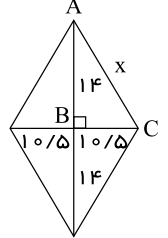


در لوزی قطرها بر هم عمودند و یکدیگر را نصف می‌کنند.

۱۳

$$\triangle ABC : AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow x^2 = ۱۴^2 + ۱۰٫۵^2 = ۱۹۶ + ۱۱۰٫۲۵ = ۳۰۶٫۲۵$$

$$\rightarrow x = \sqrt{۳۰۶٫۲۵} = ۱۷٫۵$$



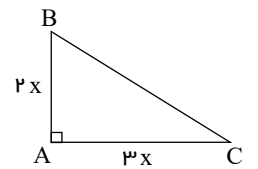
۱۴

$$\text{مساحت} = \frac{AB \times AC}{۲} = ۲۷ = \frac{۲x \times ۳x}{۲} = ۳x^2$$

$$۲۷ = ۳x^2 \Rightarrow ۹ = x^2 \Rightarrow ۳ = x$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = ۶^2 + ۹^2 = ۳۶ + ۸۱ = ۱۱۷$$

$$BC = \sqrt{۱۱۷}$$



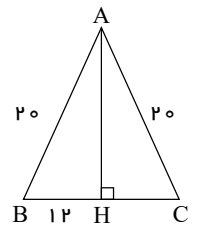
۱۵

$$\left\{ \begin{array}{l} AC = AB = ۲۰ \\ AH = AH = \text{مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH \cong \triangle AHC \text{ وتر و یک ضلع} \Rightarrow BH = HC = \frac{BC}{۲} = ۱۲$$

$$\triangle ABH : AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$۲۰^2 = AH^2 + ۱۲^2 \Rightarrow ۴۰۰ = AH^2 + ۱۴۴$$

$$\Rightarrow AH^2 = ۴۰۰ - ۱۴۴ = ۲۵۶ \Rightarrow AH = \sqrt{۲۵۶} = ۱۶$$



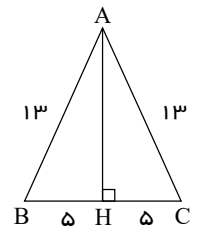
۱۶

$$\left\{ \begin{array}{l} AB = AC = ۱۳ \\ AH = AH = \text{مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH \cong \triangle AHC \text{ وتر و یک ضلع} \Rightarrow BH = CH = \frac{BC}{۲} = ۵$$

$$\triangle ABH \Rightarrow AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$۱۳^2 = AH^2 + ۵^2 \Rightarrow ۱۶۹ = AH^2 + ۲۵ \Rightarrow AH^2 = ۱۶۹ - ۲۵ = ۱۴۴$$

$$\Rightarrow AH = ۱۲$$



۱۷

نادرست - چون رابطه فیثاغورس بین اضلاع برقرار است پس مثلث قائم‌الزاویه است.

الف

$$۲۸۹ = ۱۷^2 , ۱۵^2 + ۸^2 = ۲۲۵ + ۶۴ = ۲۸۹ \Rightarrow ۱۷^2 = ۱۵^2 + ۸^2$$

۱۸

وتر الف

ب نصف

۱۹

برای دو مثلث $\triangle ABD$ و $\triangle ADC$ رابطه فیثاغورس را می‌نویسیم:

$$\triangle ABD : BD^2 = ۱۵^2 - ۱۲^2 = ۲۲۵ - ۱۴۴ = ۸۱ \rightarrow BD = ۹$$

$$\triangle ADC : AC^2 = ۵^2 + ۱۲^2 = ۲۵ + ۱۴۴ = ۱۶۹ \rightarrow AC = ۱۳$$

$$\text{محیط} = ۹ + ۱۳ + ۵ + ۱۵ = ۴۲ \text{ cm}$$

۲۰) برای دوران هر رأس را به نقطه B وصل می‌کنیم و خط ایجاد شده را به اندازه ۱۸۰ درجه دوران می‌دهیم. انتهای خط جدید برابر نقطه متناظر دوران یافته است.

