



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۲۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی هشتم فصل نهم تشریحی

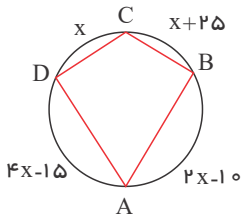
تاریخ آزمون:

۱ در یک ساعت دیواری، طول عقربه ساعت‌شمار، ۲ سانتی‌متر است.

الف) این عقربه پس از گذشت ۵ ساعت، چه زاویه‌ای را طی می‌کند؟

ب) طول کمانی که طی می‌کند چقدر است؟ ( $\pi \approx 3$ )

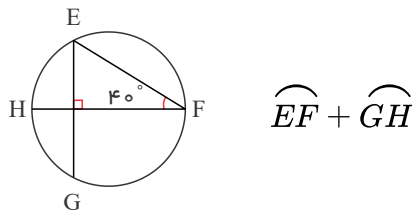
۲ در شکل زیر اندازه کمان  $AB$  کدام است؟



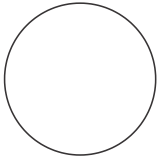
۳ در شکل مقابل وترهای  $EG$  و  $FH$  برهم عمودند و  $F = 40^\circ$  درجه است.

الف) کمان  $FG$  چند درجه است؟

ب) حاصل عبارت زیر چند درجه است؟



۴ در دایره زیر یک پنج‌ضلعی منتظم رسم کنید و اندازه زاویه داخلی پنج‌ضلعی را با استفاده از دایره به دست آورید.

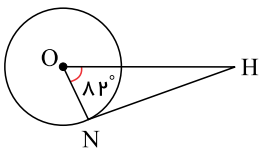


۵ اگر قطر دایره‌ای برابر ۶ سانتی‌متر باشد طول کمان‌های زیر را محاسبه کنید.

$60^\circ$	$180^\circ$	$90^\circ$	$45^\circ$	اندازه کمان (درجه)
				$45^\circ$ طول کمان (بر حسب $\pi$ )

۶ رأس زاویه مرکزی روی کدام نقطه دایره قرار دارد؟

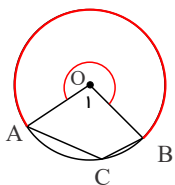
۷ در شکل مقابل پاره خط  $HN$  در نقطه  $N$  بر دایره مماس است. اندازه زاویه  $H$  چند درجه است؟

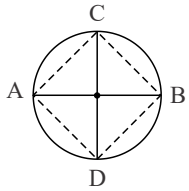


۸ در شکل روبه‌رو اندازه کمان  $AB$  برابر  $x$  درجه است. الف) اندازه زاویه  $O_1$  را بر حسب  $x$  بنویسید.

ب) اندازه کمان قرمز رنگ را بر حسب  $x$  بنویسید.

ج) اندازه زاویه  $C$  را بر حسب  $x$  بنویسید.





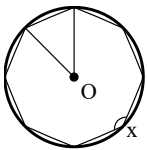
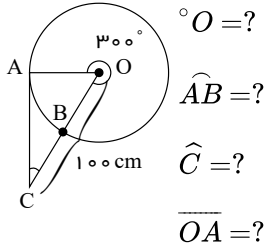
۹) قطرهای  $AB$  و  $CD$  برهم عمودند. الف) چرا کمان‌های  $AC$ ,  $CB$ ,  $BD$ ,  $DA$  باهم مساوی‌اند؟

ب) آیا وترهای  $AC$ ,  $CB$ ,  $BD$ ,  $DA$  نیز باهم مساوی‌اند؟

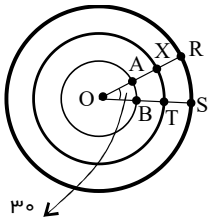
ج) آیا زاویه‌های چهارضلعی  $ADBC$  باهم مساوی‌اند؟ چرا؟

۱۰) اندازه هر زاویه محاطی برابر است با .....

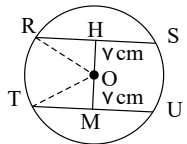
۱۱) با توجه به شکل مقادیر خواسته شده را به دست آورید.



۱۲) دایره مقابل به ۸ کمان مساوی تقسیم شده است. اندازه زوایای  $\hat{O}$  و  $\hat{X}$  را به دست آورید؟



۱۳) در شکل‌های زیر کمان‌های  $\widehat{AB}$ ,  $\widehat{XT}$ ,  $\widehat{RS}$  چند درجه‌اند؟



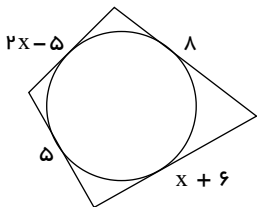
۱۴) در شکل مقابل  $O$  مرکز دایره است و  $\overline{RS} = \overline{TU}$  و شعاع دایره  $15\text{cm}$  است. اندازه‌های  $\overline{RS}$  و  $\overline{TU}$  را بیابید.

۱۵) فاصله‌ی خط  $d$  تا مرکز دایره برابر قطر دایره است. خط و دایره نسبت به هم چه حالتی دارند؟

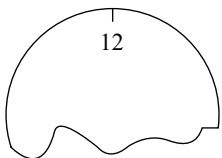
۱۶) درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف) اگر از مرکز دایره به وسط یک وتر خطی رسم کنیم این خط عمودمنصف وتر است.

۱۷) محیط چهارضلعی محیط بر دایره مقابل را به دست آورید.



۱۸) قسمتی از ساعت دیواری دایره‌ای شکل قدیمی پیدا شده است. با استفاده از رسم هندسی مرکز قرار گرفتن عقربه‌ها را پیدا کنید.



۱۹) جای خالی را کامل کنید.

الف) زاویه مرکزی زاویه‌ای است که رأس آن در ..... و دو ضلع آن ..... است.

۲۰) در هر مورد، کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید.



الف کدام جمله همیشه درست است؟

- ۱) در هر دایره زوایای روبرو به یک کمان، با هم مساویند.
- ۲) همه چندضلعی‌های منتظم مرکز تقارن دارند.
- ۳) در هر دایره، وترهای نظیر کمان‌های مساوی، با هم مساویند.
- ۴) در یک چندضلعی، می‌تواند اندازه هر زاویه خارجی  $50^\circ$  درجه باشد.

# پاسخنامه تشریحی

۱ الف

$$\frac{36^\circ}{12} = 3^\circ$$

هر یک ساعت عقربه ساعت ۳۰ درجه حرکت می‌کند. پس ۵ ساعت  $5 \times 30^\circ = 150^\circ$  درجه حرکت می‌کند. (ب)

کمانی که طی می‌کند  $\frac{5}{12}$  محیط دایره است، دایره‌ای که شعاع آن همان طول عقربه ساعت شمار است.

$$\frac{5}{12} \times \pi R^2 = \frac{5}{12} \times 3 \times 2^2 = 5 \text{ cm}$$

۲

$$\widehat{AB} = ?$$

$$(x + 25) + (2x - 10) + (4x - 15) + x = 360^\circ$$

اکنون  $x$  را در مقدار کمان  $\widehat{AB}$  قرار می‌دهیم  $\rightarrow x = 45^\circ \rightarrow 8x - 25 + 25 = 360^\circ \rightarrow 8x = 360^\circ \Rightarrow x = 45^\circ$

$$\widehat{AB} = 2x - 10 = 2(45) - 10 = 80^\circ$$

$$\widehat{E} = 180^\circ - (40^\circ + 90^\circ) = 50^\circ \text{ الف) با توجه به عمود بودن زاویه } E \text{ برابر است با:}$$

(با استفاده از مجموع زوایای داخلی مثلث که برابر  $180^\circ$  است.)

$$\widehat{E} = \frac{\widehat{FG}}{2} \Rightarrow 50 = \frac{\widehat{FG}}{2} \Rightarrow \widehat{FG} = 100^\circ$$

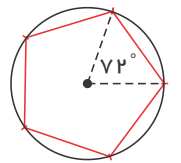
(ب) کمان  $\widehat{EH}$  چون رو به زاویه محاطی  $F$  است. با توجه به قسمت الف)  $\widehat{EH} = 2 \times \widehat{F} = 2 \times 40 \rightarrow \widehat{EH} = 80^\circ$ ،  $\widehat{FG} = 100^\circ$  پس داریم:

$$\widehat{EF} + \widehat{GH} = 360^\circ - (\widehat{EH} + \widehat{FG}) = 360^\circ - (80^\circ + 100^\circ) = 180^\circ$$

۴)  $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ ، برای رسم پنج ضلعی ابتدا یک زاویه  $72^\circ$  درجه را از مرکز رسم می‌کنیم و با استفاده از پرگار کمان‌های هم‌اندازه با کمان  $CD$  به طول متوالی روی محیط می‌زنیم. اکنون

باتوجه به اینکه زاویه مرکزی  $\widehat{O} = 72^\circ$  است، پس مثلث متساوی‌الساقین تشکیل می‌شود:

$$\text{زاویه داخلی} = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$



پس هر زاویه پنج ضلعی برابر  $108^\circ$  است.

۵

$$P = \text{محیط دایره} = 2 \times \pi \times r \quad \text{شعاع دایره} = \frac{6}{2} = 3 = \frac{\text{قطر}}{2}$$

$$P = \text{محیط دایره} = 2 \times \pi \times 3 = 6\pi$$

$$\text{نکته: } \frac{\text{اندازه کمان}}{360^\circ} = \frac{\text{طول کمان}}{\text{محیط دایره}} \rightarrow \text{طول کمان} = \frac{P \times \text{اندازه کمان}}{360^\circ} = \frac{6\pi \times \text{اندازه کمان}}{360^\circ}$$

$$\text{طول کمان} = \frac{6\pi \times \text{اندازه کمان}}{360^\circ}$$

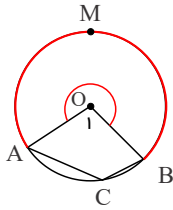
اندازه کمان (درجه)	$60^\circ = \frac{\pi}{3}$	$180^\circ = \pi$	$90^\circ = \frac{\pi}{2}$	$45^\circ = \frac{\pi}{4}$
$45^\circ$ طول کمان (برحسب $\pi$ )	$\frac{6\pi}{2 \cancel{\pi}} \times \frac{\pi}{3} = \pi$	$\frac{6\pi}{2\pi} \times \pi = 3\pi$	$\frac{\cancel{3}}{2\cancel{\pi}} \times \frac{\pi}{2} = \frac{3}{2}$	$\frac{\cancel{3}}{\cancel{\pi}} \times \frac{\pi}{4} = \frac{3}{4}$

۶) روی مرکز دایره قرار دارد.

۷) نکته: شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.  $\leftarrow \widehat{N} = 90^\circ$ ، با توجه به اینکه مجموع زوایای داخلی مثلث  $180^\circ$  است داریم:

$$\widehat{H} = 180^\circ - (82^\circ + 90^\circ) = 180^\circ - 172^\circ \rightarrow \widehat{H} = 8^\circ$$

۸



$$\hat{O}_1 = \widehat{ACB} = x \quad \text{(الف)}$$

$$\widehat{AMB} = 36^\circ - \widehat{ACB} = 36^\circ - x \quad \text{(ب)}$$

$$\hat{C} = \frac{\widehat{AMB}}{2} = \frac{36^\circ - x}{2} = 18^\circ - \frac{x}{2} \quad \text{(ج)}$$

زاویه محاطی است.

۹ الف) زیرا،  $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \hat{O}_4 = 90^\circ$  و چون کمان‌های  $AC, CB, BD, DA$  به ترتیب، روبرو به زاویه مرکزی  $O_1, O_2, O_3, O_4$  هستند، داریم:

$$\widehat{AC} = \widehat{CB} = \widehat{BD} = \widehat{DA} = 90^\circ$$

(ب) بله، زیرا کمان‌های متناظر با آنها مساوی هستند پس وترهای متناظر با آنها هم مساویند.

(ج) بله، زیرا چهار نقطه  $A, B, D, C$  کمان دایره را به چهار قسمت مساوی تقسیم کرده‌اند (هر قسمت  $90^\circ$  درجه است). بنابراین چهارضلعی  $ADBC$  چهارضلعی منتظم است، لذا زاویه‌های آن نیز باهم برابر خواهند بود.

نکته: هر چهارضلعی که قطرهایش باهم برابر باشد و برهم عمود باشند، مربع است.

۱۰ نصف کمان روبرویش

۱۱

$$\widehat{AB} = 36^\circ - 30^\circ = 6^\circ$$

$$\hat{O} = \widehat{AB} = 6^\circ$$

چون  $\hat{A} = 90^\circ \rightarrow$  ماس بر دایره است

$$\hat{C} = 180 - \frac{150}{2} = 30^\circ$$

با توجه به اینکه مجموع زوایای داخلی مثلث  $180^\circ$  است داریم  $\Leftarrow$

در مثلث قائم‌الزاویه ضلع روبروی زاویه  $30^\circ$  درجه نصف وتر است  $\rightarrow \overline{OA} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ cm}$

۱۲ برای محاسبه اندازه زاویه محاطی  $X$  بایستی اندازه هر کمان و مجموع کمان‌های مقابل زاویه  $\hat{X}$  را بیابیم.

$$\text{هر کمان} = \frac{360}{8} = 45$$

$$\hat{X} = \frac{6 \times 45}{2} = 135^\circ$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود مقابل زاویه  $X$  یا هر کدام از زوایای  $8$  ضلعی  $6$  کمان  $45$  درجه‌ای وجود دارد بنابراین خواهیم داشت:

زاویه  $X$  یک زاویه محاطی و نصف کمان مقابلش یعنی  $6 \times 45^\circ$  است  $\Leftarrow$  همچنین زاویه  $\hat{O}$  یک زاویه مرکزی و برابر  $\Leftarrow$

$$\hat{O} = 45^\circ = \text{اندازه کمان مقابل}$$

۱۳ در شکل داده شده زاویه مرکزی  $\hat{O} = 30^\circ$  است و کمان‌های  $\widehat{AB}$  و  $\widehat{XT}$  و  $\widehat{RS}$  مقابل آن هستند و همگی باهم برابر و برابر  $30^\circ$  هستند البته طول‌های کمان‌ها باهم مساوی نخواهند بود ولی میزان درجه آنها یکسان است.

$$\hat{O} = \widehat{RS} = \widehat{XT} = \widehat{AB} = 30^\circ$$

۱۴ با توجه به اینکه پاره خط  $\overline{MH}$  که از مرکز عبور می‌کند بر دو وتر عمودمنصف است پس دو مثلث  $\hat{RHO}$  و  $\hat{TMO}$  قائم‌الزاویه هستند و با استفاده از روابط فیثاغورس داریم:

$$\leftarrow 15 \text{ cm} = \overline{OT} \text{ و } \overline{RO} \text{ شعاع دایره}$$

$$\overline{RH}^2 + \overline{HO}^2 = \overline{RO}^2 \Rightarrow \overline{RH}^2 + 9 = 225 \Rightarrow \overline{RH}^2 = 216 \Rightarrow \overline{RH} = \sqrt{216} = 6\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$\overline{RH}^2 = 216 - 9 = 207 \Rightarrow \overline{RH} = \sqrt{207} = \sqrt{9 \times 23} = 3\sqrt{23} \text{ cm}$$

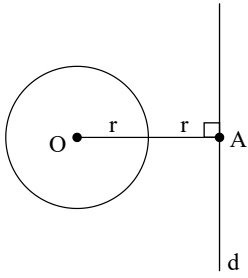
$$\overline{TU} = \overline{RS} = 2 \times \overline{RH} = 2 \times 3\sqrt{23} = 6\sqrt{23} \text{ cm}$$



همان طور که در شکل مشاهده می‌شود:

اگر نقطه‌ای تا مرکز دایره به اندازه قطر آن دایره فاصله داشته باشد یعنی فاصله‌اش دو برابر شعاع آن باشد قطعاً در خارج از دایره خواهد بود. بنابراین خط و

$$\overline{OA} = 2r > r \leftarrow \text{دایره نسبت به هم غیر متقاطع هستند.}$$



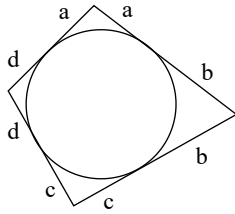
۱۶

الف

درست. در واقع این خط از شعاع نیز کمتر است.

۱۷

چون اضلاع چهارضلعی بر دایره مماس است. اندازه مجموع هر دو ضلع روبرو مطابق شکل با هم برابر است

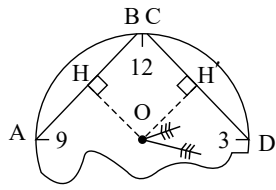


$$d + a + b + c = 8 + 5 = 13$$

و محیط شکل چهارضلعی دو برابر ۱۳ است یعنی ۲۶.

۱۸

دو وتر  $\overline{AB}$  و  $\overline{CD}$  را رسم می‌کنیم سپس عمودمنصف‌ها آنها را می‌کشیم، محل تلاقی عمودمنصف‌ها همان مرکز دایره است.



۱۹

الف مرکز دایره - شعاع دایره

۲۰

الف گزینه ۳،