



زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

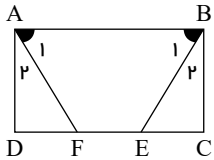


نام آزمون: ریاضی نهم فصل سوم تشریحی

تاریخ آزمون:

۱ در اثبات زیر، جاهای خالی را کامل کنید.

«در مستطیل $ABCD$ ، پاره‌خط‌های AF و BE طوری رسم شده که دو زاویه A_1 و B_1 برابرند. ثابت کنید AF و BE مساوی هستند.»

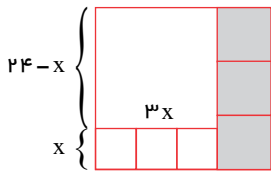


اثبات: چون $\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$ و $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$ و $\hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 90^\circ$ بنابراین: $\hat{A}_2 = \hat{B}_2$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_2 = \hat{B}_2 \\ \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{بنا به حالت } (\dots\dots\dots)} \triangle ADF \cong \triangle BCE \Rightarrow \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

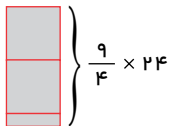
۲ محدثه و مهناز در حل مسئله زیر دو استدلال بیان می‌کنند. کدام استدلال معتبرتر و قابل اعتمادتر است؟

مسئله: مستطیل در تصویر به ۷ مربع تقسیم شده است. ضلع مربع‌های رنگی هر کدام ۸ واحد است. طول ضلع مربع سفید بزرگ چقدر است؟



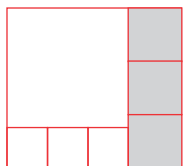
استدلال محدثه: با توجه به شکل ۲ مربع کامل و $\frac{1}{4}$ از مربع سوم رنگی شده است، پس ضلع مربع سفید بزرگ $\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$ از ۲۴ واحد طول است،

$$\text{یعنی: واحد طول } 24 = \frac{9}{4} \times 24 = 54$$



استدلال مهناز: طول ضلع مربع کوچک را x فرض می‌کنیم.

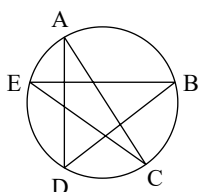
پس:



$$\begin{cases} 3x = 24 - x \\ 4x = 24 \\ x = 6 \rightarrow 3 \times 6 = 18 \end{cases}$$

طول ضلع مربع بزرگ $18 = 3 \times 6$

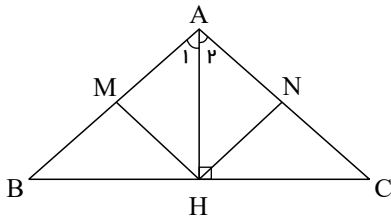
۳ با توجه به شکل مقابل نشان دهید:



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} = 180^\circ$$



۴ ثابت کنید اگر $MB = NC$ و H وسط BC باشد، آنگاه $\triangle ANH$ و $\triangle AMH$ با هم برابرند.



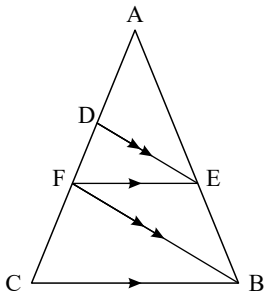
۵ جملات درست و نادرست را مشخص کنید.

الف لوزی نوعی متوازی الاضلاع است.

۶ جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

الف مقیاس یک نقشه $\frac{1}{500}$ است، فاصله دو نقطه روی نقشه از هم 2cm می باشد. فاصله آن دو نقطه در اندازه واقعی است.

۷ در مثلث روبه رو اثبات کنید. $AF^2 = AD \times AC$.

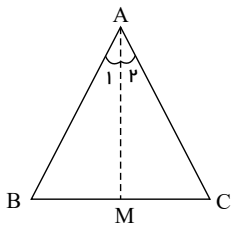


۸ در مسئله «آیا در هر متوازی الاضلاع زاویه های روبه رو با هم برابرند»

متوازی الاضلاع بودن شکل، مسئله است.

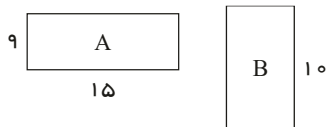
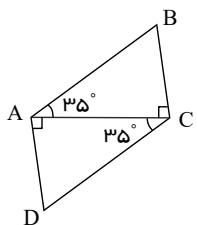
۹ ثابت کنید هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

۱۰ در مثلث متساوی الساقین ABC نیمساز زاویه A را رسم کرده ایم. با کامل کردن جاهای خالی، ثابت کنید: $BM = MC$

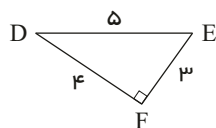
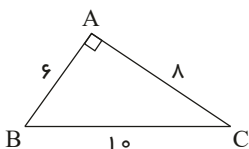


$$\left. \begin{array}{l} AB = \dots\dots\dots \text{ (طبق فرض)} \\ AM = AM \text{ ضلع مشترک} \\ \hat{A}_1 = \dots\dots\dots \text{ (طبق فرض)} \end{array} \right\} \xrightarrow{(\dots\dots)} \triangle ABM \cong \triangle AMC \Rightarrow \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

۱۱ بنویسید چرا $AD = BC$ ؟



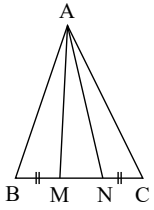
۱۲ در شکل مقابل دو مستطیل A و B متشابه هستند، عرض مستطیل کوچک تر را به دست آورید.



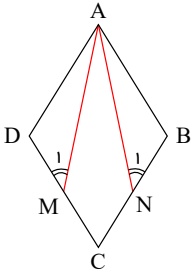
۱۳ در صورت متشابه بودن دو مثلث زیر نسبت تشابه را بنویسید.



۱۴ در شکل مقابل مثلث ABC متساوی الساقین است و M و N روی قاعده BC طوری قرار دارند که $BM = NC$. نشان دهید مثلث AMN هم متساوی الساقین است.

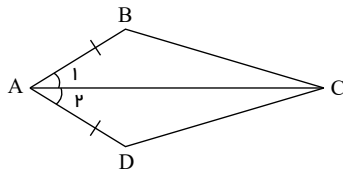


۱۵ $ABCD$ لوزی است و نقطه‌های M و N وسط اضلاع CD و CB هستند می‌خواهیم نشان دهیم: $\triangle ADM \cong \triangle ABN$

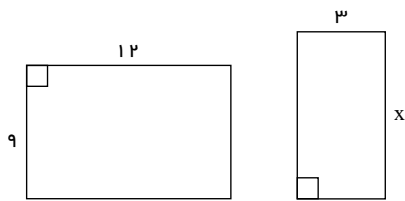


۱۶ نیما و پژمان مشغول دیدن مسابقات وزنه‌برداری بودند. وزنه‌برداری می‌خواست وزنه‌ای ۱۰۰ کیلوپی را بلند کند. آنها هر دو عقیده داشتند که او نمی‌تواند وزنه را بلند کند؛ برای ادعای خود استدلال‌های متفاوتی می‌کردند. نیما: زیرا هفته پیش این وزنه‌بردار تمرینات بهتری انجام داده بود. با این حال نتوانست وزنه ۹۰ کیلوپی را بلند کند. پژمان: امروز دوشنبه است من بارها مسابقات این وزنه‌بردار را دیده‌ام. او هیچ‌گاه در روزهای زوج موفق نبوده است. استدلال کدام یک قابل اعتمادتر است؟ درباره استدلال‌ها بحث کنید. به سؤالات زیر پاسخ کامل دهید.

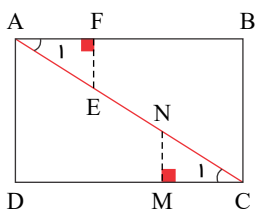
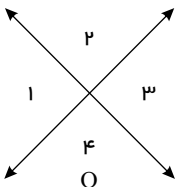
الف) در شکل زیر پاره خط \bar{AC} نیمساز زاویه \hat{A} است و اضلاع \bar{AB} و \bar{AD} برابرند. ثابت کنید $\bar{BC} = \bar{DC}$.



ب) دو مستطیل زیر با هم متشابه هستند. مقدار x را پیدا کنید.



۱۸ به کمک شکل مقابل نشان دهید زاویه‌های متقابل به رأس با هم برابرند. (فرض و حکم را مشخص کنید).



۱۹ در مستطیل مقابل $\bar{NC} = \bar{EA}$ است. ثابت کنید که $\triangle AEF \cong \triangle CNM$. سپس اجزای متناظر آنها را بنویسید.

۲۰ در هریک از سؤالات زیر گزینه درست را مشخص کنید.



الف) اگر نسبت دو لوزی $\frac{2}{3}$ باشد، در صورتی که ضلع لوزی بزرگ‌تر از 21 cm باشد، اندازه ضلع لوزی کوچک‌تر کدام است؟

۱۴ (d)

۳۱٫۵ (c)

۲۲٫۵ (b)

۲۱ (a)

پاسخنامه تشریحی

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_\nu = \hat{B}_\nu \\ AD = BC \text{ عرض مستطیل} \\ \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز}} \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \triangle ADF \cong \triangle BCE \rightarrow BE = AF$$

۱
۲ محدثه در استدلالش از شهود و ترسیم هندسی کمک می‌گیرد که باعث خطا در استدلال او شده است. اما استدلال مهناز کاملاً منطقی و درست است. پس استدلال مهناز معتبر و قابل اعتمادتر از استدلال محدثه است. مهناز برای استدلالش از راه حل کمک می‌گیرد.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} = \frac{\widehat{DC}}{2} + \frac{\widehat{DE}}{2} + \frac{\widehat{AE}}{2} + \frac{\widehat{AB}}{2} + \frac{\widehat{BC}}{2}$$

$$\frac{\widehat{DC} + \widehat{DE} + \widehat{AE} + \widehat{AB} + \widehat{BC}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$$

۳
۴ از فرض‌های سوال استفاده می‌کنیم و ثابت می‌کنیم AB و AC برابرند. حال ثابت می‌کنیم AH نیمساز \hat{A} هم است. طرفین را با AH^ν جمع می‌کنیم $\Rightarrow CH^\nu = BH^\nu \Rightarrow H_1$ (وسط BC) طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم

$$\frac{AC^\nu}{CH^\nu + AH^\nu} = \frac{AB^\nu}{BH^\nu + AH^\nu} \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \quad (1) \\ \hat{H} = \hat{H} = 90^\circ \\ AH = AH \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \triangle AHB \cong \triangle AHC \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_\nu \quad (2) \text{ } AH \text{ نیمساز } A \text{ است}$$

$$AB - MB = AC - CN \rightarrow AM = AN \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_\nu \quad (2) \\ \hat{H} = \hat{H} \text{ (مشترک)} \\ AM = AN = \quad (3) \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle AHM \cong \triangle AHN$$

۵
الف درست، زیرا ضلع‌ها و زاویه‌های روبه‌روی هم با یکدیگر مساوی هستند.

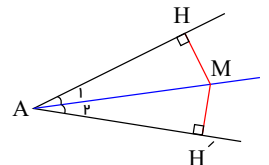
۶
الف
در نقشه $\frac{1}{500} = \frac{2}{x}$
در واقعیت $x = 2 \times 500 = 1000 \text{ cm}$

۷
 $\left. \begin{array}{l} DE \parallel FB \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AD}{AF} = \frac{AE}{AB} \\ FE \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{AD}{AF} = \frac{AF}{AC} \rightarrow AF^\nu = AD \times AC$

۸ فرض، چون جزو داده‌های مسئله است.

۹ به نیمساز AM برای زاویه A توجه کنید:

فرض: $\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_\nu \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ MH = MH' \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} AM = AM \text{ مشترک} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_\nu \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه تند}} \triangle AMH \cong \triangle AMH'$
اجزای متناظر $\rightarrow MH = MH'$





$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \text{ (طبق فرض)} \\ AM = AM \text{ ضلع مشترک} \\ \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \text{ (طبق فرض) } \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle ABM \cong \triangle AMC \xrightarrow{\text{برابری اجزای متناظر}} BM = MC$$

11

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{C}_1 = \widehat{A}_2 = 90^\circ \\ \widehat{A}_1 = \widehat{C}_2 = 35^\circ \\ AC = AC \text{ : مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle ABC \cong \triangle ADC$$

اجزای متناظر با هم برابرند
 $\xrightarrow{\hspace{10em}} AD = BC$

12 چون متشابه‌اند با نوشتن نسبت اضلاع آنها، عرض مستطیل کوچک‌تر را حساب می‌کنیم:

$$\frac{x}{9} = \frac{10}{15} \Rightarrow x = 6$$

13 ضلع‌های متناظر (EF, AB) و (AC, DF) و (BC, DE) پس نسبت اضلاع را می‌نویسیم داریم:

$$\frac{BC}{DE} = \frac{10}{5} = \frac{2}{1}, \quad \frac{AC}{DF} = \frac{8}{4} = \frac{2}{1}, \quad \frac{AB}{EF} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{2}{1} = \text{نسبت تشابه}$$

14

فرض $AM = AN$ حکم ABC متساوی‌الساقین: فرض

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC \text{ متساوی‌الساقین} \\ \Rightarrow \begin{cases} AB = AC \\ \widehat{B} = \widehat{C} \\ BM = NC \end{cases} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle ABM \cong \triangle ACN$$

طبق داده مسأله
 اجزای متناظر $\Rightarrow AM = AN$

پس $\triangle AMN$ هم متساوی‌الساقین است.

15

$$\left. \begin{array}{l} AD = AB \text{ ضلع لوزی} \\ DM = BN \text{ فرض} \\ \widehat{D} = \widehat{B} \text{ (زاویه‌های روبه‌رو در لوزی برابرند)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle ADM \cong \triangle ABN$$

اجزای متناظر هم برابرند
 $\xrightarrow{\hspace{10em}} AM = AN, \widehat{M}_1 = \widehat{N}_1$

16 پاسخ نیما قابل اعتمادتر و منطقی‌تر است.

چون وزنه بردار نتوانسته است با وجود تمرینات بهتر وزنه کمتر از ۱۰۰ کیلو را بلند کند، بنابراین به احتمال خیلی زیاد اکنون وزنه ۱۰۰ کیلویی را نمی‌تواند بلند کند، (اگرچه به‌طور قطع نمی‌توان استناد کرد) و براساس مشاهده و تجربیات از قبل بیان کرده است. اما یزمان از هیچ استدلال منطقی استفاده نکرده و تنها براساس شانس و حدس خود تصمیم‌گیری کرده است.

17

الف

$$\left. \begin{array}{l} \text{فرض : } AB = AD \\ \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \text{ زاویه} \\ AC \text{ مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ACD \cong \triangle ABC \Rightarrow \overline{BC} = \overline{CD}$$

(ب) در این تشابه نسبت طول‌ها را برابر با نسبت عرض‌ها قرار می‌دهیم.

$$\frac{12}{x} = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4$$

18

فرض	$\widehat{O}_3, \widehat{O}_1$ متقابل به رأس
حکم	$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_3$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = 180^\circ \\ \widehat{O}_2 + \widehat{O}_3 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{O}_1 + \cancel{\widehat{O}_2} = \cancel{\widehat{O}_2} + \widehat{O}_3 \Rightarrow \widehat{O}_1 = \widehat{O}_3$$

 \widehat{O}_3 و \widehat{O}_1 متقابل به رأس‌اند بنابراین با هم برابرند. به طریق مشابه برای \widehat{O}_4 و \widehat{O}_2 برقرار است.

19 استدلال

فرض	$\overline{NC} = \overline{AE}$ و مستطیل ABCD
حکم	$\triangle AEF \cong \triangle CNM$



$$\left. \begin{array}{l} \text{فرض } EA = NC \\ (AB \parallel DC \text{ مورب } AC) \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه تند}} \triangle AEF \cong \triangle CNM$$

پس اجزای متناظر نیز با هم برابرند:

$$\begin{cases} AF = CM \\ \hat{E} = \hat{N} \\ EF = NM \end{cases}$$

۲۰

گزینه «د»

الف

$$\frac{۲}{۳} = \frac{\text{ضلع کوچکتر}}{\text{ضلع بزرگتر}} \rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{\text{ضلع کوچکتر}}{۲۱} \rightarrow \text{ضلع کوچکتر} = \frac{۲۱ \times ۲}{۳} = ۱۴$$