



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی نهم فصل چهارم تشریحی

تاریخ آزمون:

۱) m را طوری بیابید که $(m-7)^{m-11}$ و $(m-7)^{m-3}$ معکوس یکدیگر باشند.

۲) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$3\sqrt[3]{\frac{625}{16}} - 2\sqrt[3]{\frac{135}{2}} = ?$$

۳) حاصل عبارت مقابل را بیابید:

$$\frac{(1003^2 - 3^2)(625^2 - 25^2)}{650 \times 1006} =$$

۴) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $(3)^{-2}$ ب) 5^{-3} ج) $(\frac{7}{2})^{-4}$ د) $(-\frac{4}{5})^{-3}$

۵) اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$a = \sqrt{0,16}$ $b = \sqrt[3]{0,063}$ $c = \sqrt[5]{0,01025}$ $d = (0,2)^2$

۶) عبارت زیر را ساده کنید.

$$4\sqrt{\frac{75}{4}} + 6\sqrt{\frac{4}{3}} - 2\sqrt{\frac{27}{4}}$$

۷) ریشه دوم اعداد زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{16}, -\frac{-72}{100}$$

۸) حاصل عبارت زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$\frac{7^{-11} \times 14^9}{7^4 \div 7^6} =$$

۹) جاهای خالی را با علامت (\leq) کامل کنید.

$$(-2)^6 \square - 2^6$$

$$(0,5)^{-2} \square 4$$

$$\frac{\sqrt[3]{-54}}{\sqrt[3]{2}} \square 3$$

$$0,05 \times 10^2 \square 5 \times 10^{-2}$$

۱۰) جاهای خالی را با علامت مناسب (\leq) کامل کنید.

$$\text{الف) } (-2)^6 \square -2^6$$

$$\text{ب) } (0,5)^{-2} \square 4$$

$$\text{ج) } 0,05 \times 10^2 \square 5 \times 10^{-2}$$

$$\text{د) } \frac{\sqrt[3]{-54}}{\sqrt[3]{2}} \square 3$$





۱۱) حاصل عبارت زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$\frac{3^2 \times 4^4}{4^8 \times 3^6}$$

۱۲) مقدار x را بدست آورید.

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^y \times 2^{20}}{4^3 \times 8^2} = 3x - 5$$

۱۳) مقدار x را بیابید.

$$\frac{25^x + 5^{2x-1}}{9^{x-1} + 3^{2x-1}} = \frac{15}{2}$$

۱۴) حاصل عبارت زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

الف) $(2,5)^y \times \left(\frac{5}{2}\right)^3$
ب) $3^7 \times 3 \times 3^4$

۱۵) حاصل عبارت $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \times (-2)^{-3}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{+3} \times (5,6)^0}$ را به دست آورید.

۱۶) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\sqrt{256}$
ب) $\sqrt{8^6 \times 5^3 \times 9^2} =$
پ) $\sqrt[3]{7^6 \times 11^4} =$
ت) $\sqrt{48}$

۱۷) حاصل عبارت‌های زیر را تا حد امکان ساده کنید:

الف) $3\sqrt[3]{64} + 2\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{50} \times \sqrt[3]{160}$

ب) $5\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{375} - 4\sqrt[3]{2187}$

$\frac{6}{\sqrt{3}}$

۱۸) کسر مقابل را گویا کنید.

۱۹) با توجه به اینکه قطر سیاره مشتری حدوداً یازده برابر قطر زمین است و قطر کره زمین حدوداً $10^4 \times 1,3$ است، قطر سیاره مشتری را به صورت نماد علمی بنویسید.

۲۰) جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

الف) ریشه سوم عدد ۲۷ برابر است.

پاسخنامه تشریحی

۱) حاصل ضرب دو عبارت معکوس برابر با ۱ است. حال سه حالت زیر را بررسی می‌کنیم:
حالت (۱) پایه‌ها برابر با یک باشند.

$$m - 7 = 1 \rightarrow m = 8$$

حالت (۲) توان برابر صفر شود.

$$(m - 7)^{m-11} \times (m - 7)^{m-3} = (m - 7)^{2m-14} \Rightarrow 2m - 14 = 0 \rightarrow m = 7$$

حالت (۳) پایه‌ها برابر با ۱- و توان زوج باشد.

$$m - 7 = -1 \rightarrow m = 6$$

که به ازای $m = 6$ توان‌ها زوج می‌شوند.

۲

$$3\sqrt[3]{\frac{125 \times 5}{8 \times 2}} - 2\sqrt[3]{\frac{27 \times 5}{2}} = \frac{3 \times 5}{2} \sqrt[3]{\frac{5}{2}} - 2 \times 3\sqrt[3]{\frac{5}{2}} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{5}{2}}$$

۳) از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \text{ داریم}$$

$$\frac{(1003^2 - 3^2)(625^2 - 25^2)}{650 \times 1006} = \frac{(1003 + 3)(1003 - 3)(625 + 25)(625 - 25)}{650 \times 1006}$$

$$= \frac{1006 \times 1000 \times 650 \times 600}{650 \times 1006} = 1000 \times 600 = 6 \times 10^5$$

۴

الف) $(\frac{1}{3})^{-2} = (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$
ج) $(\frac{2}{3})^{-4} = (\frac{3}{2})^4 = \frac{16}{2401}$

ب) $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

د) $(-\frac{4}{5})^{-2} = (-\frac{5}{4})^2 = \frac{25}{16}$

۵

نکته: $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

$$a = \sqrt{0,16} = (0,16)^{\frac{1}{2}} = 0,4$$

$$b = \sqrt[3]{0,064} = (0,064)^{\frac{1}{3}} < (0,064)^{\frac{1}{3}} = 0,4 = a$$

$$c = \sqrt[5]{0,01024} = (0,01024)^{\frac{1}{5}} > (0,01024)^{\frac{1}{5}} = \left(\frac{1024}{10^5}\right)^{\frac{1}{5}} = 0,4 = a$$

$$d = (0,2)^2 = ((0,2)^6)^{\frac{1}{3}} = (0,000064)^{\frac{1}{3}} < b \text{ یا } d^3 = 0,008 < 0,064$$

$$d < (0,064)^{\frac{1}{3}} = b \Rightarrow d < b < a < c$$

۶) در $\sqrt{\frac{4}{3}}$ پس از ساده کردن صورت، مخرج را گویا می‌کنیم:

$$4\sqrt{\frac{25 \times 3}{4}} + 6\frac{2}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{\frac{9 \times 3}{4}} = \frac{4 \times 5}{2} \sqrt{3} + \frac{6 \times 2 \sqrt{3}}{3} - \frac{2 \times 3}{2} \sqrt{3}$$

$$= 10\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$$

$$\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt{4} = 2$$



$$\sqrt{-\left(\frac{-72}{100}\right)} = \sqrt{\frac{72}{100}} = \frac{\sqrt{72}}{10} = \frac{\sqrt{36 \times 2}}{10} = \frac{6\sqrt{2}}{10} = \frac{3\sqrt{2}}{5}$$

۸

$$\frac{y^{-11} \times 14^9}{y^7 \div y^6} = \frac{y^{-11} \times (2 \times 7)^9}{y^{7-6}} = \frac{y^{-11} \times 2^9 \times 7^9}{y^{-1}} = \frac{2^9 \times 7^9}{y^{-10}} = 2^9 \times 7^9 \times y^{10}$$

۹

$$(-2)^6 = 64 \text{ } \square \text{ } - 2^6 = -64$$

$$(0,5)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4 \text{ } \square \text{ } 4$$

$$\frac{\sqrt[3]{-54}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{-54}{2}} = -3 \text{ } \square \text{ } 3$$

$$0,05 \times 10^2 \text{ } \square \text{ } 5 \times 10^{-2}$$

۱۰

نکته: عدد منفی به توان زوج مثبت می‌شود.

$$\text{الف) } (-2)^6 = 64 \text{ } \square \text{ } - 64$$

نکته: هر عدد با توان منفی برابر معکوس آن عدد است با توان مثبت

$$\text{ب) } (0,5)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4 \text{ } \square \text{ } 4$$

$$\text{ج) } 0,05 \times 10^2 = 5 \text{ } \square \text{ } 5 \times 10^{-2} = 0,05$$

نکته: در صورت یکسان بودن فرجه رادیکال در تقسیم می‌توان عبارت‌های زیر رادیکال‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\text{د) } \frac{\sqrt[3]{-54}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{-54}{2}} = -3 \text{ } \square \text{ } 3$$

۱۱

$$\frac{3^2 \times (2^2)^4}{(2^2)^8 \times 3^6} = \frac{3^2 \times 2^8}{2^{16} \times 3^6} = 3^{-4} \times 2^{-8} = 3^{-4} \times 4^{-4} = 12^{-4}$$

۱۲) ابتدا سمت چپ معادله را حل می‌کنیم:

$$\frac{\frac{1}{2^7} \times 2^{20}}{(2^2)^x \times (2^3)^2} = \frac{2^{13}}{2^6 \times 2^6} = 2 \Rightarrow 3x - 5 = 2 \rightarrow x = \frac{7}{3}$$

۱۳

$$\frac{5^{2x} \left(1 + \frac{1}{5}\right)}{3^{2x} \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{3}\right)} = \frac{15}{2} \Rightarrow \frac{5^{2x} \times \frac{6}{5}}{3^{2x} \times \frac{4}{9}} = \frac{15}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{5^{2x}}{3^{2x}} \times \frac{6 \times 9}{5 \times 4} = \frac{15}{2} \Rightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^{2x} = \frac{15}{2} \times \frac{5 \times 4}{6 \times 9} \Rightarrow \frac{25^x}{9^x} = \frac{25}{9} \Rightarrow x = 1$$

۱۴

$$\text{الف) } (2,5)^{10} = \left(\frac{5}{2}\right)^{10}$$

$$\text{ب) } 3^7 \times 3 \times 3^4 = 3^{12}$$

۱۵

ابتدا صورت و مخرج را جداگانه محاسبه می‌کنیم.

صورت:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{1}{\frac{16}{81}} = \frac{81}{16}$$

$$(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$$

مخرج:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$(5,6)^0 = 1$$



$$\Rightarrow \frac{\frac{81}{16} \times \left(-\frac{1}{8}\right)}{\frac{1}{8} \times 1} = -\frac{81}{16}$$

۱۶

الف

ابتدا اعداد زیر را دیکال را تجزیه می‌کنیم، سپس توان و رادیکال آن را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{256} = \sqrt{2^8} = 2^{\frac{8}{2}} = 2^4$$

ب

$$\sqrt{8^6 \times 5^3 \times 9^2} = \sqrt{(2^3)^6 \times 5^3 \times (3^2)^2} = \sqrt{2^{18} \times 5^3 \times 3^4} = 2^9 \times 3^2 \times 5\sqrt{5}$$

ب

$$\sqrt[3]{7^6 \times 11^3} = \sqrt[3]{7^6} \times \sqrt[3]{11^3} = 7^2 \times \sqrt[3]{11^3 \times 11} = 7^2 \times 11\sqrt[3]{11}$$

ت

$$\sqrt{48} = \sqrt{3 \times 2^4} = \sqrt{3} \times \sqrt{2^4} = \sqrt{3} \times 2^2 = 2^2 \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

۱۷

الف

$$3\sqrt[3]{64} + 2\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{50} \times \sqrt[3]{160} = 3\sqrt[3]{2^6} + 2\sqrt[3]{2^6} - \sqrt[3]{50 \times 160} = 3 \times 2^2 + 2 \times 2^2 - \sqrt[3]{8000}$$

$$= 12 + 8 - \sqrt[3]{8000} = 20 - 20 = 0$$

ب

$$5\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{375} - 4\sqrt[3]{2187} = 5\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{5^3 \times 3} - 4\sqrt[3]{3^7} = 5\sqrt[3]{3} + 15\sqrt[3]{3} - 36\sqrt[3]{3} = -16\sqrt[3]{3}$$

۱۸

$$\frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

$$1,3 \times 10^y \times 11 = 14,3 \times 10^y = 1,43 \times 10^1 \times 10^y = 1,43 \times 10^A$$

۱۹

الف

۳

۲۰