

نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه

نام آزمون: ریاضی نهم فصل پنجم تستی

تاریخ آزمون:



۱) اگر $(a - b)^2 + (b - c)^2 = 0$ باشد، حاصل عبارت $\frac{2a}{b+c}$ کدام گزینه است؟

- ۱) ۲ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) -1 ۴) ۱

۲) اگر $a > b > 0$ ، $c > 0$ ، کدام نامساوی همواره صحیح است؟

- ۱) فقط $ac > bc$ ۲) $ac < bc$ ۳) فقط $\frac{1}{ac} < \frac{1}{bc}$ ۴) گزینه‌های ۱ و ۳ هر دو صحیح است.

۳) حاصل $(x^2 - 10x + 25)(x^2 - 10x + 25)$ برابر با کدام عبارت است؟

- ۱) $5^4 + x^4$ ۲) $(25 - x^2)^2$ ۳) $(25 - x^2)^2$ ۴) $(x^2 - 25)^2$

۴) مرتب شده عبارت $x^8 + 2x^6y^2 + 7x^4y^4 + 3y^6x + y^8x^2$ بر حسب توان‌های نزولی x کدام است؟

- ۱) $x^8 + 7x^4y^4 + 2x^6y^2 + 3xy^6 + x^2y^8$ ۲) $2y^6x^2 + y^8x^2 + 7x^4y^4 + 3xy^6 + x^8$ ۳) $x^8 + 7x^4y^4 + 2x^6y^2 + 3xy^6 + x^2y^8$ ۴) $x^8 + 7x^4y^4 + 2x^6y^2 + x^2y^8 + 3xy^6$

۵) اگر $x^2 - x^{-2} = 6$ باشد، حاصل $x^4 + x^{-4}$ کدام است؟

- ۱) ۱۲ ۲) ۳۴ ۳) ۳۶ ۴) ۳۸

۶) اگر $a^2 + a - 1 = 0$ باشد، آنگاه حاصل a^5 کدام است؟

- ۱) $a - 1$ ۲) $5a - 3$ ۳) a ۴) $-a$

۷) اگر $n + 1 = 2000^2 + 2001^2$ باشد، آنگاه مقدار $\sqrt{2n + 1}$ برابر کدام است؟

- ۱) $2000\sqrt{2}$ ۲) ۳۹۹۹ ۳) ۴۰۰۱ ۴) $\sqrt{4000^2 + 1}$

۸) اگر $a^2 + b^2 = ab$ ، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) $a + b = 0$ ۲) $a - b = 0$ ۳) $a = \frac{1}{2}b$ ۴) $a = b = 0$

۹) کدام عامل در تجزیه عبارت جبری $2(2x - 3)(2x - 5)(x - 2) + 990$ وجود دارد؟

- ۱) $x - 2$ ۲) $x + 2$ ۳) $x - 3$ ۴) $x + 3$

۱۰) کدام عامل در تجزیه $x^2 + y^2 - 11x^2y^2$ وجود دارد؟

- ۱) $x^2 + 3xy + y^2$ ۲) $x^2 - 3xy + y^2$ ۳) $x^2 - 3xy - y^2$ ۴) $x^2 + 3xy + y$

۱۱) نسبت (ک م م) به (ب م م) دو عبارت $8b(x^2 - 4x + 3)$ و $6b(x^2 - x - 6)$ کدام مورد است؟

- ۱) $12(x^2 + x - 2)$ ۲) $12(x^2 - 3x + 3)$ ۳) $12(x^2 - 5x + 6)$ ۴) $12(x^2 - 2x + 1)$

۱۲) ب.م.م یا بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک یک جمله‌ای‌های $8ax^2$ و $24axy$ و $18ay^2$ کدام است؟

- ۱) $2a$ ۲) $8ax$ ۳) $6ay$ ۴) $72ax^2y^2$



۱۳) درجه چند جمله‌ای $3x^2 - 4x + 1$ نسبت به x کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۴) حاصل عبارت $\frac{(4,8)^2 + 2(1,2)(4,8) + (1,2)^2}{(4,4)^2 + (1,4)^2 - 2 \times (1,4) \times (4,4)}$ کدام است؟

$\frac{48}{25}$ (۴)

$\frac{18}{25}$ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۱۵) کدام یک از عبارت‌های زیر، یک جمله‌ای است؟

$3^{x+y} + 5$ (۴)

$-\sqrt{7xy}^2$ (۳)

$\sqrt{xy}a^2$ (۲)

$\frac{x^2y}{a^4}$ (۱)

۱۶) کوچک‌ترین عدد صحیحی که در نامعادله $4x - 7 \geq 5x - 4$ صدق می‌کند، کدام است؟

-۴ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

۱۷) مجموعه جواب نامعادله $2x - 1 \leq x \leq \frac{5x}{2}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

سه (۴)

دو (۳)

یک (۲)

هیچ (۱)

۱۸) اگر $0 < (9x^2 - 12xy + 4y^2)(z - x) > 0$ باشد، کدام گزینه همواره درست است؟ $(3(y - x) \neq y)$

$z < x$ (۴)

$z > x$ (۳)

$3x < 2y$ (۲)

$3x > 2y$ (۱)

۱۹) اگر $7 < -3x - 5 \leq -2$ باشد، درباره عبارت $A = 2x + 3$ کدام نامعادله درست است؟

$-5 \leq A < 1$ (۴)

$-1 \leq A < 5$ (۳)

$-1 < A \leq 5$ (۲)

$-5 < A \leq 1$ (۱)

۲۰) جواب معادله $\frac{1-x}{2} - \frac{x-2}{4} = 3$ کدام است؟

$\frac{16}{3}$ (۴)

$\frac{8}{3}$ (۳)

$-\frac{8}{3}$ (۲)

$-\frac{16}{3}$ (۱)



پاسخنامه تشریحی

نکته: هر گاه مجموع چند عبارت که با توان زوج آمده‌اند صفر بود، تک تک آن عبارات صفر هستند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$(a-b)^r + (b-c)^r = 0 \Rightarrow \begin{cases} a-b=0 \\ b-c=0 \end{cases} \Rightarrow a=b=c \text{ (با هم برابرند.) } (a, b, c)$$

حال در عبارت خواسته شده به جای b و c نیز a می‌گذاریم:

$$\frac{2a}{b+c} = \frac{2a}{a+a} = \frac{2a}{2a} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ با توجه به اطلاعات مسئله a و b و c هر سه مثبت و $a > b$ است.

$a > b$ اگر طرفین نامعادله را در یک عدد مثبت ضرب کنیم، جهت نامعادله تغییر نمی‌کند.

$$a > b \xrightarrow{\times c} ac > bc$$

اگر دو عدد علامت یکسانی داشته باشند و اگر طرفین نامعادله را معکوس کنیم، جهت نامعادله برعکس می‌شود. یعنی:

$$ac > bc \Rightarrow \frac{1}{ac} < \frac{1}{bc}$$

پس گزینه ۱ و گزینه ۳ هر دو صحیح هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ به کمک اتحاد مربع و اتحاد مزدوج حاصل را به دست می‌آوریم:

$$(25 + 10x + x^2)(x^2 - 10x + 25) = (5+x)^2(5-x)^2 = (25-x^2)^2$$

زمانی یک چندجمله‌ای برحسب یک متغیر استاندارد می‌شود که توان‌هایش به صورت نزولی مرتب شوند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$x^8 + 7x^6 + 2x^4y^2 + x^2y^4 + 3xy^3 \quad \text{برحسب } x:$$

$$2y^4x^6 + y^4x^2 + 3y^3x + x^8 + 7x^6 \quad \text{برحسب } y:$$

دو طرف تساوی $x^2 - x^{-2} = 6$ را به توان دو می‌رسانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$(x^2 - \frac{1}{x^2})^2 = (6)^2 \Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} - 2 = 36$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 38 \Rightarrow x^8 + x^{-4} = 38$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$a^2 = 1 - a \Rightarrow a^4 = (1 - a)^2 = (1 + a^2 - 2a)$$

$$\Rightarrow a^6 = a(1 + a^2 - 2a) = a(1 + 1 - a - 2a) = a(2 - 3a)$$

$$\Rightarrow a^6 = 2a - 3a^3 = 2a - 3(1 - a)$$

$$\Rightarrow a^6 = 2a - 3 + 3a = 5a - 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$n + 1 = 2000^2 + 2001^2$$

$$n = 2000^2 + 2001^2 - 1 = 2000^2 + (2001 - 1)(2001 + 1)$$

$$\Rightarrow n = 2000^2 + 2000 \times 2002 = 2000(2000 + 2002)$$

$$n = 2000 \times 4002 = 2 \times 2000 \times 2001$$

از طرفی $2n + 1$ را چنین می‌نویسیم:

خیلی راه حل مبتکرانه‌ای هستند! دقت کنید عزیزان!

$$2n + 1 = n + (n + 1) = 2 \times 2000 \times 2001 + 2000^2 + 2001^2$$

$$= (2000 + 2001)^2 = 4001^2$$

پس:

$$\sqrt{2n + 1} = \sqrt{4001^2} = 4001$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱:

$$a + b = 0 \Rightarrow a = -b$$

با جای گذاری $a = -b$ داریم:

$$a^2 + b^2 = ab$$

$$\Rightarrow (-b)^2 + b^2 = (-b)(b) \Rightarrow 2b^2 \neq -b^2$$

گزینه ۲:



$$a - b = 0 \Rightarrow a = b$$

با جای گذاری $a = b$ داریم:

$$a^r + b^r = ab \Rightarrow b^r + b^r = (b)(b) \Rightarrow 2b^r \neq b^r$$

$$a = \frac{1}{2}b$$

گزینه ۳:

با جای گذاری $a = \frac{1}{2}b$ داریم:

$$a^r + b^r = ab \Rightarrow \left(\frac{1}{2}b\right)^r + b^r = b\left(\frac{1}{2}b\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2^r}b^r + b^r = \frac{1}{2}b^r \Rightarrow \frac{5}{2^r}b^r \neq \frac{1}{2}b^r$$

گزینه ۴:

با جای گذاری $b = a = 0$ داریم:

$$a^r + b^r = ab \Rightarrow 0^r + 0^r + 0^r = 0 \times 0 \Rightarrow 0 = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹ اگر عاملی در تجزیه یک عبارت وجود داشته باشد مقداری که عامل را صفر می کند باید عبارت اولیه را نیز صفر کند.

اگر $x = 2$ باشد. حاصل عبارت جبری برابر ۹۹۰ می شود.

اگر $x = -2$ باشد. حاصل عبارت جبری برابر ۳۹۶ می شود.

اگر $x = 3$ باشد. حاصل عبارت جبری برابر ۹۹۶ می شود.

اگر $x = -3$ باشد. حاصل عبارت جبری برابر صفر می شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\begin{aligned} x^r + y^r - 11x^r y^r &= x^r + y^r - 2x^r y^r - 9x^r y^r \\ &= (x^r - y^r)^r - (3xy)^r \\ &= (x^r - y^r - 3xy)(x^r - y^r + 3xy) \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱ ابتدا هر کدام از دو عبارت را تجزیه می کنیم:

$$6b(x^r - x - 6) = 6b(x - 3)(x + 2) = 2 \times 3b(x - 3)(x + 2)$$

$$8b(x^r - 4x + 3) = 8b(x - 1)(x - 3) = 2^3 \times b(x - 1)(x - 3)$$

حال برای به دست آوردن مقدار ب.م.م. شماره‌های مشترک با کمترین توان را در هم ضرب می کنیم.

$$\text{ب.م.م دو عبارت} = 2b(x - 3)$$

همچنین برای به دست آوردن ک.م.م. دو عبارت شماره‌های مشترک با بیشترین توان ضرب در شماره‌های غیرمشترک می کنیم.

$$\text{ک.م.م دو عبارت} = 2^3 \times 3b(x - 3)(x - 1)(x + 2)$$

حال نسبت ک.م.م به ب.م.م را به دست می آوریم:

$$\frac{2^3 \times 3b(x - 3)(x - 1)(x + 2)}{2b(x - 3)} = 2^2(x - 1)(x + 2) \times 3 = 12(x^2 + x - 2)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲ ب.م.م چند عبارت برابر است با عامل‌های مشترک با کوچکترین توان. بنابراین ب.م.م خواسته شده برابر است با: $2a$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳ درجه چندجمله‌ای برابر است با مجموع بزرگترین توان از هر متغیر.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

از اتحاد مربع دو جمله‌ای استفاده می کنیم:

$$\frac{(4,8)^2 + 2(1,2)(4,8) + (1,2)^2}{(4,4)^2 + (1,4)^2 - 2 \times (1,4) \times (4,4)} = \frac{(4,8 + 1,2)^2}{(4,4 - 1,4)^2} = \frac{6^2}{3^2} = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵ با توجه به تعریف، هر عبارت را که به صورت حاصل ضرب یک عدد حقیقی در توان‌های صحیح و نامنفی یک یا چند متغیر باشد، یک جمله‌ای گویند.

تشریح گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: a ، -4 می باشد. (توان منفی)

گزینه ۲: x و y ، داخل رادیکال هستند. (توان غیر صحیح)

گزینه ۴: دو جمله وجود دارد و همچنین x و y در توان می باشند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

کمترین عدد -3 است.

$$5x - 4 \geq 4x - 7 \Rightarrow x \geq -3$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$\left(\frac{5x}{2} - x \leq 1 - 2x\right) \xrightarrow{\times 2} 5x - 2x \leq 2 - 4x \Rightarrow 3x + 4x \leq 2 \Rightarrow 7x \leq 2 \rightarrow x \leq \frac{2}{7}$$

کوچک‌تر از $\frac{2}{7}$ هیچ عدد طبیعی وجود ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$(9x^2 - 12xy + 4y^2)(z - x) > 0 \Rightarrow (3x - 2y)^2(z - x) > 0$$

بنابراین باید $(z - x)$ و $(3x - 2y)^2$ هم‌علامت باشند و چون $(3x - 2y)^2 > 0$ است (حالت تساوی صفر ممکن نیست، زیرا با توجه به فرض سؤال داریم: $3x \neq 2y$) پس $z - x > 0$

و در نتیجه: $z > x$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

$$-2 \leq -3x - 5 < 7 \xrightarrow{+5} 3 \leq -3x < 12 \xrightarrow{\div(-3)} -4 < x \leq -1$$

$$\xrightarrow{\times 2} \rightarrow -8 < 2x \leq -2 \xrightarrow{+3} \rightarrow -5 < 2x + 3 \leq +1 \Rightarrow -5 < A \leq 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$\frac{1-x}{2} - \frac{x-2}{4} = 3 \Rightarrow \frac{2-2x-x+2}{4} = 3 \Rightarrow \frac{-3x+4}{4} = 3 \xrightarrow{\times 4} -3x+4=12 \Rightarrow -3x=8 \Rightarrow x = -\frac{8}{3}$$

پاسخنامه کلیپی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴