



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی نهم فصل پنجم تشریحی

تاریخ آزمون:

۱ محاسبات زیر را به کمک اتحادها انجام دهید.

الف) 101^2

ب) $80^2 - 79^2$

ج) $375^2 - 300^2 - 75^2$

د) 48×52

۲ حداقل مقدار n که در نامساوی زیر صدق کند را بیابید.

$$\frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \dots + \frac{2}{n \times (n+2)} > \frac{100}{1397}$$

راهنمایی: n عدد طبیعی فرد است.

۳ حداقل مقدار طبیعی n که $1 + 2 + 3 + \dots + n > 170$ باشد، را بیابید.

۴ درجهٔ یک جمله‌ای $7x^3y - 7x^3y$ نسبت به متغیرهای x و y برابر است.

۵ نشان دهید مقدار عددی عبارت زیر در صورتی که $x = -y$ باشد برابر صفر است.

$$A = (x + y + z)(xy + yz + xz) - xyz$$

۶ محاسبات زیر را به کمک اتحادها انجام دهید.

الف

$$99 \times 103$$

ب

$$201 \times 199$$

۷ m را چنان بیابید که $(2x - m)(x + m)$ و $mx^2 + 2x - m^2$ با هم متحد باشند.

۸ حاصل عبارت‌های زیر را نسبت به درجهٔ متغیر x به صورت نزولی مرتب کنید.

الف) $(2xy + 3)(x + 1) - x(y + 1)$

ب) $(3x^2 - y - 1)(x - 2) + 3x(y - 2)$

۹ حاصل عبارت زیر را به دست آورید و آن را برحسب توان‌های نزولی x مرتب کنید.

$$(x^2 + 1) [(ax + b)^2 - a(ax^2 + bx)]$$

۱۰ با انتخاب اتحاد مناسب تجزیه کنید.

$$x^3 + x^2 - 6x$$

۱۱ طرف دیگر عبارت زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

$$(2a + 5)^2 =$$





۱۲) اگر $x + y = 7$ و $xy = 10$ و $x > y$ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $x - y$

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$

الف) $\left(\frac{1}{4} - x\right)\left(\frac{1}{4} + x\right)$

ب) $(5x + 4)(5x + 3)$

ج) $(z - \sqrt{3})(z + \sqrt{3})$

۱۳) حاصل عبارت‌های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

د) $(3x + y - z)(3x + y + z)$

هـ) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$

و) $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 3)$

۱۴) درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف) درجه چند جمله‌ای $3x^3y^2 - 2x$ نسبت به متغیر x برابر ۴ است.

۱۵) عبارت مقابل را با استفاده از اتحاد تجزیه کنید:

$a^2 = 4a - 12 =$

الف)

$6(2x - 1) \leq 2x + 3$

نامعادله مقابل را حل کنید:

۱۶) گزینه صحیح را انتخاب کنید.

الف) درجه چند جمله‌ای $yx^2 + xy^3$ نسبت به تمام متغیرهایش را به دست آورید.

۱۷) حاصل عبارت $\frac{a-b}{b-a}$ برابر است با:

۱) -۱ ۱) ۱ ۳) a ۴) صفر

۱۸) به سوالات زیر پاسخ دهید:

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)

a) $\frac{5 + 3x}{x^2 - 4} - \frac{3}{x - 2} =$

b) $\frac{a^2 - 36}{a + 1} \div \frac{a^2 - 5a - 6}{(a + 1)^2} =$

۱۹) گزینه درست را انتخاب کنید:

الف) درجه عبارت $2x^2 + 3x^3y$ را نسبت به متغیر x به دست آورید.

۲۰) عبارات زیر را به کمک اتحاد یا فاکتورگیری تجزیه کنید.

الف)

$x^2 - 4 =$

ب)

$12b^2c - 6bc^2 =$

پاسخنامه تشریحی

۱

الف) اتحاد مربع دو جمله‌ای
 $101^2 = \frac{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای}}{\longrightarrow} (100 + 1)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2$
 $= 10^4 + 200 + 1 = 10201$

ب) اتحاد مزدوج
 $80^2 - 79^2 = \frac{\text{اتحاد مزدوج}}{\longrightarrow} (80 - 79)(80 + 79) = 1 \times 159 = 159$

ج) اتحاد مربع دو جمله‌ای
 $375^2 - 300^2 - 75^2 = \frac{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای}}{\longrightarrow} (300 + 75)^2 - 300^2 - 75^2$
 $= 300^2 + 2 \times 75 \times 300 + 75^2 - 300^2 - 75^2 = 2 \times 75 \times 300 = 45000$

د) اتحاد مزدوج
 $48 \times 52 = \frac{\text{اتحاد مزدوج}}{\longrightarrow} (50 - 2)(50 + 2) = 50^2 - 4 = 2496$

۲

کسرها را تفکیک می‌کنیم:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} > \frac{100}{1397}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{n+2} > \frac{100}{1397} \Rightarrow \frac{n+2-3}{3n+6} > \frac{100}{1397}$$

$$\Rightarrow \frac{n-1}{3n+6} > \frac{100}{1397} \Rightarrow 1397n - 1397 > 300n + 600 \Rightarrow 1097n > 1997$$

$$\Rightarrow n > \frac{1997}{1097} \Rightarrow n > 1,8$$

حداقل مقدار $n = 3$ (فرد n) است.

۳

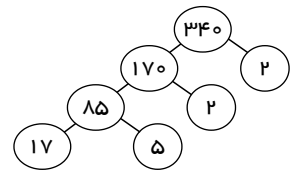
می‌دانیم $1 + 2 + 3 + n = \frac{n(n+1)}{2}$ پس خواهیم داشت:

$$\frac{n(n+1)}{2} > 170 \rightarrow n \times (n+1) > 2 \times 170 \Rightarrow n \times (n+1) > 340$$

پس الان باید به دنبال دو عدد طبیعی متوالی بگردیم:

$$18 \times 19 = 342 > 340$$

با تجزیه ۳۴۰ می‌توانیم راحت‌تر n را پیدا کنیم.



$$n = 18$$

۴) (درجه نسبت به متغیر x و y برابر $4 = 3 + 1$ است.)

۵

$$(-y + y + z)(-y^2 + yz - yz) - (-y)(yz) = -y^2z + y^2z = 0$$

۶

الف

عدد ۹۹ را به صورت $100 - 1$ و عدد 103 را به صورت $100 + 3$ نوشته و از اتحاد جمله مشترک حساب می‌کنیم:

$$(100 - 1)(100 + 3) = (100)^2 + \underbrace{(-1 + 3)}_2 100 + (-1 \times 3) = 10000 + 200 - 3 = 10197$$

ب

201 را به صورت $200 + 1$ و عدد 199 را به صورت $200 - 1$ نوشته و به کمک اتحاد مزدوج حساب می‌کنیم:

$$(200 + 1)(200 - 1) = (200)^2 - 1^2 = 40000 - 1 = 39999$$

نکته: هرگاه دو چندجمله‌ای نظیر به نظیر با هم یکسان باشند یا به عبارت دیگر ضرایب عبارت‌های هم‌درجه با هم برابر باشد، آن دو چندجمله‌ای را متحد با هم می‌نامند.



$$(2x - m)(x + m) = mx^2 + 2x - m^2$$

$$\rightarrow 2x^2 + mx - m^2 = mx^2 + 2x - m^2 \rightarrow 2 = mm = 2 \rightarrow m = 2$$

۸

الف) $(2xy + 3)(x + 1) - x(y + 1) = 2x^2y + 2xy + 3x + 3 - xy - x$
 $= 2x^2y + xy + 2x + 3 = 2yx^2 + (y + 2)x + 3$

ب) $(3x^2 - y - 1)(x - 2) + 3x(y - 2) = 3x^3 - 6x^2 - xy + 2y - x + 2 + 3xy - 6x$
 $= 3x^3 - 6x^2 + 2xy - 7x + 2y + 2 = 3x^3 - 6x^2 + (2y - 7)x + 2y + 2$

$$(x^2 + 1) \left[\cancel{x^2} + 2abx + b^2 - \cancel{x^2} - abx \right] = (x^2 + 1) [abx + b^2] = abx^3 + x^2b^2 + abx + b^2$$

$$x^2 + x^2 - 6x = x(x^2 + x - 6) = x(x + 3)(x - 2)$$

(اتحاد مربع دو جمله‌ای) $(2a + 5)^2 = 4a^2 + 20a + 25$

الف) $(x + y)^2 = 7^2 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 49 \Rightarrow x^2 + y^2 = 49 - 2(10) = 29$

$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 29 - 2(10) = 9 \Rightarrow x - y = \sqrt{9} = 3$

ب) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + y + 2\sqrt{xy} = 7 + 2\sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{7 + 2\sqrt{10}}$

الف) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 - x^2 = \frac{1}{16} - x^2$ (مزدوج)

ب) $25x^2 + 7(5x) + (3 \times 4) = 25x^2 + 35x + 12$ (جمله مشترک)

ج) $z^2 - (\sqrt{3})^2 = z^2 - 3$ (مزدوج)

د) $(3x + y)^2 - z^2 = 9x^2 + 6xy + y^2 - z^2$ (مزدوج)

هـ) $(x^2 - 1)(x^2 + 1) = x^4 - 1$ (مزدوج)

و) $(x^2 - 4)(x^2 + 3) = x^4 - x^2 - 12$

$$a^2 - 4a - 12 = (a + 2)(a - 6)$$

الف

$$6(2x - 1) \leq 2x + 3 \Rightarrow 12x - 6 \leq 2x + 3 \Rightarrow 12x - 6 \leq 2x + 3 \Rightarrow 10x \leq 9 \Rightarrow x \leq \frac{9}{10}$$

۱۶

درجه نسبت به متغیر x برابر ۲ و نسبت به متغیر y برابر ۳ است و نسبت به هر دو متغیر ۴ است.

الف

گزینه ۱: ۱ -

۱۷

۱۸

الف

$$a) \frac{5 + 3x}{x^2 - 4} - \frac{3}{x - 2} = \frac{5 + 3x}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{3}{(x - 2)} = \frac{(5 + 3x) - 3(x + 2)}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{5 + \cancel{3x} - \cancel{3x} - 6}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{-1}{x^2 - 4}$$

$$b) \frac{a^2 - 36}{a + 1} \div \frac{a^2 - 5a - 6}{(a + 1)^2} = \frac{(a + 6)(\cancel{a - 6})}{a + 1} \times \frac{(a + 1)^2}{(\cancel{a + 1})(\cancel{a - 6})} = a + 6$$

۱۹

بزرگ‌ترین توان x در جملات برابر ۳ است.

الف

۲۰

الف



$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$



$$abc(2b - c)$$