



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی نهم فصل ششم تشریحی

تاریخ آزمون:

۱ مقدار m را چنان بیابید که سه خط $y = x + 5$, $y = 9 - 15x$ و $y = mx + 7$ در یک نقطه متقاطع باشند.

۲ معادله خطی را بنویسید که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 5 \\ -6 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۳ معادله خطی را بنویسید که با محور عرض‌ها موازی باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۴ مقدار m را چنان بیابید که ۳ نقطه $\begin{bmatrix} 6 \\ 11 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 3 \\ 9 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} m \\ m+3 \end{bmatrix}$ در یک راستا باشند.

۵ مقدار m را چنان بیابید که دو خط $x + y = 5$ و $mx + 4y = 10$ بر روی محور طول‌ها متقاطع باشند.

۶ مثلث محصور بین ۳ خط $x = 5$, $y = 2$ و $x + 3y = 14$ را به دست آورید.

۷ دستگاه مقابل را به روش جایگزینی حل کنید.

$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$$

۸ دستگاه زیر را به روش دلخواه حل کنید.

$$\begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases}$$

۹ اگر خط $y - 4x = 0$ را رسم کنیم از مبدأ مختصات عبور
خط زیر را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

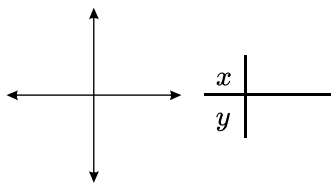
(سیستان و بلوچستان - خرداد ۹۵)

۱۰

۱۱ خط d به معادله $2y - 4x = 8$ را رسم کنید.

۱۲ معادله خطی را بنویسید که شیب آن $-\frac{1}{2}$ و از نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۱۳ خط d به معادله $y = -2x + 1$ را رسم کنید.



الف شیب خطی که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}$ می‌گذرد را به دست آورید.

ب مختصات نقطه‌ای از خط $y = 3x + 4$ را پیدا کنید که طول آن ۳- باشد.

۱۴ معادله خطی را بنویسید که شیب آن ۲- باشد و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۵ قطع کند.

۱۵ دستگاه معادله خطی روبرو را به روش دلخواه حل نمایید.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

۱۶ دستگاه معادله خطی مقابل را حل کنید.

$$\begin{cases} -3x + y = 1 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$$



۱۷) هنگام تولد سارا پدرش ۲۸ سال داشت و اکنون مجموع سن سارا و پدرش ۴۲ سال است. سن هر یک را به دست آورید. (به کمک دستگاه حل شود.)

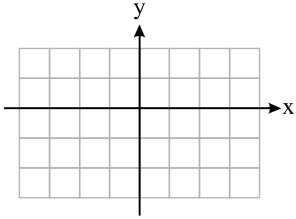
۱۸) معادلهٔ مقابل نشان‌دهندهٔ بی‌شمار خط است که از یک نقطه به نام A می‌گذرند. مختصات نقطهٔ A را به دست آورید.

$$(m + 2)x - (3m - 2)y = m + 1$$

۱۹) به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) خط $y = 5x + 4$ با خط، $y - 5x = 0$ موازی است و از نقطهٔ $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ می‌گذرد. (درست)، نادرست)

ب) خط d به معادلهٔ $y = \frac{1}{3}x - 2$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.



پ) معادلهٔ خطی را بنویسید که از دو نقطهٔ $\begin{bmatrix} -3 \\ +3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -3 \\ +5 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۲۰) درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف) شیب خط $y = x - 2$ برابر -2 است.



پاسخنامه تشریحی

۱) ابتدا تقاطع دو خط را به دست می‌آوریم، سپس در معادله خط سوم می‌گذاریم:

$$\begin{cases} y = x + 5 \\ 15x - y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - x = 5 \\ -y + 15x = 9 \end{cases} \xrightarrow{+} 14x = 14 \rightarrow x = 1 \xrightarrow{y=x+5} y = 6 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}$$

مختصات نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}$ در معادله خط سوم می‌گذاریم:

$$y = mx + 7 \Rightarrow 6 = m \times 1 + 7 \Rightarrow m = 6 - 7 = -1$$

۲) چون طول نقاط ثابت است و برابر با ۵ است، پس خط مورد نظر $x = 5$ است.

۳) موازی محور عرض‌ها یعنی موازی محور y ها، پس معادله خط به صورت $x = k$ است و چون از نقطه $\begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، $x = 4$ است.

۴) برای حل این سؤال دو راه حل داریم، راه اول این است که به کمک ۲ نقطه معادله خط را به دست بیاوریم و نقطه ۳ام را در معادله خط جایگذاری کنیم.

راه دوم: این است که شیب خط گذرنده از هر نقطه از این سه نقطه داده شده چون در یک راستا هستند برابر است با استفاده از این نکته داریم:

$$\frac{11 - 9}{6 - 3} = \frac{9 - (m + 3)}{3 - m} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{6 - m}{3 - m} \Rightarrow 18 - 3m = 6 - 2m \Rightarrow m = 12$$

۵) نقطه تقاطع بر روی محور طول‌ها است، یعنی $y = 0$ است پس ابتدا تقاطع آن را با $x + y = 5$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} y = 0 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow x + 0 = 5 \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

حالا نقطه $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$ را در معادله خط دیگری می‌گذاریم:

$$mx + 4y = 10 \Rightarrow m \times 5 + 4 \times 0 = 10 \Rightarrow m = 2$$

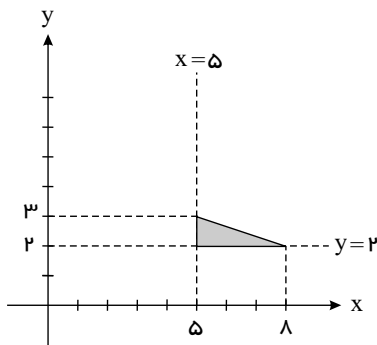
۶) ابتدا محل برخورد خط‌ها را دوبه‌دو به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = 5 \\ x + 3y = 14 \end{cases} \Rightarrow 5 + 3y = 14 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x + 3y = 14 \end{cases} \Rightarrow x + 6 = 14 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

با رسم سه خط می‌بینیم که مثلث قائم الزاویه به ارتفاع ۳ و قاعده ۱ بین سه خط تشکیل می‌شود.



$$\text{مساحت مثلث} = \frac{3 \times 1}{2} = \frac{3}{2}$$

۷) مقدار y از معادله اول را در معادله دوم جایگزین می‌کنیم:

$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ x + 2y = 9 \end{cases} \Rightarrow x + 2(3x + 1) = 9 \Rightarrow x + 6x + 2 = 9$$

$$\Rightarrow 6x + x = 9 - 2 \Rightarrow 7x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{7} = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$2y + 1 = 9 \Rightarrow 2y = 9 - 1 \Rightarrow 2y = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow y = 4$$

۸) دستگاه را به روش حذفی حل می‌کنیم:

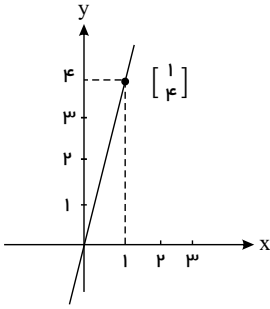


$$2 \times \begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x - 4y = 12 \\ 2x - 4y = 8 \end{cases}$$

$$1 \circ x = 2 \circ \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow 2y = 4 \times 2 - 6 = 2 \Rightarrow y = 1$$

این خط از مبدأ مختصات عبور می‌کند، چون نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ در این خط صدق می‌کند و شکل رسم شده این را نشان می‌دهد.

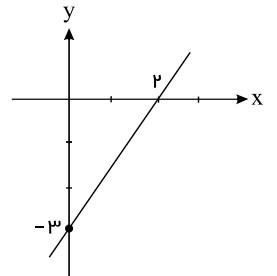


۱۰

دو نقطه دلخواه از خط را به دست آورده، سپس خط گذرنده از این دو نقطه را رسم می‌کنیم:

$$3x - 2y = 6$$

x	0	2
y	-3	0

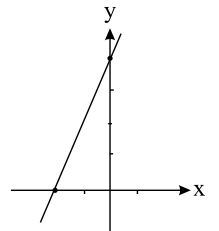


۱۱

دو نقطه از خط را به دست آورید و خط را رسم می‌کنیم:

$$2y - 4x = 8$$

x	0	-2
y	4	0
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$



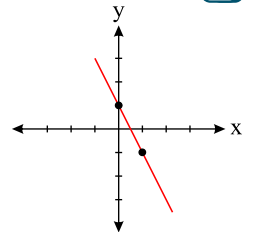
۱۲

$$y = ax + b \xrightarrow{\text{شیب} = -\frac{1}{2}} a = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{نقطه} \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}} -4 = 0 + b \Rightarrow b = -4$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}x - 4$$

x	0	1
y	1	-1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

۱۳ به کمک نقطه‌یابی دو نقطه دلخواه خط را رسم می‌کنیم.



شیب خط گذرنده از نقطه $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ برابر $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ است.

الف

$$a = \frac{-2 - (-5)}{3 - 2} = \frac{-2 + 5}{1} = -3$$

ب

$$y = 3(-3) + 4 = -9 + 4 = -5 \quad \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix}$$

کافی است به جای x مقدار -3 را قرار دهیم:



15

معادله دوم را در -2 ضرب می‌کنیم تا ضرایب y قرینه شوند

$$\begin{cases} 3x + 4y = 11 \\ -4x - 2y = -8 \end{cases}$$

$$-x = 3 \Rightarrow x = -3$$

$$\Rightarrow 2x + y = 4 \Rightarrow 2(-3) + y = 4 \Rightarrow y = 10$$

16

دستگاه را به روش حذفی حل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \times(-1) \begin{cases} -3x + y = 1 \\ 2x + y = 11 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 3x - y = -1 \\ 2x + y = 11 \end{cases} \\ \hline 5x = 10 &\Rightarrow x = 2 \\ 2 \times 2 + y = 11 &\Rightarrow y = 7 \end{aligned}$$

17

سن پدر سارا : y سن سارا : x

$$\rightarrow + \begin{cases} y - x = 28 \\ y + x = 42 \end{cases}$$

$$2y = 70$$

$$\Rightarrow y = \frac{70}{2} = 35 \text{ سن پدر سارا}$$

$$y - x = 28 \Rightarrow 35 - x = 28 \Rightarrow x = 35 - 28 = 7 \text{ سن سارا}$$

18 اگر به جای m عددهای مختلفی قرار دهیم، معادله‌های خطی زیادی به دست می‌آیند که این دسته خط (بی‌شمار خط) از یک نقطه (A) می‌گذرند:به جای m دو مقدار دلخواه قرار می‌دهیم:

$$\begin{aligned} m = 0 &\rightarrow (0 + 2)x - (3 \times 0 - 2)y = 0 + 1 \\ 2x + 2y = 1, x = \frac{5}{8} &\Rightarrow 2\left(\frac{5}{8}\right) + 2y = 1 \Rightarrow \frac{10}{8} + 2y = 1 \Rightarrow y = \frac{-1}{8} \\ m = 1 &\rightarrow (1 + 2)x - (3 \times 1 - 2)y = 1 + 1 \end{aligned}$$

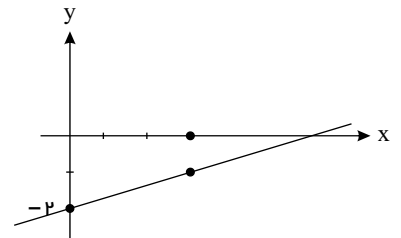
$$A = \begin{bmatrix} \frac{5}{8} \\ \frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} \end{bmatrix} \text{ نقطه مورد نظر}$$

$$\Rightarrow 2 \times \begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \rightarrow + \begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ 6x - 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow 8x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{8}$$

19

الف درست ✓ زیرا مختصات نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ در معادله خط $y = 5x + 4$ صدق می‌کند و شیب آن با خط $y = 5x$ برابر است.

کافیست که دو نقطه دلخواه از خط بیابیم:



ب

$$y = \frac{1}{3}x - 2$$

x	0	3
y	-2	-1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

ب

$$x = -3$$

طول دو نقطه برابر -3 است پس خط موازی محور y هاست و معادله آن به صورت زیر است:

20

الف نادرست