



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی نهم فصل هفتم تشریحی

تاریخ آزمون:

۱) تقسیم زیر را انجام دهید.

$$x^4 - 3x^2 - 10 \overline{) x^2 - 5}$$

۲) حاصل تقسیم $\frac{20x^4y^2z^3}{5x^3yz^2}$ کدام است؟

- الف) $4xy$ ب) $4x^2y^3z^5$ ج) $-4xyz$ د) $-4xz$

۳) تمام جواب‌های صحیح معادله‌ی مقابل را بیابید: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ (المپیاد آفریقای جنوبی - ۱۳۸۵)

۴) عبارت‌هایی را که حاصل آنها ۱ و یا -۱ است، معلوم کنید.

- الف) $\frac{2y+3}{2y-3}$ ب) $\frac{2y-3}{3-2y}$
 ج) $\frac{2y+3}{3+2y}$ د) $\frac{2y+3}{-2y-3}$

۵) حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

- الف) $\frac{3-x}{x^2-5x+6}$ ب) $\frac{4x^2+8x}{12x+24}$ ج) $\frac{24x^2}{12x^2-6x}$
 د) $\frac{y^3-2y^2-3y}{y^2+y}$ هـ) $\frac{1-t^4}{t^2+1}$ و) $\frac{6a^4b^2}{4ab^8}$

۶) در جاهای خالی عدد یا عبارت مناسب بنویسید.

الف) عبارت $\frac{a+2}{a-2}$ به‌ازای عدد تعریف نشده است.

۷) حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن بنویسید.

- الف) $\frac{x^2+2x+1}{x^2-9} \div \frac{x^2+5x+6}{x^2+6x+9}$
 ب) $\frac{x^2+2x+1}{x^2-6x} \times \frac{2x-12}{x^3+3x^2+1}$

۸) حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن بنویسید.

$$\frac{1}{x-2} + \frac{3}{x+2}$$

۹) x و y و z سه رقم متفاوت هستند که از بین ارقام ۱ تا ۹ انتخاب می‌شوند و عدد سه رقمی \overline{xyz} را می‌سازند. مثلاً سه رقم ۲ و ۶ و ۴ عدد ۲۶۴ را

می‌سازند. کمترین مقدار $\frac{\overline{xyz}}{x+y+z}$ را بیابید و بگویید چرا کوچکترین است؟ (المپیاد آفریقای جنوبی - ۱۳۸۳)

۱۰) تقسیم مقابل را ابتدا تبدیل به ضرب کرده، سپس حل کنید. (مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده)

$$\frac{x^2-4}{4x^2-12x} \div \frac{x-2}{x-3} =$$



۱۱) حاصل تقسیم زیر را به دست آورید.

$$\frac{x^2 - 25}{5x^2} \div \frac{x^2 - 4x - 5}{x^3}$$

۱۲) حاصل تفریق زیر را به ساده‌ترین حالت ممکن به دست آورید. (مخرج کسرها مخالف صفر فرض شده است).

$$\frac{2x^2 - 16}{x^2 - 4} - \frac{x + 4}{x + 2}$$

۱۳) حاصل عبارت زیر را به دست آورید (مخرج مخالف صفر است)

$$\frac{5y^3}{3xz} \div \frac{10y^5}{9z^4}$$

۱۴) عبارت مقابل به‌ازای چه مقادیری از y تعریف نشده است؟

$$\frac{2y}{y(2y - 6)}$$

۱۵) جاهای خالی را با کلمات مناسب کامل کنید:

الف) مقدار عددی عبارت گویای $\frac{4-x}{2+x}$ به‌ازای $x = 4$ برابر است.

۱۶) در تقسیم $(6x + 1)(x^2 - 2)$ بر دو جمله‌ای $3x + 2$ خارج‌قسمت به‌صورت توان‌های نزولی نوشته شده است، ضریب جمله‌ای که درجه آن یک است، چه عددی است؟

۱۷) در جای خالی عبارتی بنویسید تا تساوی برقرار باشد.

الف)

$$\frac{a - 2}{a} = \frac{\square}{a^2 + 2a}$$

ب)

$$\frac{x - 5}{(x - 2)} = \frac{x^2 - 25}{\square}$$

پ)

$$\frac{(x - 7) \times \square}{(x + 1) \times \square} = x + 3$$

۱۸) به سوالات زیر پاسخ دهید:

الف)

$$\frac{x}{3x - 1}$$

ب)

$$a) \frac{5 + 3x}{x^2 - 4} - \frac{3}{x - 2} =$$

$$b) \frac{a^2 - 36}{a + 1} \div \frac{a^2 - 5a - 6}{(a + 1)^2} =$$

عبارت مقابل به‌ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است؟

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

۱۹) به سوالات زیر پاسخ دهید:

الف) عبارت‌های درست را با (\checkmark) و عبارت‌های نادرست را با (\times) مشخص کنید.

الف) مجموعه اعداد اول، زیر مجموعه اعداد طبیعی است.

ب) عبارت $\frac{x}{x^2 + 1}$ به‌ازای هر مقداری از x تعریف شده است.

ج) اگر $n(A) = n(B)$ نگاه A و B دو مجموعه برابرند.

۲۰) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. (مخرج کسرها مخالف صفر است).



الف

$$\frac{x^2 - 49}{x + 7} \times \frac{3x}{x - 7} =$$

ب

$$\frac{7}{2x} + \frac{5x - 3}{2x} - \frac{1}{x} =$$

پاسخنامه تشریحی

۱

$$\begin{array}{r} \cancel{x^2} - 3x^2 - 10 \quad | \quad \begin{array}{l} x^2 - 5 \\ x^2 + 2 \end{array} \\ \hline -x^2 + 5x^2 \\ \hline 2x^2 - 10 \\ \hline -2x^2 + 10 \\ \hline 0 \\ \text{باقی مانده} \end{array}$$

خارج قسمت

۲ گزینه ۳

$$\frac{20x^4y^2z^2}{5x^3yz^2} = -4xyz$$

۳

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} &= \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{2} \Rightarrow xy = 2x + 2y \Rightarrow xy - 2x = 2y \\ \Rightarrow x(y-2) &= 2y \Rightarrow x = \frac{2y}{y-2} \Rightarrow x = \frac{2y-4+4}{y-2} \Rightarrow x = 2 + \frac{4}{y-2} \end{aligned}$$

y نمی تواند اعداد صفر و ۲ باشد، چون مخرج کسرها نمی تواند صفر باشد هم چنین $x \neq 0$

$$y-2 \in \{-4, 4, -1, 1, 2\} \Rightarrow y \in \{-2, 6, 1, 3, 4\}$$

$$x = 2 + \frac{4}{y-2} \in \{1, -2, 6, 4, 3\}$$

$$(1, -2), (-2, 1), (6, 3), (4, 4), (3, 6)$$

۴

ج، ب و د

الف) $\frac{2y+3}{2y-3} \Rightarrow$ ساده نمی شود

ب) $\frac{2y-3}{-(2y-3)} = -1$

ج) $\frac{2y+3}{2y+3} = 1$

د) $\frac{2y+3}{-2y-3} = \frac{2y+3}{-(2y+3)} = -1$

۵

الف) $\frac{3-x}{(x-2)(x-3)} = \frac{-(x-3)}{(x-2)(x-3)} = \frac{-1}{x-2}$

ب) $\frac{4x(x+2)}{12(x+2)} = \frac{x}{3}$

ج) $\frac{24x^2}{6x(2x-1)} = \frac{4x}{2x-1}$

د) $\frac{y(y^2-2y-3)}{y(y+1)} = \frac{y(y-3)(y+1)}{y(y+1)} = y-3$

ه) $\frac{(1-t^2)(1+t^2)}{t^2+1} = \frac{(1-t)(1+t)(1+t^2)}{t^2+1} = (1-t)(1+t)$



$$و) \frac{3a^r}{2b^6}$$

۶

$$a - 2 = 0 \rightarrow a = 2 \quad \text{الف}$$

۷

نکته:

ضرب و تقسیم عبارت‌های گویا:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 9} \div \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 6x + 9} &= \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 9} \times \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 5x + 6} \\ &= \frac{(x+5)(x-3)}{(x-3)(x+3)} \times \frac{(x+3)^2}{(x+2)(x+3)} = \frac{x+5}{x+2} \end{aligned}$$

$$\text{ب)} \quad \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 6x} \times \frac{2x - 12}{x^2 + 3x^2 + 3x + 1} = \frac{(x+1)^2}{x(x-6)} \times \frac{2(x-6)}{(x+1)^3} = \frac{2}{x(x+1)}$$

نکته:

$$(a+b)^r = a^r + 3a^r b + 3ab^2 + b^r$$

۸

$$\frac{1}{x-2} + \frac{3}{x+2} = \frac{x+2+3x-6}{(x-2)(x+2)} = \frac{4x-4}{x^2-4}$$

۹ چون x صدگان و y دهگان و z یکان است:

$$xyz = 100x + 10y + z$$

$$\frac{xyz}{x+y+z} = \frac{100x + 10y + z}{x+y+z} = \frac{10(x+y+z)}{x+y+z} + \frac{90x-9z}{x+y+z} = 10 + \frac{90x-9z}{x+y+z}$$

$$= 10 + \frac{9(10x-z)}{x+y+z}$$

برای اینکه حاصل عبارت مقابل کوچکترین شود باید مقدار صورت کسر کمترین و مقدار مخرج بیشترین شود.

 $10x - z$ زمانی کمترین مقدار می‌شود که $x = 1$ و $z = 9$ باشد. $x + y + z$ زمانی بیشترین مقدار می‌شود که $y = 8$ باشد چون طبق صورت سوال سه رقم با هم متفاوت هستند.

$$10 + \frac{9(10x-z)}{x+y+z} = 10 + \frac{1}{2}$$

۱۰

$$\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{4x\cancel{(x-3)}} \times \frac{\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-2)}} = \frac{x+2}{4x}$$

۱۱

$$\frac{\cancel{(x-5)}(x+5)}{5x^2} \times \frac{x^2}{\cancel{(x-5)}(x+1)} = \frac{x(x+5)}{5(x+1)}$$

۱۲

$$\frac{2x^2 - 16 - (x-2)(x+4)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x^2 - 16 - x^2 - 2x + 8}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 - 2x - 8}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{(x+2)(x-4)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-4}{x-2}$$

۱۳

$$\frac{5y^r}{3xz} \div \frac{10y^5}{9z^f} = \frac{5y^r}{3xz} \times \frac{9z^f}{10y^5} = \frac{3z^f}{2xy^2}$$

۱۴ به‌ازای مقادیری که مخرج کسر صفر شود، عبارت تعریف نشده است:

$$y = 0, \quad 2y - 6 = 0 \Rightarrow y = 3$$

۱۵

الف صفر

۱۶

$$(x^2 - 2)(6x + 1) = 6x^3 + x^2 - 12x - 2$$

$$\begin{array}{r} 6x^3 + x^2 - 12x - 2 \quad | \quad \begin{array}{l} 3x + 2 \\ 2x^2 - x - \frac{10}{3} \end{array} \\ \hline -6x^3 \pm 4x^2 \\ \hline -3x^2 - 12x - 2 \\ \hline \mp 3x^2 \mp 2x \\ \hline -10x - 2 \\ \hline \mp 10x \mp \frac{20}{3} \\ \hline \frac{14}{3} \end{array}$$

ضریب $-x$ برابر (-1) است.

۱۷

الف

$$\frac{a-2}{a} = \frac{a^2-4}{a^2+2a}$$

ب

$$\frac{x-5}{(x-2)} = \frac{x^2-25}{(x+5)(x-2)}$$

پ

$$\frac{(x-7) \times (x+1)(x+3)}{(x+1) \times (x-7)} = x+3$$

۱۸

الف

$$3x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

ب

$$a) \frac{5+3x}{x^2-4} - \frac{3}{x-2} = \frac{5+3x}{(x-2)(x+2)} - \frac{3}{(x-2)} = \frac{(5+3x) - 3(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{5 + \cancel{3x} - \cancel{3x} - 6}{(x-2)(x+2)} = \frac{-1}{x^2-4}$$

$$b) \frac{a^2-36}{a+1} \div \frac{a^2-5a-6}{(a+1)^2} = \frac{(a+6)(\cancel{a-6})}{\cancel{a+1}} \times \frac{(a+1)^2}{(\cancel{a+1})(\cancel{a-6})} = a+6$$

۱۹

الف درست ✓

ب درست ✓

ج نادرست X

توضیح: $n(A) - n(B)$ یعنی تعداد اعضای مجموعه‌های A و B برابرند که این ویژگی برابر بودن آنها را نتیجه نمی‌دهد. مثلاً دو مجموعه $A = \{1, 2\}$ و $B = \{3, 4\}$ تعداد اعضای برابر دارند ولی باهم برابر نیستند. زیرا اعضایشان یکسان نیست.

۲۰

الف

$$\frac{x^2-49}{x+7} \times \frac{3x}{x-7} = \frac{(\cancel{x^2-49})(3x)}{(\cancel{x+7})(x-7)} = 3x$$

ب

ریاضی نهم فصل هفتم نشر: بچی



$$\frac{y}{2x} + \frac{\Delta x - 3}{2x} - \frac{1}{x} = \frac{y + \Delta x - 3 - 2}{2x} = \frac{\Delta x + y}{2x}$$