



نام و نام خانوادگی:

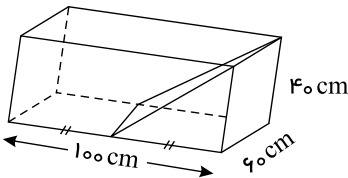
زمان برگزاری: ۱۲۰ دقیقه



نام آزمون: ریاضی نهم فصل هشتم تشریحی

تاریخ آزمون:

۱) یک آکواریوم با طول 100 cm و عرض 60 cm و ارتفاع 40 cm داریم. اگر آن را مطابق شکل به ضلع 60 cm تکیه دهیم، آب به وسط طول می‌رسد. اگر آن را به حالت معمول درآوریم ارتفاع آب چقدر خواهد شد؟



۲) مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع 6 cm ، 8 cm و 10 cm را حول اضلاع قائمه دوران می‌دهیم، چه شکلی پدید می‌آید؟ حجم آن را به دست آورید.

۳) با قسمتی از دایره‌ای به شعاع 10 cm ، مخروطی به قطر 8 cm ساخته‌ایم. حجم این مخروط را به دست آورید. ($\pi = 3$)

۴) کره‌ای در استوانه‌ای به قطر قاعده 6 محاط شده است، حجم فضای این کره و استوانه چقدر است؟ ($\pi = 3$)

۵) در هرم مثلث‌القاعده‌ای به ارتفاع 9 ، به فاصله 3 از رأس هرم روی ارتفاع صفحه‌ای موازی قاعده رسم شده است. حجم هرم ناقص حاصل چند برابر حجم هرم کوچک است؟

۶) قاعده یک هرم مستطیل به اضلاع 5 و 8 سانتی‌متر است. اگر حجم این هرم 80 سانتی‌متر باشد، اندازه ارتفاع هرم را به دست آورید.

۷) اگر قاعده‌های دو هرم، هم‌مساحت باشند، حجم آنها مساوی است.

درست نادرست

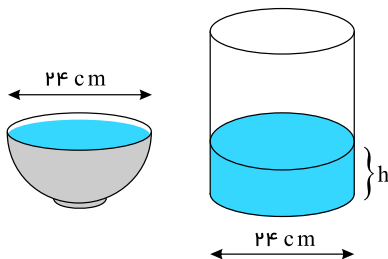
۸) حجم مخروطی که قطر آن 6 سانتی‌متر و ارتفاع آن 10 سانتی‌متر است را به دست آورید.

۹) حجم هرمی با قاعده مربع را به دست آورید که ضلع قاعده آن 4 cm باشد و وجه‌های جانبی آن مثلث‌های متساوی‌الساقینی به ساق‌های 8 cm باشد.

۱۰) محسن پیمانه‌ای به شکل نیمکره و به قطر 18 سانتی‌متر را پر از آب کرده و درون ظرف پلاستیکی استوانه‌ای شکل ریخته است. آب در استوانه تا چه ارتفاعی بالا می‌آید؟ (قطر نیمکره و استوانه برابرند)

۱۱) اگر مساحت کره‌ای 100π باشد شعاع آن چقدر است؟

۱۲) پیمانه‌ای به شکل نیمکره و به قطر دهانه‌ای 24 سانتی‌متر را از آب پر و آب آن را در لیوانی استوانه‌ای با همان قطر خالی می‌کنیم. آب در لیوان تا چه ارتفاعی بالا می‌آید؟



۱۳) قطر تقریبی کره زمین حدود 12800 کیلومتر است.

الف) قطر و شعاع کره زمین را برحسب کیلومتر با نماد علمی بنویسید.

ب) مساحت تقریبی رویه کره زمین را برحسب کیلومتر مربع با نماد علمی بنویسید.

ج) مساحت کشور جمهوری اسلامی ایران حدود 1648000 کیلومتر مربع است. ایران چه کسری از مساحت کره زمین است؟

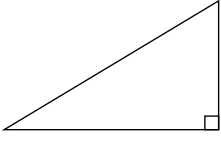
۱۴) از دوران 360 درجه هر نیم‌دایره حول قطرش به دست می‌آید.

۱۵) قاعده یک هرم مربعی به ضلع 7 سانتی‌متر است. اگر ارتفاع این هرم 12 سانتی‌متر باشد. حجم آن را بیابید. (نوشتن فرمول الزامی است).



الف اندازه قطر یک کره ۱۰ سانتی متر است، مساحت آن را بیابید. (نوشتن فرمول الزامی است).

ب مثلث قائم‌الزاویه‌ای که ضلع‌های زاویه قائمه آن ۳ و ۵ سانتی متر است، حول ضلع کوچک دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل را به دست آورید.



۱۶ درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف از دوران مثلث قائم‌الزاویه حول یک ضلع قائم آن مخروط به وجود می‌آید.

درست نادرست

۱۷ مساحت یک کره به شعاع 5cm را به دست آورید ($\pi = 3$) (فرمول و واحد نوشته شود).

۱۸ فرمول محاسبه حجم کره را بنویسید.

۱۹ حجم حاصل از دوران شکل زیر حول AB را به دست آورید. ($CE = 2$ و $AC = 8$)



۲۰ درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

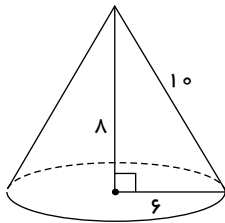
الف قاعده تمام هرم‌ها همیشه مربع است.

پاسخنامه تشریحی

۱

$$\text{حجم آب} = \frac{1}{3} \times 50 \times 40 \times 60 = 60000 \text{ cm}^3$$

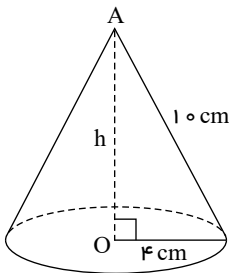
$$\text{ارتفاع آب} = \frac{60000}{100 \times 60} = 10 \text{ cm}$$



$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 6^2 \times 10 = 96\pi \text{ cm}^3$$

با دوران مثلث حول اضلاع قائمه‌اش مخروط حاصل می‌شود:

۲



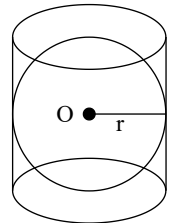
۳ طبق فیثاغورس OA را به دست می‌آوریم:

$$OA = \sqrt{10^2 - 3^2} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21} \text{ cm}$$

$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3 \times 3^2 \times 2\sqrt{21} = 32\sqrt{21} \text{ cm}^3$$

۴

ابتدا شعاع کره و قاعده استوانه را به دست می‌آوریم، سپس حجم کره و استوانه را به دست می‌آوریم:



$$R = \frac{6}{2} = 3$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 3^3 = 108$$

نکته: ارتفاع استوانه همان قطر کره است: $h = 6$

$$\text{حجم استوانه} = \pi R^2 h = 3 \times 3^2 \times 6 = 162$$

$$\text{حجم فضای بین کره و استوانه} = \text{حجم استوانه} - \text{حجم کره} = 162 - 108 = 54$$

۵

نسبت حجم هرم کوچک به حجم هرم بزرگ برابر است با:

$$\text{ارتفاع هرم کوچک} = h_1, \text{ ارتفاع هرم بزرگ} = h$$

نکته: اگر نسبت ارتفاع‌ها برابر a باشد، نسبت مساحت قاعده‌ها a^2 است.

$$\frac{h_1}{h} = \frac{3}{9} \rightarrow \frac{S_1}{S} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{S_1 h_1}{S h} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27} \rightarrow V_1 = \frac{1}{27} V$$

هرم کوچک $\frac{1}{27}$ کل شکل یا همان هرم بزرگ است پس حجم هرم ناقص (V_r) برابر است با:

$$V_r = V - V_1 = V - \frac{1}{27} V = \frac{26}{27} V$$

پس نسبت حجم هرم ناقص به هرم کوچک برابر است با:



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{26}{27}V}{\frac{1}{27}V} = 26$$

6

مساحت قاعده \times ارتفاع $\times \frac{1}{3}$ = حجم هرم

$$V = \frac{Sh}{3} \rightarrow 80 = \frac{8 \times 5 \times h}{3} \rightarrow h = \frac{3 \times 80}{8 \times 5} = 6 \text{ cm}$$

7 نادرست

حجم هرم از رابطه $\frac{1}{3}Sh$ بدست می آید و اگر قاعده‌ها با هم برابر باشند اما ارتفاعها متفاوت باشد حجمها متفاوت می شوند.

8

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 10 = 30\pi$$

9

بنابر قضیه فیثاغورث داریم:

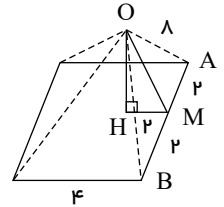
$$OA^2 = AM^2 + OM^2 \Rightarrow 4^2 = 2^2 + OM^2$$

$$\Rightarrow OM^2 = 64 - 4 = 60$$

$$\Rightarrow OM = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$$

$$OM^2 = HM^2 + OH^2 \Rightarrow 60 = 2^2 + OH^2$$

$$\Rightarrow OH = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$$



$$\text{حجم هرم} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \times 4^2 \times \sqrt{56} = \frac{1}{3} \times 4^2 \times 2\sqrt{14} = \frac{32}{3}\sqrt{14} \text{ cm}^3$$

10

$$\text{حجم نیم کره} V = \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times 9^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times 729 = 486\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم استوانه} V = \pi r^2 h = \pi \times 9^2 \times h = 486\pi$$

$$\rightarrow h = \frac{486\pi}{81\pi} = 6 \rightarrow h = 6 \text{ cm}$$

11

$$\text{مساحت کره: } 4\pi R^2 \Rightarrow 100\pi = 4\pi R^2$$

$$\Rightarrow 100 = 4R^2 \Rightarrow R^2 = 25 \Rightarrow R = 5$$

12

حجم آب درون لیوان = حجم آب درون پیمانه

$$R = \frac{d}{2} = 24 \times \frac{1}{2} = 12$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi R^3 = \pi R^2 \times h \Rightarrow \frac{2}{3}R = h \Rightarrow h = \frac{2}{3} \times 12 = 8 \text{ cm}$$

13

$$\text{شعاع کره زمین (الف)} = \frac{12800}{3} = 6400 = 6.4 \times 10^3$$

$$\text{قطر کره زمین} = 12800 \text{ km} = 1.28 \times 10^4 \text{ km}$$

$$\text{ب) } 4\pi R^2 = 4\pi \times (6.4 \times 10^3)^2$$

$$= 4 \times 3.14 \times 40.96 \times 10^{12} \approx 4 \times 3.14 \times 4.096 \times 10^{13} \approx 5.144 \times 10^{14} \text{ کیلومتر مربع}$$

$$\text{ج) } \frac{\text{مساحت ایران}}{\text{مساحت رویه کره زمین}} = \frac{1648000}{5.144 \times 10^{14}} = \frac{1648 \times 10^3}{5.144 \times 10^{11}} = 0.32 \times 10^{-8}$$

کره ۱۴

۱۵

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \times 7^2 \times 12 = 4 \times 49 = 196$$

الف

$$R = \text{شعاع کره} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\text{مساحت کره} = S = 4\pi R^2 = 4\pi \times 5^2 = 100\pi$$

ب

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 3 = 25\pi$$

مخروطی به ارتفاع ۳ و شعاع قاعده ۵ ساخته می‌شود.

۱۶

الف درست

۱۷

۱۸

$$S = 4\pi r^2 \rightarrow 4 \times 3 \times 5 \times 5 = 300 \quad \text{سانتی‌متر مربع یا } cm^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{مخروط } V = \frac{1}{3}\pi R^2 \times h = \frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 8 = \frac{32}{3}\pi$$

$$\text{نیم کره } V = \frac{2}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi \times 2^3 = \frac{16}{3}\pi$$

$$\text{کل } V = \frac{32}{3}\pi + \frac{16}{3}\pi = \frac{48}{3}\pi = 16\pi$$

۱۹ حجم حاصل از دوران شکل حول AB برابر است با مجموع حجم مخروط و نیمکره:



۲۰

الف نادرست